IOANNIS REGIOMONTANI ... DE TRIANGULIS PLANIS ET SPHAERICIS...

Iohannes Regiomontanus, Daniel Santbech




BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
34 Q
22

PROBLEMATVM ASTRONOMICORVM ET GEOMETRICORVM SECTIONES SEPTEM,

IN QVIBVS EVIdentissimis demonstrationibus explicatur, qua ratione tota μετεωροσκοπικῆς disciplina intelligi & usus præstantissimus in explorandis omnibus apparentiis, quæ in cœlesti regione mundi quocunque tempore conspiciuntur, qui ab artificibus antehac per fabrefacta maximis sumptibus ac difficillima organa absoluebatur, nunc solius Quadrantis Geometrici officio & expeditius & eadem certitudine perfici possit: Item quomodo iuxta opticam rationem exquisitæ variarum ac multiplicium magnitudinum dimensiones, vel citra omnem calculi usum facillime expediri queant: Præterea quæ sint rationes librationum in ducendis aquis ex suis fontibus etiam per plures montes interpositos in inferiora quæuis constituta loca: Totum insuper artificium eiaculandi sphæras è tormentis ex quocunque situ in præfixos scopos ex primis fundamentis extructum: Denique multiplices Geographicarum obseruationum modi proponuntur, quorum immensus ac certissimus est usus, tam peregrinantibus per ignota regionum loca, quàm nauigantibus in Oceano.

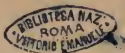
Omnia nunc recens conscripta in communem gratiam studiosorum Matheseos, & in lucem edita.

Autore

DANIELE SANTBECH NOVIOMAGO.

Pertinet ad Bibliothecam S. Ioannis Transtib. ex testamento Illmi et Rmi D. Ascanij Riuatti 1660





BASILEAE,

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM. M. D. LXI.

Cyrilli Clementis

CLARISSIMO VIRO NOBILITATE STEMMATIS ET VIRTVTE PRAESTANTI, DOmino Ioanni Ludouico à Vvindeck, Domino in Ortenavv, Biel, veteri & nouo Vvindeck Mecœnati suo obseruando,

Daniel Santbech S. D.



IN HAC *turbulenta & furiosa mundi senecta, ut ardens odio Dei hostis diabolus atrocius grassatur in genere humano, quàm ullo unquam tempore ab orbe condito, ita multiplicatis corruptelis atq; crescentibus petulantia & quiduis audendi libidine, languidiores fiunt animorum inclinationes & motus ad uirtutis ac sapientiæ studium, atq; maioribus quotidie incrementis stabilitur perniciosus contemptus optimarum rerum, quas Deus in usum facultatum humanæ naturæ condidit, ut nimirum ex uigilanti contemplatione, quæ sunt in opificio mundi, dispositionis & ornatus unà cum intelligentia causarum opificis sapientiam ac bonitatem ratiocinantes gratis & pijs mentibus ipsum reuereamur. Nec sanè finem hominis alium licet constituere, cum Deus imaginem suam in mente humana expresserit, quàm ut diuinæ particeps intelligentiæ reuerenter aspiciat operum ipsius ordinatam constitutionem, pulchritudinem & effectus, atq; congruentem ad operationes secundum exquisitam iustitiæ normam absoluendas, habitum sibi comparet, ut sic ipsi opifici, quãtum fieri potest, asimiletur ac uniatur. Huiuscemodi mentis constitutio illustrior & efficacior erat in primis parentibus ante lapsum: in quibus splendebant euidentius diuinæ sapientiæ σφραγίδες. At postquàm diabolus ἐπιχαιρεκακίᾳ inflammatus genus humanum à tam illustri statu seductum in præcipitium malorum omnium & extremæ perniciei deuoluit, ingressa est in mentes turbida caligo & cæca rerum optimarum ignorantia, secuti sunt motus affectuum à rectæ rationis iudicio abhorrentium, per quos extincta lux est dilectionis Dei & uoluntariæ obedientiæ. Itaq; factum est, ut tanquam laxatis frenis mentes cæco impetu in quoduis malum ruentes ab omni actione diuinæ ordinationi congruenti abhorrerent. Ac nisi opifex naturæ misertus humanæ calamitatis in qualemcunq; integritatem rationis iudicium restituisset, tota lux diuinæ sapientiæ in homine sepulta & extincta perijsset. Hanc tantam corruptelam & horribilem perturbationem imaginis Dei ab uno homine tanquàm exitiali fonte in totam posteritatem deriuatam ac transfusam esse, tum Sacræ literæ testantur, tum omnium temporum experimenta, præcipuè uerò huius calamitosæ mundi senectæ nimis euidenter loquuntur. Et si enim omnibus temporibus horribili furore & atra mendacium opinionum caligine mentes humanas infatuatas & excæcatas ad turbulentos motus excitandos impulerit diabolus, tamen nunc res ipsa apertissimè loquitur, rerum humanarum statũ multò miserabilius in extremam ruinam inclinare. Contra tam pestiferam humano generi calamitatem, quæ furioso impetu ab intelligentia diuinæ mentis abstractos & auulsos in extremam perniciem præcipitat, cum Sapientißimus opifex sui operis destructionem & interitum non uelit, & iudicium rationis in aliquam lucem restituit, & illustria testimonia in Ecclesia patefecit, quæ non solum cõmunis & generalis miseriæ fontem ostendunt: uerumetiam quomodo ex infimis & densißimis tenebris emergere atq; ex diaboli uinculis, quibus etsi excæcatus φιλαυτίᾳ totus mundus sese minimè implicatum sentiat, tamen arctißimè constrictus in medijs sordibus iacet, expeditè solutos euadere liceat, euidenter nobis ante oculos constituunt. Igitur in prima quidem mundi ætate & ærumnæ fuerunt, & organa sua instruxit diabolus ad disturbandum rerum ordinem diuinitus constitutum, sed tamen in calamitosum statum, qualis in hac effœta senecta cernitur, res humanæ nondum erant deuolutæ. Cum enim Deus promißione salutis mentes primorum parentum ad sese ac suam lucem reuocasset, plurimorum obedientia factum est, ut discussa diabolicarum præstigiarum caligine in agnitionem impressæ diuinitus sibi imaginis restituti, facultates sibi insitas in contemplatione dispositionis ac ornatus rerum conditarum promptius & facilius explicarent. Itaq; primùm diligentia summa ac industria notabant umbrarum metas ac interualla, Solis, Lunæ, stellarumq; inerrantium ortus & occasus, dierum item incrementorũ & defectuum uarietatem. Atq; sic intentis oculis mundi opificium perlustrantes, cum ordinatione summa & congruentißima harmonia singulas partes inter se connexas & extructas obseruarent, ueritatis inde agnitionis ac sensum diuinæ intelligentiæ percipientes, ad normam iustitiæ accommodatiores edebant operationes. Cuius rei sanè illustria sunt testimonia, quòd scientia de motibus corporum cœlestium in Aegypto circiter duo milia annorum à Ioseph usq; ad Ptolemæum propagata sit. Crescente mundi ætate, præsertim legis tempore multiplicatæ sunt molitionibus diabolicis tetriores in genere humano corruptelæ, paulatim extincta est omnino in plurium animis tot ingruentibus falsarum opinionum tenebris, nata linguarum multitudine & dispersis per totum orbem nationibus, si aliqua saltem remanserat scintilla intelligentiæ de uero Deo. Quanquam igitur horribili turpitudine deformata tunc esset imago Dei in maxima multitudine generis humani, tamen*

nondum erant motus tam pestilentes, nec tanta res omnes mendacijs inuoluendi licentia diabolo, quanta est in hac stulta & furiosa mundi senecta. Certum est enim plurimorum animos legis Deo autore constitutæ ui ac terrore à furiosa peccandi licentia absterritos, præsertim pœnis atrocissimè ante oculos præfixis, & magis iudicio rationis obtemperasse, & euidentius qualemcunq; diuinæ sapientiæ lucem aspexisse, nec paucos fuisse qui abstersa diabolicarum opinionum caligine, illustriore intelligentiæ Dei ac operum ipsius splendore illuminati, & aliorum emendarent errores, & uitæ actiones ad regulam iustitiæ exquisitius flecterent, ac temperarent. Huiuscemodi morum gubernationem ac operum cõstitutionem aliquo modo floruisse in populo, quem Deus sibi peculiariter elegit, Sacræ literæ nobis attestantur. Cæterùm si ueritatis simplicissimæ normam secuti etiam aliarum gentium mores & res gestas examinemus, insuper quales de Deo & natura notiones ac sententias habuerint exclusis cæcorum affectuum tenebris expendamus, certò certiùs constabit, nondum rationis iudicium in tanta parte generis humani diabolicis furoribus tam miserabiliter excæcatum, nec ita uiolenter auulsum & abstractũ ab intelligentia iustitiæ & rectarum actionum obedientia, ut in hac turpi & insana mundi senecta fieri uidemus. Præterquàm enim quòd in mentibus omnium inscripta esset lex naturæ, etsi hanc in plurimis obnubilaret, & cæcæ caligini inuolueret peccati & affectuum corruptelis hostis diabolus, cuius intelligentia quænam actiones iustitiæ congruerent, & quæ à rectitudine abhorrerent, non difficulter iudicare potuerint, multa præstantissima Deus excitauit ingenia, in quibus præter communes notiones legis natæ splendidiorem accendit lucem, quæ non solùm cognitionem uirtutis in externis moribus & operationibus ac politica rerum gubernatione procrearet, uerumetiam secretiores naturæ proprietates ac facultates, præsertim elementorum, animantium, stirpium, & plantarũ: deinde opificij mundi, ac stellarum patefaceret. Quarum pulcherrimarum rerum uigilanti consideratione & admirandi ordinis intelligentia non difficulter ratiocinati sunt, sapientissimũ ac optimum quendam opificem esse, cuius nutu ac prouidentia ordinati rerum omnium ortus, incrementa, progressiones, status & uicissitudines gubernẽtur. Hac ratione consecuti sunt non tantùm, ut facilius & exquisitius rectæ rationis imperio, uoluntatis inclinationem ad corruptorum affectuum prauitatem refrenandam & operationes uirtuti congruentes efficiendas subijcerent, uerumetiam illustriorem de Deo & prouidentia cognitionem perciperent quàm plurimi illorum, qui longo tempore surdis auribus externam legis promulgationem hauserunt; id quod non inficiaturos mihi existimo, qui sincero ueritatis studio Socratis, Platonis, Mercurij Trismegisti, Plotini, & aliorum de Deo & uirtute sententias expenderint. In gubernatione rerum publicarum, & iudicijs, non solùm intelligentia ueritatis illustrior erat, & iusti ordinis constitutio firmior, obseruatioq; strictior, uerumetiam atrociores pœnæ, quarum perterrefacti metu, qui publicæ utilitatis conditiones labefactare, ac neruos bonarum constitutionum incidere, aut mores uitæ priuatæ in summam dissolutionem & petulantiam effundere conarentur, tanquam uinculis constricti à perniciosis molitionibus abstinebant. Vt interim taceam, quanto excellentior ingeniorum uis fuerit in omni maximarum rerum administratione, uidelicet eloquentiæ & strategematum: quanto maior fortitudo in repellendis patriæ periculis, cum pro aris & focis alacrius ac ardentius cum hoste confligerent, & extrema discrimina subirent, quàm in hac mundi senecta fieri posset. Nec dubium est, quin rationis imperium magis præualuerit cæcis affectibus & stultis cupiditatibus, etsi ueri ignorantia Dei plurimorum animos occuparet, quàm in hac uiciosissima senecta mundi. At nunc, ut tandem ueniamus ad calamitosum, decrepitum, delirum & corruptissimum hoc mundi senium, in quo sanè quoquò te uertas, præter turbulentam mendacium opinionum caliginem, præter cæcos ac furiosos impetus, quibus non solùm singularum unius cuiusq; actionum (ut ex effectis luce clarius conspicitur) consilia corrumpuntur, uerumetiam in rebus ad publicam gubernationem pertinentibus totum de ueritate iudicium, & iusti ordinis constitutio planè inuertitur, ac disturbatur: an non quicquid unquam in genere humano ab orbe condito natum est corruptelæ, quicquid uiciosissimæ & pestilentis consuetudinis inuectum est, quicquid deliriorum, somniorum, phantasmatum, & execrabilium mendaciorum autore diabolo procreatum, & longè lateq; sparsum ac dissipatum est, in hæc postrema temporũ, tanquàm ab exhausto fonte simul præcipitatum ac profusum sit, diligentius expendant mecum ueritatis amantes. Certo certius est, in quibus uel minima luceat ueritatis scintilla, confessuros omnes imaginem Dei, tam tetra & horribili turpitudine in mentibus plurimorum hominum, nunc temporis esse deformatam & destructam, ut quemadmodum ueritatis quidam insignis testis conqueritur, ipsi homines non solùm à Deo & creatore suo multis periurijs, & intolerabili perfidia uariè implicati, sed etiam à seipsis penitus, omniq; rationis compote natura defecerint, adeò ut nec quicquam (si dicere fas est) amplius hominis præter externam corporis speciem, eamq; ipsorum culpa plurimum deformatam, multisq; membris captam, & inutilem redditam obtineant. Hic uerò nobis furioso clamore obstrepent laruati ueritatis testes & doctores, hanc tam atrocem accusationem, nũc temporis iniquè institui, cum diuino auspicio patefactis diaboli præstigijs, & detecto falsarum opinionum prætextu, lucidissima Euangelij flamma sparsa sit per totum ferè orbem, adeò ut maxima multitudo generis humani pestilentibus liberata erroribus, non solùm ueritatem agnoscat, uerumetiam in

certam salutis uiam restituta sit, quinetiam ingenuarum artium, ac totius Philosophiæ fontes à barbariei & deliriorum sordibus, quibus inuoluti multis retro seculis erant, repurgati, & in integrum restituti sint, ut sanè nunc appareat ueritatis lumen euidentius quàm ullo unquam tempore ab orbe condito. At si nobis uerum fateri licet, id quod experientia quotidiana luce clarius nobis ante oculos ostendit usq; adeo, ut ferè tactus sensum non fallat, certè euidentius est quàm ut negari posit: & si multiplices corruptelæ, & præstigiosæ execrandorum cultuum operationes diaboli instinctu sub religionis prætextu introductæ, plurimis in locis, Deo uicissitudines & successus rerum ita ordinante, sint è medio sublatæ: quinetiam superstitiosa deliramenta de fucatæ religionis opinionibus in mentibus plurimorum hominum extincta externi uerbi denunciatione: tamen res ipsa manifestissimè loquitur, interiorem fontem malorum omnium, qui est in mente sincerè ab omni uiciositate, turpitudine, præstigiosa caligine & cupiditate deliriorum, superstitionum, & horribilium mendaciorum: præterea corruptissimorum & execrandorum affectuum, quibus tanquam frenis in transuersum aguntur furiosi animi, ac rapiuntur in exitialem uoraginem omnium scelerum & abominandarum operationum, nondum quod in primis fieri necessarium erat, si locus aliquis ueritati admitteretur, purgatum esse & ablutum, ac in integrum restitutum. Certè si quis ueritatis flagret studio, & mentis aciem rectè huc intenderit, protinus agnoscet illud Ezechielis, ruinosum parietem extrinsecus inutili cæmento, non expletis eius internis, quas egit, rimis, ab illis nunc temporis oblinire, qui currunt antequam uocati sint diuinitus. Ex huiuscemodi fonte tam pestilenti & exitiali, quid in uitæ priuatæ mores & institutionem, quid in omnia rerum agendarum consilia, quid in maximarum rerum gubernationem defluat, expendant illi, in quibus iudicium rationis tenebricosis præualet, & imperat affectibus. Itaq; mirum uideri non debet, quòd nunc infinita multitudo furiosorum hominum, stultis & fanaticis opinionibus corrupta, Deum, honestas de uita humana institutiones, doctrinarum studia, & omnia Christianæ societatis uincula Cyclopico contemptu aspernentur. Multos nimis anxia cura uictus, multos perniciosæ uoluptates, & plusma Sardanapali, multos auaritiæ sordes, multos ambitiosa imperandi libido, & πολυπραγμοσύνη ab agnitione sui, & inquisitione optimarum rerum, quarum nobis cousiderationem Deus cōmendauit, auulsos & abstractos in exitium præcipitant. At hæc etsi non mediocri dolore Christianum pectus afficiant, & reuera sint exitiosæ pestes humanæ salutis: tamen atrociores sunt hostes, qui cum rèrum ueritatem instructi auctoritate profiteri uideantur, tamen excæcati, & mente corrupti, sanctimoniæ prætextu etiam simpliciores, qui aliquo ueritatis tanguntur studio, & emicantem lucem è longinquo aspiciunt, à recto itinere longissimè seductos in præcipitium malorum omnium, & extremæ perniciei unà secum deuoluunt. Etsi autem tam horrendo furore grassetur in genere humano hostis diabolus, tamen mirabili Dei prouidentia & auxilio inter hos motus & fluctus tam turbulentos, quassata fluctuat & uoluitur ueræ Ecclesiæ cymba, tāquàm in sæuissima tempestate. Quòd autem in hac extrema & languida senecta tanto cū splendore & admiratione omnium Deus ex infimis quasi tenebris doctrinarum omnium, hoc est, totius Philosophiæ fontes multis retro seculis, tot spinis, tot delirijs, tot mendacijs, tam monstrosa & præstigiosa perturbatione obrutos, inuolutos & sepultos in tam claram lucem restituerit, ut non mediocris multitudo præstantissimorum ingeniorum magno ad discendum ardore accensa, incredibile dictu quanta breui tempore sapientia rerum omnium instructa floruerit, ac etiamnum floreat, maximum certè Dei beneficium agnoscendum, & gratitudine commemorationis celebrandum est. Voluit enim Deus mirabili consilio non dico languentes & sopitos humanarum mētium sensus, sed planè suffocatos, sepultos & extinctos, tam ignoratione sui, quàm fœda & multiplici diuturni temporis barbarie, & fanaticorum deliriorum portentis, partim gloriæ, partim ueritatis stimulis excitatos ad inuestigationem rerum & sapientiæ acrius impellere, non tantum ut in genuinū usum humanæ naturæ facultates aliquo modo restitueret, sed etiam, ut apertis oculis luce clarius intuerentur homines, quanta cum turpitudine à rationis participe natura ad deformitatem brutam & beluinam defecerint ac degenerarint: utq; ostenderet rerum humanarum euentus, non à cæca & bruta fortuna aut casu uolui & iactari, sed à mente intelligente, iusta & potenti, constituto ordine gubernari, quæ aliquando iusto iudicio monstrosas deliriorum & mendaciorum corruptelas à constantis & immotæ ueritatis integritate & splendore secernere, & secretas abolere flammis constituerit. Magna sunt profectò diuinæ prouidentiæ testimonia, & reuera τιμωρία, hanc rerum naturam non ex Democriti atomis temerè conflatam, nec miserabilem rerum omnium deprauationem perpetuò duraturam, sed aliquando diabolicæ licentiæ iniectis frenis secuturam tranquillitatem, & restitutionem naturæ in facultatem earum operationum, quæ diuinæ congruunt ordinationi, admirandæ uicissitudines multiplicium euentuum, quæ inciderunt in hæc postrema tempora. Sed hæc non considerant aut expendunt diabolicis phantasmatis obstupefactæ mentes. Cum igitur in summa & tenebricosa barbarie, quâ occupatus erat totus mundus, non multo ante hæc tempora paulatim melioris eruditionis lux emicaret, non tam rationis iudicium secuti, quàm admiratione rerum incognitarum perculsi & stupefacti, qui doctos fouere possent uiri principes & locupletes, ac spe gloriæ accensi, ut nominis sui celeberrimam & immortalem cōmendationem orbi & posteritati testatam re-

linquerent, multorum studia liberalißimè aluerunt. Itaq; factum est, ut excitata spe melioris fortunæ, iuxta illud, τιμὰ δὲ τὰ πράγματα κρέοσονα ποιεῖ, plurimorum ingenia, cum neruos omnes certatim intenderent in rerum optimarum, hoc est, Philosophiæ studijs, dictu mirum quanto cum successu perscrutantes omnes humanæ sapientiæ fontes, & sese & principes illustrarint. Nihil tam arduum & difficile inuentu est, quod tanto ardore accensa ingenia intentatum reliquerint, quod non summa industria, & Herculeis sudoribus peruestigatum, perlustratum, ad unguem excussum & examinatum in lucem emiserint. Pulcherrima ueterum autorum monumenta partim uetustate diuturni temporis, quo cum blattis & tineis rixabantur, partim describentium ignoratione & fœda negligentia plurimis in locis turpißimè corrupta & mutilata, deniq; barbarorum hominum delirijs & sordibus contaminata, quæ statim uel melioris indolis ingenia inexplicabili difficultate confusa & perturbata, à lectione tanquam ab inaccesso scopulo absterruissent, tanta uigilantia peruestigata, tanta iudicij acrimonia examinata, & singula ferè in integrũ restituta sunt, ut quid desiderari posset amplius, uix inuenias. Quid dicam de nouis & admirandis difficillimarum & pulcherrimarum rerum inuentionibus, quibus hæc tempora non minimo cum splendore floruerunt? Singula hic commemorare & percensere, non est huius temporis aut instituti. Quid est ergo, dicat aliquis, cur tanta atrocitate, quicquid unquam fuerit diabolicis molitionibus excitatum turbulentiæ, quicquid stabilitum deprauatißimæ consuetudinis, quicquid sparsum calumniarum & infinitorum mendaciorũ, quicquid stultorum affectuum rationis iudicium in rebus omnibus corruperit ac disturbarit, deniq; non solum fontem, sed terrificum chaos malorum omnium nos in hæc postrema tempora delirantis mundi senectæ quasi conuolutum in eandem massam & conglobatum præcipitemus. Equidem, ut rem ipsam intelligant bonæ mentes, ita sentimus congruenter uaticinijs prophetarum, & infallibili ac sanè nimium euidenti experientiæ, cum in primis statim temporibus à statu eius facultatis, cuius participatione & ἐνεργείᾳ ad similitudinem Dei, quæ perfectam cum eo cõmunionem efficit, continuis incrementis proficeret, diaboli astu præcipitatus sit homo, etsi rationis iudicium non prorsus obrui & extingui passus sit Deus, tamen multiplicatas esse diuturnitate temporis miserabiliores in genere humano corruptelas & calamitates, quibus in his extremis temporibus tanquam aggrauata malorum omnium concurrente multitudine effœta senectute, natura non solum imbecilliores aduersus furiosos impetus stultorum affectuum pugnandi inclinationes & uires obtineat, uerumetiam perplexa & fœda falsarum opinionum cæcitate perturbata, & blandientis irretita uinculis peccati ab omni sana recordatione opificis & liberatoris Dei, & eiusdem operum inspectione uigilantiore abstracta, atq; in tetram seruitutem diabolicarum molitionum redacta, in extremam ruinam iamiam inclinet. Quum enim fons ipse in mentibus plurimorum hominum continuato & irremisso influxu diabolicorum instinctuum, corruptißimorũ affectuum, & abhorrentium à rectæ rationis sinceritate cupiditatum tam tetra & horribili μεταμορφώσει, omni genuina facultate exhausta perturbatus, & ad summum uiciatus sit, ut non opificium aliquod naturæ, sed monstrosum potius & portentosum quoddam diaboli chaos confusum aspicias: cur mirum uideretur, quicquid inde consiliorum, quicquid operationum in tota uita profundatur, quin per se turbulentum, & stultum sit, ac penitus ab ordinata diuinæ prouidentiæ constitutione abhorreat? Videamus igitur quidnam lux illa tam splendida omnis generis eruditionis, Deo autore, in his postremis temporibus accensa, & per totum ferè orbem sparsa, in maxima multitudine generis humani effecerit, quomodo natiuam & imis infixam medullis pestem uitiorum omnium expurgarit, ac sustulerit. Certè si licet ex congruentißimis & maximè euidentibus effectis certas causas ratiocinari, exclamabunt omnes, qui non prorsus deploratæ mentis sunt, id reuera hic contigisse, quod sæpenumero in lethalibus morbis accidere solet, nimirum ut etiam efficacißima & præstantißima pharmaca, ab imperitis & stolidis medicis infusa ægrotantibus, non solùm laborantis naturæ uires non refocillent, ijsq; succurrant, uerùmetiam præualente morbi malignitate deuicta, corrupta & in uenenum conuersa, si quæ supersint in corpore facultates, obrutas & suffocatas funditus extinguant. An non experientia nobis clarißimè attestatur, si modò oculis ad uidendum instructi sumus, non paucos ex his, qui excellenti doctrina fuerũt exculti, omnino abhorrentes à patefactæ ueritatis splendore corruptelas defendisse ac disseminasse, atq; prorsus alienas, distortas & deprauatas non solùm ab omni immotæ iusticiæ rectitudine, uerùmetiam à cõmunis sensus coarguente integritate operationes edidisse. Quàm sit igitur periculosa possessio literarum & sapientiæ, si non ex imo pectore innatum & incoctum uirus diabolicæ pestilentiæ, & uitiorum omnium colluuiei radicitus expurgatum, præcipitatum & contritum fuerit, si non flagret in mente perpetuò ardentißimum constantis & immotæ ueritatis studium facilè intelligunt omnes, qui non sunt prorsus excæcati. Nunc si uigilantiore mente exploremus illorum consilia, & integriore iudicio ad normam iusticiæ expendamus, qui his temporibus aliquorum studia priuatis sumptibus iuuerunt, aut eruditis præmia laborum, non uirtutis largiti sunt, certè ferè quotquot sunt, omnes non tam eruditionis amore huc extimulatos, quàm inexplebili quadam inanis, & mox perituræ gloriæ siti tortos esse, res ipsa loquetur apertißimè. Quàm solidum ergo fructum sapientiæ hinc perceperint, euidentißimè testantur, plurimorum stultæ, turbulentæ & perniciosæ

rebus

rebus publicis, & toti hominum generi molitiones, quibus non tantùm libertatis ius in locis non paucis sublatum & extinctum est, uerumetiam præter attritas & euacuatas subditorum facultates non parum innoxij sanguinis est effusum, & constitutiones rerumpublicarum stabilitæ non tam seruiles quàm sordidæ, & pijs hominibus periculosæ, atq; pugnantes ex diametro cum legitimo iusticiæ ordine, & priuatorum moribus pestiferæ. Qualis autem fuerit in plerisq;, qui erga doctos liberalitatem exercuerunt, uirtutis & literarum admiratio, quibus tamen ne pilo quidem meliores facti sunt, ostendit illa fluctuans, & ad quamuis auram mobilis opinionum uanitas, quibus factum est, ut quantum gloriæ & splendoris antea eruditioni accreuerat, in tam calamitosum & miserabilem statum, ne dicam in extremum contemptum, nunc deuoluta sit. Tanta est rerum humanarum constantia, ut quæ paulo antè in summum fastigium stulta mortalium admiratione ex infimis tenebris sublatæ & euectæ erant literæ, nunc ijsdem fastidiosa satietate & tædio correptis, cum paulatim, quo illæ sustentarentur, fundamentum labasceret, quasi leuißimo occurrentis uenti impulsu excussæ statim à culmine in præcipitium extremæ calamitatis sternantur. Itaq; fit, ut nunc temopris unaquæq; pars Philosophiæ, quo diuinior, quo magis abstrusa & remota sit à craßis illis sensibus, qui nobis cum brutis animātibus sunt cōmunes, quo secretiores naturæ facultates ratione diuinitus insita nostris mentibus inuestiget, euidentiùs explicet & sub aspectū constituat, quo illustriorem de prouidentia Dei certitudinem in animis nostris accendat, quo in splendidiorem nostri cognitionem nosmetipsos è medijs sordibus paulisper seuocatos induceat, eò certè neglectior imò magis aspernabilis reddatur, & cultores sui non solùm in contemptiorem, sed etiam in sordidiorem uitæ statum, quàm sit cerdonum aut tonsorum, tanquam ab equis ad asinos præcipitet. Illa duntaxat eruditionis particula, ex qua dolosi spes affulget nummi, ut lucri bonus est odor ex re qualibet, qualemcunq; apud tetram illam bestiam multorum capitum & eiusdem gubernatores existimationem retinet, ac proinde plurium ad se discentium conatus allicit. Etenim si uerum liceat citra periculum fateri, quàm nunc sint frigidi & languentes in maxima multitudine nostri temporis gubernatorum conatus in conseruatione rerum optimarum, quarum diuinitus sibi curam esse commendatam stultitia intolerabili uitiati non agnoscunt, & quàm ignaui incorruptæ sint executores iustitiæ cum multiplicibus experimentis exempla quotidie apertißimè loquuntur, tum ueris gemitibus id deplorant omnes pij. Maximis nunc temporis stipendijs & incredibili sumptu aluntur, in summo pretio habentur, in sinu fouentur, tanquam catelli Melitæi, mimi scurræ, & reuera asini ad lyram. Quid si nunc uiuat Democritus, qui perpetuo risu pulmonem agitare solebat, in quos cachinnos solutum iri existimamus? Quid si execrandas & planè detestabiles nostræ senectæ corruptelas intueatur Heraclitus, unde ille oculis sufficeret humor? Cur ergo mirum uideatur, si aliquæ bonæ mentes præsagiant, tam deplorato rerum humanarum statu persistente imò quotidie rem in deterius labente breui futurum, ut in pristinas tenebras reuoluatur totus mundus, hoc est, ut exoriatur iterum Barbarica uastitas & Cyclopicus literarum omnium contemptus? Brutum & insanum uulgus hominum iam olim ex toto pectore, si aliqua saltem illuxerat in eo melioris rationis scintilla, omnium rerum ueritatis amorem radicitus exturbauit, totum submersum in medijs sordibus beluinæ uoluptatis & libidinis iacet, adeò ut nunc ferè conclamatum sit. Igitur in quantis periculis deploratißimo huius furiosæ mundi senectæ tempore uersentur etiam melioris notæ homines, ne præstigiosa falsarum opinionum caligine inuoluti & circumuenti incommune exitium ab ijs, etiam quibus cum necessariò uiuendum est, uiolenter abstracti præcipites, unà cum omni organis diaboli irruant, quæ dispensationis rerum & humanorum euentuum obseruatione, & intelligentia Dei operum assequendorum collustratæ & instructæ sunt mentes, tanquàm in clara luce perspicacißimè intuentur. Et si autem per me facilè intelligam dementatas & infatuatas Cyclopicis furoribus naturas, quarum aures, instar aspidis incantatoris uocem audientis, ad omnem de ueritatis explicatione cōmemorationem obsurdescunt, nec Deo opifice, nec operum ipsius consideratione moueri, quin potius ita præfractas in atris mendaciorum sordibus & tenebris persistere, ut nullam ueritatis scintillam intueri uelint, nec nostra querela, & certò certius iamiam imminentis ceruicibus omnium periculi aperta testificatione, uel minimū ab innata & in immensum crescente in imo pectore cæcitate deflecti posse, tamen ingenia non prorsus deplorata & mentes non omnino distortas, deprauatas & inutiles omni ueritatis intelligentiæ nostra admonitione ad qualemcunq; sui agnitionem trahi posse arbitramur. Hæ igitur primum cogitent, in quantis periculis uersentur, quæ singulis ferè momētis diabolicis molitionibus per organa ad hoc instructa toti humano generi intentantur, (Hæc profectò eò formidabiliora esse, quò difficilius præsenti tempore intelligi & minus sentiri possunt facilè agnoscunt omnes sapientes) ac sese erigant in sanam recordationem liberatoris Dei, qui & lenire mala, & in ueram sui agnitionem abstersa diabolicarum præstigiarum caligine, ne cum maxima furiosorum hominum multitudine in perpetuum corruant exitiū, ipsum toto pectore sitientes inducere uult & potest. Atq; hic in primis necesse est, ut horribilem turpitudinem diabolicis furoribus stultis cupiditatibus & mendacium opinionum tenebris deprauatæ & ferè extinctæ imaginis Dei in se quisq; agnoscens, ac pœnitudine ductus toto & ardenti pectore ad intelligentiam ueri-

atis, iustitiæ, ipsumq; harum inhaustum fontem Deum summum bonum & absolutæ potentiæ mentem omnes animi sui facultates conuertat, & tanquam in certissimum scopum & unicum salutis portum dirigat. Etenim stultus, est inutilis, & nosmetipsos in extremam perniciem præcipitans, tam humanæ mentis facultatum in studijs doctrinarum & consilijs instituendis quàm corporis uirium & actionum in omnibus totius uitæ negocijs usus, si non excusso diabolicæ seruitutis iugo, & exclusis mendaciorum tenebris, animi nostri absoluta incolumitas, & certissima salus inde consequatur. Cum ergo non sint in eum finem humanæ naturæ facultates à Deo opifice extructæ ut inutili, fœdo & turpi ocio debilitatæ elanguescant & quasi intereant, nec ut abhorrentibus à diuinæ prouidentiæ ordinatione actionibus inseruiant & incumbant, sed ut eum fructum adferant, ad quem in prima statim creatione destinatæ sunt, facilè intelligent illustratæ mentes, ueritatis & sapientiæ Dei radiante lumine, duplicem in sese uim & motum esse, cuius una pars in ratione & cognitione, altera in appetitu & actione sit constituta. Itaq; legitimum Diuinæ iustitiæ ordinem exposcere, ut quantum fieri potest, utranq; uim in breuissimo huius mortalis uitæ curriculo explicent, atq; in apertum proferant. Meminerint igitur, quicunq; sese in eam integritatem restitutos esse sentiunt, quam Deus in hac uita concedere dignatur, ut suæ uocationis summam rationem habentes, pulcherrimam rerum conditarum constitutionem, dispositionem, & ornatum non cæcis oculis aspectantes, ueritatis inde agnitionis atq; diuinæ sensum intelligentiæ haurientes ordinatam quoq; uniuersi designationem & gubernationem imitantes congruentium diuinæ iustitiæ operationum motum & habitum firmum in sese deriuent, minimeq; cum belua plurimorum capitum corruptissimarum opinionum uanitatem sequantur. Nos certè uarios & multiplices consiliorum actionumq; euentus expendentes, cum ueritatis incorruptum studium ac testimonium, quantum à Deo nobis quidem concessum est, scienter, beneuole, syncerè & intrepidè profiteri conemur, hanc querelam de cõmuni & generali humanæ naturæ corruptela, quæ in dies Diabolicis molitionibus crescens in immensum diffunditur, contexuimus, ut eius agnitione & recta intelligentia, qui non sunt omnino exitiali cæcitate corrupti, in rectam uiam restituantur, & facultates in se à Diuina mente architectatrice conditas & à sordibus mendaciorum expurgatas in certum, genuinum & legitimum usum, qui congruat ordinationi opificis, summa cum uigilantia referre studeant. Vtq; nostram hac in re uoluntatem & synceram ueritatis professionem certiori argumento deprehendant omnes, nunc amicorum quorundam & sapientiæ studiosorum hominum auctoritate, ac precibus impulsi nostras qualescunq; lucubrationes partim experimentis obseruationum partim ratiocinatione, quantum fieri potuit in breuissimo temporis spatio studiosè collectas in cõmunem gratiam amantium eius disciplinæ, quæ rationes inuestigat opificij mundi, ueram intelligentiam diuinorum operum, & secretiores quorundam in rebus humanis euentuum causas non facilè à quolibet intellectas clarissimè non ignauis consideratoribus ante oculos constituit, in lucem emittimus. Atq; ut rem ipsam penitius introspiciant harum rerum studiosi homines, altiùs hic quædam repetenda uidentur de generali constitutione & usu disciplinarum, potissimum uerò Mathematicarum, de quibus in præsenti opere tractationem instituimus, ut recto ueroq; iudicio quidnam sentiendum sit de his, quem fructum hinc expectare, & in quem scopum neruos suos intendere debeant, euidenter constituere, rationemq; expeditè & sapienter reddere possint. Igitur cum omnes conatus, omniaq; in tota uita bene constitutæ mentis studia in eum finem tendere debeant, ut indè legitimi & constantis alicuius boni certa effectio ueraq; constitutio exoriatur, certum est cum communi intelligentia anticipataq; notione etiam consentiente Platonis sententia, quod in artibus grata de Deo fama sparsa sit, earum studium & usum tum utilissimum tum omnibus ueritatem amantibus maximopere & reuerenter cõmendatum esse debere. Itaq; certo certius id statuant, id ratum firmumq; habeant, quotquot sunt legitimi ueritatis studiosi, artes esse præstantissima Dei dona, & illustria rerum optimarum ornamenta, quæ humano generi & utilissimæ sunt & necessariæ, quæ à brutis animantibus secretam rationis participem naturam ad absolutionem integritatis, qua diuinæ intelligentiæ capaces efficimur, plurimum iuuant ac promouent, quæ suffultam solido & immoto fundamento certitudinem de Deo & prouidentia in animis hominum stabiliunt, easq; propterea toto pectore amplectendas. Nunc autem reliquis omissis, de ijs quæ potissimum ad præsens institutum pertinent, nimirum Mathematicis, quæ numerorum, proportionis, Geometricorum schematum proprietàtes, & pulcherrimam de mundi opificio ac corporum cœlestium motu considerationem complectuntur, paucis agamus. In confesso est apud omnes legitimè Philosophantes attestante etiam Claudio Ptolemæo in nulla cognitione ac institutione rerum, quæ sub humanum intellectum cadunt, maiorem, firmiorem, ac euidentiorem ueritatis certitudinem quàm in sola Mathesi inueniri posse. Etenim, ut eruditè loquitur Ptolemæus, hæc sola considerat res perpetuas & semper eodem modo se habentes. hæc & certò comprehendi potest sine confusione & quod proprium est scientiæ, semper eadem ratione constituta est. Itaq; sapienter hinc ratiocinatur quòd hæc & alijs Philosophiæ partibus, uidelicet Theologiæ & Physicæ conducat: illi quidem, quia de immota & secreta ui æterna facilius coniecturis ratiocinari potest ex uicinitate accidentium, nempe ex cõtinuatis motibus, quibus perpetuò uoluuntur orbes cœlestes ab omni corruptione alieni.

Huic

Huic uerò, quia eius substantiæ, quæ ex materia conflata est, proprietas generaliter ex motu locali exploratur, ita res illæ quæ sub corruptione cadunt, & eiusdem sunt expertes hinc deprehenduntur, quòd illarum motus sit rectus, harum uerò circularis. Sic grauitatis & leuitatis, actionis item & paßionis differentiæ ex hoc colliguntur, quòd corpus uel ad medium, uel à medio moueatur. Quantum præterea momenti adferat ad mores ritè formandos hinc agnosci potest, quia eum ex similitudine, quæ apparet in rebus diuinis, recta constitutione, congruentia, & sine contumacia obedientia perspicaciores nos reddat, etiam amorem accendit sequendæ huius diuinæ pulchritudinis, assuefaciens & tanquam inflans ad similem animæ constitutionem amplectendam. Hæc est sententia summi artificis Ptolemæi, quam nos hic paulò copiosius & explicatius euoluemus, ut singularum partium Diuinæ Mathescos usum ac pulchritudinem euidentius perspicientes studiosi ardentiori ad discendum amore inflammentur. Quanta sit præstantia & quàm immensus usus numerorum scientiæ in tota humana uel nobis tacentibus experientia quotidiana loquitur apertißimè, ut facilè norunt mercatores, rei metallicæ, & bellicæ gubernatores, œconomi & alij multi. Inter omnes rerum cognitiones nulla est humanæ menti magis insita, innata & propria quàm subtilior hæc de numeris doctrina, quæ fons est & inchoatio ratiocinationis uniuersæ, quæ primum distinguit unum & multum, eaq; discerint qua luce potißimum differunt homines à brutis animantibus. Multùm hac utimur in Physicis, multùm in Historijs. Qualis esset confusio rerum humanarũ, quanta perturbatio si non præterita annorum spacia, quorum series numerorum adminiculo collecta est & annotata, mente complecteremur. Primus est ingressus ad præclarißimam Philosophiæ partem, quæ est de motibus corporum cœlestium numerorum intelligentia. Hæc discrimina proportionum, quæ sunt in concentibus Musicis, in ponderibus & mensuris euidentißimè antè oculos explicata constituit. Hæc ita certa sunt & indubitata, ut nemo qui rationis participe facultate sit instructus, negare ausit. At de usu & utilitate, quæ nascitur ex intelligentia proprietatis schematum Geometricorum plurimorum corruptißimas opiniones, easq; ex rerum ignorantia aut stulta iudicandi temeritate ortas & profectas esse uidemus. Ita enim fieri solet, ut qui ueram causarum inuestigationem stolidè aspernantur, tam abhorrentia à rerum ueritate deliramenta sibi imaginentur, & impudentißima cæcitatis ignorantiæq; suæ mendacia in apertum proferre non dubitent. Quotusquisq; enim inuenitur nunc temporis, qui non cum erecto supercilio & ridiculo stolidorum hominum applausu de rebus sibi ignotißimis iudicium uendicet, & tanquam asinus Cumanus prominentibus auribus sub Leonis exuuio in publicum prosiliat. Vt igitur intelligant omnes ueritatis studiosi, quomodo legitimè de constitutione rerum sentiendum sit, neq; cum cæcis perpetuò tãquam in tenebris palpitent, nouerint de figuris Geometricis reuera id statuendum esse, quod uulgò iactatum prouerbium de Sileno Alcibiadis habet. Nam si quis illotis pedibus huc irrumpens figuras Geometricas prima fronte intueatur, nihil aliud profectò existimabit, quàm picturas esse ex somnijs anilibus conflatas: at si apertis oculis & in lucem ueritatis intentis demonstrationum stupendam certitudinem inuestiget, incredibilem earundem usum, qui ex ratiocinationibus multipliciter contextis colligitur & secretißimarum in rebus tam naturalibus quàm artificiosis causarũ intelligentiam percipiet. Quid inutilius magisq; despicabile Triangulorum tam multiplici textura, quid puerilius quàm tot circulorum præstigiosa difficillimarum ἀποδείξεων, ut quidam somniant, structura, si duntaxat in cortice & exteriore superficie hæreas, nec ad interiorem lucem usus, qui in rebus cœlestibus & publicis sese profert ingenij acumine penetres? Ratiocinationes quæ in texendis demonstrationibus usurpantur, ex primis cõmunibus ac euidentißimis cõmuni sensui notionibus fundamentum iaciunt, sed paulatim continuato progressu in tam abstrusam & remotam à sensibus rerum scientiam ascendunt, ut non assuefactas laboriosæ ueritatis inuestigationi mentes perplexas difficultate & perturbatas omnino à lectione repellant, & abijciant, eas uerò quæ flagranti intelligentiæ amore labores non refugiunt, sed neruos omnes certatim intendunt sensim deuictis molestijs in optatam metam constituunt. Necessarius est usus scientiæ mensurarum in Architectonica, in librationibus ponderum & aquarum & in dimensionibus uasorum, quæ sanè nisi Geometricorum elementorum certitudine perspecta & constituta innotuisset, nihil quod tutò sequereris extaret. Præstantißima Philosophiæ pars est, quæ de motibus corporum cœlestium infallibilem scientiam extruxit, quæ ratos & admirandos stellarum cursus obseruationibus instrumentorum explorantos ingeniosis hominibus patefecit. Vulgus hominum, ut stupidum, rerum omnium ignarum & exiguo discrimine differens à brutis animantibus, quæ uentri duntaxat inseruiunt, miratur Eclipsium prædictiones, quæ artificum industria factæ etiam post remotißima temporum spacia summa cum omnium admiratione congruunt experientiæ, non solum in magnitudine obscurationis, sed etiam in designatis scrupulorum temporis momentis, duratione & certo locorum situ. Ad pulcherrimam harum rerum scientiam omnino exclusus erat aditus, nisi schematum Geometricorum esset perspecta proprietas & intellectus usus. Primum instrumentorum nulla esset certa structura aut compositio, quibus τορνευταὶ uocatæ ab artificibus absoluuntur, si non explorata esset exquisitis demonstrationibus sphærici corporis dispositio, proprietas, ac reuera admirandum artificium, de primi motus ratione non extaret certa cognitio, quæ tamen simplicißima

uideri posset. Qualis esset intelligentia de uaria ac multiplici ortus, occasus, & progreßionis stellarum ratione in diuersis sphæræ inclinationibus? Quænam extaret certitudo eorum temporum, quibus singuli planetarum non solùm sui cursus periodum absoluunt, sed etiam quibus solis radios ingrediuntur, alij duntaxat in occidente, alij tam in oriente quàm occidente, quibus item exeunt, quibus consistere, quibus retrogredi, quibus celeriore motu progredi solent? Sublato fundamento Geometricarũ ἀποδείξεων tota corruet Astronomices scientia, nulla erit exquisita totius terræ situs nedum particularium regionum descriptio, nullæ certæ dimensiones agrorum, superficierum, longitudinum, latitudinum, aut quorumuis locorum profunditatum. Omnia si enarrare conemur, in immensum sese nostra effundet oratio. Quare diligentiùs secum expendant studiosi iuuenes quàm sit immensus & incredibilis usus Geometriæ, cum Plato attestetur duas alas numerorum & figurarum scientias adnexas esse humanæ menti, quæ eam in cælum usq; subuehant. Nos sanè his rationibus permoti & impulsi id potißimum operam dedimus in nostris lucubrationibus, ut aliquanto explicatius & euidentiùs ante oculos constitutas haberent studiosi demonstrationes Geometricas atq; earundem multiplicem usum in rebus cœlestibus, publicis & priuatis. At nunc de ipsa Astronomice potißimum quædam dicenda uidentur, in qua sanè maximè sunt illustria diuinæ prouidentiæ testimonia, quæ apertè loquuntur hoc mundi opificium, ac totam rerum naturam summo planeq; stupendo artificio à conditore sapiente, iusto, benefico, & potenti, quiq; legitimum in administratione ordinem exequatur, extructum esse. Cur igitur pigeat oculos nostros, quos Plato nobis in eum finem potißimum ab opifice datos esse uult ad tanti opificij uigilantem contemplationem & autoris Dei gratam recordationem attollere? Sapienter & eleganter hac de re cecinit reuerendus & piæ memoriæ præceptor Philippus Melanchton hoc carmine, quod ideo lubet hic adscribere, ut studiosi quotidie instar oraculi meminerint.

οὐχὶ ἄτερ βουλῆς τυφλῆ τύχῃ αἰθέρος αὐγή
    καὶ τάξις κόσμου ἥδε πέφυκε καλή.
δαιδαλέη δὲ σοφὸν γνωρίζει τέκτονα τέχνη,
    δείκνυσι καὶ κτίσαν τὸν προνοοῦντα θεόν.
ἀθρῆσ' οὖν ἐκέλευσεν ἐν οὐρανῷ ἀστερόεντι
    φωστήρων ὁ θεὸς λαμπάδας ἠδὲ δρόμους
καὶ γνῶναι πλάσαντα τὰ αὐτοῦ ἔργα ἰδόντας
    καὶ αὐτὸν τιμᾶν εὐσεβέεσσι φρεσίν,
ὅς γ' ἐφ' ἀνθρώπων, ὡς σκηνὴν οἰκοδομήσας
    βάθρον ὑπὲρ γαίας τὸν κύκλον οὐράνιον
τέρματα ἐνθ' ὡρῶν ἔτεός τ' ἀκίνητα χάραξε,
    καὶ θάλπει γαῖαν φέγγει ζωογόνῳ.
ἔνθα καὶ ἀντέλλων ἀκρονύκτιος ἄγγελος ἐστὶ
    αὐτίκα ἐρχομένου ἦρος ὁ ἀρκτοφύλαξ.
τὸν χειμῶνα δ' ἄγει στιβαροῦ δύσις ὠρίωνος,
    ἑλλάδι ὃς σοφίαν τὴν δὲ ἔδειξε πάλαι
ἠδὲ διδασκαλία σπουδῆς οὖν ἄξια ἐστὶ
    καὶ καλῆς ἀρετῆς ὠφέλιμος μελέτη.

Quis igitur non sentiat illos ab humana natura conditioneq; sponte sua delapsos longè infra brutam & belluam deformitatem degenerasse, qui rerum fluxarum & contemptißimarum in hac uita excæcati & obstupefacti amore nulla tam admirandi ornatus rerum omnium à Deo opifice conditarum admiratione excitantur, nullaq; penitus consideratione delectantur? Nos sanè id ratum firmumq; habemus, si quid aliud sit in rerum natura, cuius aspectione mens humana oblectari, oculorum uisus recreari & contemplatione ad certiorem opificis agnitionem pertingere poßit, profectò hæc scintillantia in cœlo lumina esse, quorum splendor in oculos ita incurrit, ut suauißima oblectatione intuitus ac considerationis ipsam mentem quasi extra se raptam & uinculis corporeis solutam in cœlum tollere uideatur. Hæc uerò, ut illustria & reuera magna sunt, ita neceßitas & usus huius præstantißimæ disciplinæ diligentiùs etiam considerari debent, quæ tanta certitudine patefacit mirificum ordinem cursuum Solis & Lunæ, distinctã uicißitudinẽ quatuor anni temporum, ad generationem & corruptionem rerum naturalium accõmodatam, item causas & differentias incrementorum dierum & noctium eorundemq; defectuum. Maximus est usus & toti humano generi necessarius exquisitißimæ dimensionis eius temporis, quo Sol in Ecliptica sui cursus periodum absoluit, ut hinc patefacta certa anni quantitate mensium ac dierum discrimina constituantur, ut etiam euidenti Sacræ scripturæ testimonio innotescit: Erunt in signa tempora & annos. Quòd si harum rerum cognitio tota caligine inuoluta & sepulta iaceret, quanta perturbatio temporum in contractibus, & publicis negocijs

gocijs exoriretur, quantæ essent tenebræ in omnibus historijs, tum demum certè exclamarent aliqui, ut ille apud Homerum in cœlum suspiciens:

> *O socij, neq; enim qua lux eat atq; tenebræ*
> *Scimus, & ignota est nobis uia Solis, ubi ille*
> *Proferat & terris & ubi sua lumina condat,*
> *Consulite in medium.*

Necesse est certò intelligere & statuere terræ molem non esse infinitam, sed certis spacijs & metis quæ comprehendi possunt, inclusam, ut sciamus quibus in locis præcipuè floruerit Ecclesia Dei, ubi diuinæ promißiones, quibus temporibus in qua parte generis humani patefactæ sint, in quibus regionibus mutationes maximæ regnorum & imperiorum mundi factæ sint, quæ ad dijudicationem religionum conducunt. Nulla certè historia lucem habet, si non euolutam & explicatam uideamus ante oculos, quantum fieri potest, exquisitè, terrarum, urbium, montium, fluminum, marium, ac insularum descriptionem, tam secundum uerum situm in partibus mundi, quàm certam congruentiam interuallorum, quibus singula loca inter se distant. Ad exquisitam tantarum rerum inuestigationem, & intelligentiam non tantùm uiam aperuit, sed etiam obseruationibus cœlestium φαινομένων, quæ in diuersis terræ tractibus etiam ijsdem momentis temporum uarietatem aliquam sortiuntur, plurimũ adminiculi præstitit ipsa Astronomice. Non mihi si linguæ centum sint oraq; centum enumerare possem multiplicem usum ac utilitatem in omnibus humanæ uitæ negocijs, quas hæc præstantißima Philosophiæ pars adfert. At ut ipsos fontes penitius introspiciant, qui discendi amore flagrant, nouerint quemadmodum Physice ab euidentibus experimentis exorditur, ita Astronomicen à τηρήσει eorum, quæ τὰ φαινόμενα ab artificibus appellantur, initium ratiocinationis constituere. Obseruationibus per artificiosa instrumenta absolutis, ijs, quæ experientia oblata sunt, φαινομένοις, deinceps accommodat hypotheses exploratis motibus congruentes, ex quibus ratiocinatione Triangulorum sphæricorum & planorum artificiosè extruit canones mediorum motuum, certis tabulis comprehensos, quorum adminiculo ad quæuis præterita & futura tempora ipsis apparentijs consentientia stellarum inerrantium & planetarum loca facillimo calculo licet colligere. Hanc ipsam pulcherrimam & sanè iucundißimam partem Astronomices, quæ tradit rationes explorandi per instrumenta, quorum compositio & structura Geometricis demonstrationibus constituta examinataq; est, apparentes stellarum omnium, etiam exorientium Cometarum, omniumq; quæ in cœlesti regione mundi constituta, quouis tempore conspiciuntur, cursus, uera loca, distantiarum metas, deniq; congruentem omnium in situ adumbrationem, ac quasi uiuentem picturæ designationem ob oculos spectantium constituit, Græci artifices μετεωροσκοπικὴν appellant. At hæc instrumenta, qualia sunt Torquetum, Albion, Armillæ Astrolabicæ Ptolemæi, eiusdem canones, Alpharion & pleraq; alia, quorum nonnulla in inclyta Norimberga munificentia senatus à Regiomontano & Ioanne Schonero extructa conseruãtur, ut summo quidem ingenij acumine à præstantißimis artificibus excogitata, & infallibili Geometricarũ ἀποδείξεων certitudine confirmata sunt, ita præter non mediocrem difficultatem tantam in extruendo sumptuum magnitudinem efflagitant, ut nullius priuatorum facultates his sufficiant. Nos igitur hanc tantam difficultatem in primis considerantes interea temporis, dum his artibus operam nauarem, quantum industria consequi potuimus, ratiocinatione firma, & experimentis non fallacibus deprehendimus totam hanc μετεωροσκοπικῆς disciplinam exercitationemq; in unum idq; paratu facillimum, simplicißimum ac certißimũ instrumentum, nimirum Quadrantem Geometricum artificiose deriuari ac traduci posse, adeò ut ferè quicquid expediri poßit obseruationibus per superius enumerata organa, id multò simpliciori ac faciliori operatione per Quadrantem absolui posse tam demonstrationibus quàm experientia, ijs qui periculum huius rei facere uoluerint, sine dubio innotescat. Ea demum solida est & certa rerum scientia, quæ patefactis causarum fontibus & oculos & mentem hominis ad euidentem ac infallibilem earundem experientiam quasi manuducit, ut illa quæ ex artificum scriptis cognita explicataq; tenet, in sua integritate constitutis sensibus explorans, rata ac indubitata esse deprehendat. Id sanè in nulla rerum operatione fit euidentius & maiore cum animi uoluptate, quàm in hac μετεωροσκοπικῇ in qua profectò quid præstiterint nostri labores, malim eruditis & harum rerum intelligentibus artificibus expendendum relinquere, quàm alijs sinistræ suspicionis occasionem præbere. Illud certè bona fide conati sumus, non tantùm ut submota organorum multitudine, quæ sanè uel melioris indolis ingenia confusa & perturbata à lectione præstantißimæ doctrinæ absterrere possent, tenuioris fortunæ hominibus, sed etiam alijs omnibus, qui recto ueroq; consilio instituendi methodon in his studijs destituuntur, expeditiorem aditum & ingressum patefactum tanquam in clara luce ostenderemus. Cum autem nullam uideremus ab alijs pertractatam institutionẽ, quæ complecteretur integras & ex primis fundamentis extructas ἀποδείξεις earum dimensionum, quibus iuxta opticam rationem quorumuis apparentium locorum longitudines, latitudines, profunditates & interualla explorantur, nos quoq; hac in parte Quadrantis usum amplificare uoluimus. Præterea in exquisitis obseruationibus librationum, quarum usus est in ducendis aquis ex suis

fontibus in quæuis constituta loca cum certum sit imperitum uulgus opificum demonstrationum certitudine destitutum esse, pro ratione temporis & instituti nostri studiosis harum rerum explicatis aliquot exemplis uiam sternere conati sumus. Quod autem ad tractationem de tormentis attinet, etsi futurum uideam, ut insurgant in me sycophantæ, qui, cum nihil aliud quàm calumniari ac bonorum hominum studia pestilenti lingua insectari didicerint, nostros quoq; labores in perniciem rerumpub. & totius humani generis excogitatos esse clamitent, ac cœlum terræ misceant, tamen apud me tantum ponderis non habent, ut artium & ueritatis amantium industriæ ac studio minus interim consultum esse uelim. Difficile, me hercle, est huic hominum generi omnino os occludere & pestiferam calumniandi licentiam è medio tollere, sed tamen, ut boni ac sapientes studium synceritatis in nobis intelligant, atq; calumniantibus respondeatur, ne temerè aut malitiosè rem tantam molitus esse uidear, optàrim ut consilij mei rationem diligentiùs secum expendant, priusquam atro calculo nostrum institutum damnent. Ego quidem bono ac simplici ueritatis inuestigandæ studio, cum aliquando accuratius mecum considerassem, utrum eiaculandi illud sphæras è tormentis artificium, quod nostra ætate in usu esse uiderem, fundamentum aliquod ex Geometricis extructum demonstrationibus haberet, uisa est mihi res non indigna ulteriori inuestigatione, ut fontes ipsos & causas experimentorum diligentius perscrutarer. Cum igitur ad structuram ἀποδείξεων animum applicarem, assumptis & ante oculos constitutis, quæ ex obseruationibus artificum occurrebant, experimentis totam eiaculationis rationem, qua sphæræ extorquētur in præfixos scopos, tam per ὑποτείνουσαν simpliciter, quàm per κάθετον siue perpendiculum ex alto in subiecta loca instrumentorum adminiculo & certiùs explorari & commodiùs ubiq; ab illo, qui Elementorum Geometricorum potissimùm uerò Triangulorum cognitione sit instructus, qualiscunq; locorum situs offeratur, constitui posse deprehendi. Cuius consideratio-nis occasione factum est, ut, cum multiplices mihi locorum situs offerrentur, ex quibus eiaculationes fieri contingit, plures demonstrationes, quæ ad absoluendas dimensiones altitudinum, distantiarum, aliarumq; magnitudinum ab alijs nusquam explicatas requiruntur, contexerem ac totum artificium ex primis fundamentis extruerem. Ad huiuscemodi rerum inuestigationem solius accensus ueritatis amore, scriptum in priuatum usum conseruaui: uerùm postea cum amicis & Mathematum non ignaris hominibus id innotesceret, hortari non destiterunt, ut in communem gratiam & usum Matheseos studiorum in lucem emitterem. Quanquàm igitur nos uideremus calumniantium furori, nostros labores obiectum iri, tamen obtemperandum esse sapientibus hominibus in re non inhonesta constitui. Est sanè hominis Philosophi in rebus omnibus quatenus humano id ingenio concessum est à Deo, ueritatem perscrutari & ex effectis causas ratiocinari. Cum igitur opificum uulgus Geometricarum ἀποδείξεων luce destitutum, etsi in instrumentorum usu sit exercitatum sæpius cum successu eiaculationes experiri uiderem, causas experimentorum ratiocinatione demonstrationum à nobis collectas & apertos fontes ueritatis amantibus ante oculos constituere operæpretium putaui. Neq; uerò addubito, quin si perspexerint generosæ mentes Elementorum Geometricorū disciplinam non tam ociosas ac steriles θεωρίας complecti, quàm rerum maximarum, & quæ ad reipub. multiplicem utilitatem, ad defensionem munitionum & hostium machinas ac molitiones euertendas summa cum dexteritate conuerti ac usurpari possunt, consilia gubernare, atq; rationes rerum agendarum ex ueris fundamentis extructas præscribere, alacriori studio in pulcherrimam, stabilem perpetuò & immotam Mathematum scientiam sint incubituræ & nostros conatus boni consulturæ. Quod si fiat laborum fructum me non inanem percepisse putauero. Quantum Archimedes Syracusanus nobilissimus ille Architectus solida Mathematum scientia instructus non dico splendoris & ornamenti toti patriæ attulerit, difficillimarum, & quæ humanum ferè captum excedunt inuentione rerum, structura uitrei organi, in quo summa cum omnium admiratione stupendos illos corporum cœlestium motus ita ob oculos spectantium constituit, ut tanquam extra se rapti in cœlum uiuas & animatas quasi stellarum agitationes ac impulsus, ortus, occasus ac conuersiones multiplices sese intueri uiderentur, non dico quantum utilitatis toti reipub. extruendis instrumentis præstiterit, tanto ingenij acumine excogitatis ac inuentis, ut promptius & facilius ad stuporem usq; in admirationem raperentur aliorum hominum animi, quàm uel minimam fundamenti aut artificij rationem intelligentia apprehenderent, quorum usus erat partim in leuandis faciliori negocio ponderibus & loco tollendis, quæ uel maximarum uirium motum debilitassent, quemadmodum constat de nauigio, quod in terra totius Agrigentinæ multitudinis robore attrahente fixum & immotum perstitit, instrumenti uerò adminiculo unius duntaxat hominis attrahentis manum sequebatur, partim in artificiosis aquarum deductionibus, sicuti certum est agros Aegyptios certis temporibus recurrente inundatione Nili fluminis obrutos ipsius Archimedis machinis aquis deriuatis, ac in alia loca expulsis exiccatos, sed quantis in periculis in quum deplorato reipub. statu aduersus hostiles molitiones & turbulentas incursationes totam patriam diuturno tempore, tam nouis ac admirabilibus strategematis, quàm stupendo instrumentorum bellicorum apparatu & usu summo cum successu tutatus sit, cum inter cætera instrumento parabolæ in mari Adriatico ad satis longinquum interuallum hostium nauigia exusserit, manifestè testatur in historijs dux Romani exercitus

ercitus Marcellus, qui in difficili & periculosa oppugnatione Syracusarum solius industria ac solertia Archimedis subinde conatus suos debilitatos & uires esse fractas conqueritur, attamen cum tanta uirtutis admiratione religioneq;, ut parta uictoria tanti duntaxat artificis domum ab omni periculo conseruatam uoluerit. Nunc quoq; si principum & gubernatorum animi non essent omnino stultis cupiditatibus perniciosarum rerum perturbati, & crassa ueritatis ignorantia excæcati, aliquorum saltem industriam excitarent, qui nouis inuentionibus rerum, quibus incolumitas ciuitatum, dominij, ac publicæ libertatis, tutius defendi, conseruariq; posset, in periculosis statibus plurimũ præsidij adferrent. Quòd si quis nihilominus insano clamore aut stulta contentione nostræ responsioni obstrepere uoluerit, ut si dicat hasce nostras de tormentis demonstrationes faciliùs à plurimis ad perniciosas molitiones usurpatum iri, quàm ad defensionem aut simplicem ueritatis cognitionem, illi duntaxat respondemus: etsi rerum optimarũ facultas, cognitioq; à distortis ac planè deprauatis naturis in exitium sui ac plurimorum hominũ detorqueri poßit, ac plerunq; soleat, tamen illas per se ideo uitiosas atq; culpandas uideri minimè debere. Atq; hæc responsa sint sycophantibus: nam de bonis & eruditis artificibus non dubium est, quin nostræ sententiæ sint astipulaturi. In postrema parte nostri operis constituimus aliquot ἀποδείξεις Geographicarum obseruationum, quales ab alijs nusquam explicatas esse certum est. In his potißimum operam dedimus, ut studiosos ad ueros fontes duceremus, ex quibus certè, qui non sunt omnino stupido ingenio multiplicem utilitatem percipient. Nam in tota rerum tractatione potißimum in hoc neruos intendimus, ut agnita Geometricarum demonstrationum certitudine, omnes dimensionum rationes & modos, quorum usus esse poßit, tam in terrestribus, quàm maritimis locis, ante oculos explicatos haberent studiosi. Itaq; si qui per incognita & nunquam conspecta terrarum loca certo itinere rectaq; uia progredi cupient, si qui in Oceano aut ignoto mari à uero progressu ui tempestatis depulsi fuerint, quomodo consilium instituendum sit, ut certam poßint cursu contingere metam, hinc euidentißimè perspicient. Interim tamen non inficiamur, nos (quod certè nemo præstiterit) hic non omnia simul complexos esse, sed qualescunq; occasiones rerum occurrant, exemplar aliquot præscriptum esse, cuius imitatione, qualis instituenda sit ratiocinatio, non difficulter intelligent, qui nostrarum propositionum fundamentis solidè instructi fuerint. Hosce nostros labores speramus & Deo gratos esse & probaturos omnes sapientes. Itaq; non dubito, quin si optimarum rerum utilitatem, uel aliqua ex parte degustarint homines, qui non omnino abhorrent à consideratione diuinorum operum, maiore inflammati amore ad discendum sese applicaturi sint. Sed ita plerunq; fit, ut Poeta inquit,

Ignoti nulla cupido.

Paucis sanè contingit, nisi naturis generosis, quæ instinctu Dei ad eius sapientiæ inquisitionem, ueluti Naphtha ad ignem rapiuntur, quam abstrusam inter arcana sua, & à conspectu uulgi remotißimam natura abscondit, ut sine præceptorum opera, qui solida fundamenta iecerint, usum ac pulchritudinem rerum persentiscant. Ego certè sentio cum Democrito, ut ueritatem rerum omnium in altißimo puteo demersam, ita intelligentiam sapientiæ, quæ à Mathematis proficiscitur, propterea & difficiliorem & obscuriorem uideri, ne uulgi sordibus ac temeritate contaminata splendorem amittat. Hasce iuuenilium lucubrationum primitias, Clarißime uir, tui nominis auspicio in publicum prodire uolui, ut cum inter raros quosdam gubernatores, qui in hac extrema & corruptißima mundi senecta beneficio Dei laboranti ueritati manum porrigere non grauantur, te eum esse uideam, qui pro uirili sapientiæ studiosorum hominum industriam ad gloriam Dei & rectam aliorum institutionem promouere conetur, ac strenuam operam hic impendat, me uicißim tuas has uirtutes publicæ utilitatis causa agnoscere & quantum fieri potest, celebrare intelligas. Quanquam enim ex aliorum sermone, potißimum uerò optimi iuuenis, Ioannis Geritij, qui tua liberalitate ad uirtutem & literas discendas educatur, tuæ uoluntatis studium erga sanam religionis doctrinam, & optimarum rerum profeßionem, quas Deus in genere humano extare ad certiorem prouidentiæ suæ testificationem, & earum intelligentium hominum laboribus ad posteritatem tanquàm publicum patrimonium propagari ac transmitti uult, satis intellexerim, tamen certè multo gratius mihi fuit, quòd ipse tuam erga me beneuolentiam ac fauorem non obscuro argumento declarare dignatus sis. Itaq; me uicißim debere publico testimonio tuarum uirtutum ornamenta celebrare & gratitudinem animi erga te mei declarare existimo. Semper ita senserunt homines sani, rerum optimarum gubernatores singulari consilio Dei etiam in maximis confusionibus ad hoc constitui, ut contra plurimorum furores legitimi ordinis iusti defensores ac custodes sint, & exemplo uitæ præluceant alijs, qui ignorantia, aut iudicij imbecillitate impediti minus rerum ueritatem perspiciunt. Quapropter futurum spero, ut alij quoq; rerumpub. administratores tuarum uirtutum exemplis admoniti, de præsenti rerum statu & melioris uitæ institutione ad publicam salutem posthac sapientiùs consilia sua instituant. Nostri certè officij est, quos Deus sua gratia ac prouidentia ad testimonium ueritatis, & doctrinæ propagationem uocauit, ut non tantùm cognitas nobis rerum corruptelas integritate eius intelligentiæ, quæ

in mentibus nostris lucet, coarguamus ac seuerius etiam publicè insectemur, sed etiam alijs ad synceram ipsius Dei agnitionem uiam sternere conemur, & si quæ uirtutes in gubernatoribus emineant, non obscura testificatione comprobemus. Et si autem modestia animi tui perspecta mihi sit, tamen non ingratum tibi fore arbitror, T. Magnificentiæ nomen in hac commemoratione pulcherrimarum rerum celebrari. Quod si ex nostris laboribus, ut speramus, aliqua perueniat utilitas ad exteros, ac posteritatem, non dubium est, quin grata & iucunda sit illis futura tui nominis recordatio, qui tanta beneuolentia ueritatis studiosos complectaris, & inuites ut publicæ utilitatis causa optimarum rerum professionem sequantur. Quis nostrum aspiciens pulcherrima sydera Orionis aut Chironis non grata recordatione tantorum artificum ac optimorum uirorum memoriam celebret, qui suis laboribus & monumentis ad euidentiorem diuinorum operum intelligentiam posteritatem instruxerunt? Is demum uerus est iustitiæ ordo, cùm rerum publ. gubernatores, intelligentium ueritatis studia & labores sibi utiles ac gratos esse reuera declarant. Itaq; T. M. oro, ut propter gloriam Dei & publicam multorum utilitatem Philosophiæ studia, quæ sunt uerè necessaria rerum administrandarum instrumenta, tueri & fouere pergas, ac nostras qualescunq; lucubrationes boni consulas, ita futurum spero, ut Deo nostros conatus adiuuante aliàs celebriorem T. M. commendationem instituere liceat. Quod superest, oro Deum æternum Patrem, qui per filium suum Dominum nostrum IESVM CHRISTVM, æternam sibi Ecclesiam colligit in genere humano, ut te seruet incolumem, & consilia tua regat, ut tua gubernatio sit fausta & felix tibi & patriæ. Calendis Iulij, anno salutiferi partus 1561.

INDEX

INDEX EARVM PROPOSITIONVM QVAE in hoc opere continentur.

Propoſitio prima.

FINIS.

SECTIO PRIMA DE OBSERVATIONIBVS ΤΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ PRAEFATIO,

Qua explicatur ratio ordinis ac usus totius operis.


NTEQVAM explicationem nostrarum propositionum aggrediamur, visum est discentes de ordine ac distributione totius operis (vt ratio nostri consilij euidentius innotescat) breuiter admonere. Primùm igitur explicabimus obseruationes ferè omnium φαινομένων solis, lunæ, & stellarum inerrantium. His subiiciemus præcipuos canones primi motus, quorum structura ex sphæricis Regiomontanis Triangulis intelligitur, vsus verò ex sinuum tabulis potissimùm absoluitur. Ex quibus percipient studiosi exquisitam ac sanè mirabilem congruentiam calculi cum obseruationibus. Deinde sequetur expositio de Vmbris & fundamento scioterícorum instrumentorum, quorum constructionis aliquot exempla (vt ab artificibus sunt descripta) proponemus. Ac euidentibus demonstrationibus aperiemus, qua ratione ex sphæricis Triangulis horaria Verticalis circuli & Horizontis segmenta metiri liceat: vt hinc tanquam ex veris fontibus ad varias poli altitudines tabulæ conficiantur, quarum adminiculo expeditè instrumenta possint absolui. His constitutis, progrediemur ad generales altitudinum, latitudinum & distantiarum dimensiones, quæ optica ratione, siue per radium visiuum expediuntur. Eas omnes rationibus à nobis recens inuentis citra vllum calculi vsum exquisitissimè absoluemus, quibus deinceps annectitur breuis explicatio de Planis superficiebus, vt earum mensuratio ex primo Triangulorum libro manifestè constet. Inde exequemur illas dimensionum obseruationes, quarum vsus ad librationes in ducendis aquis seu per canales, seu riuulos, immensam adfert commoditatem, vt etiam rationes fodiendi in subterraneis meatibus faciliori ratiocinatione colligantur, in quibus opificum vulgus cum maximè hallucinetur, tum iacturam sumptuum non mediocrem subinde facit. Hinc vlterius progressi totum artificium eiaculandi sphæras è tormentis ex quocunq; situ in præfixa loca assumptis obseruationibus, quæ necessariæ sunt, ex certis & immotis Elementorum Geometricorum fundamentis extruemus. Tandem multiplicia Geographicarum obseruationum genera patefaciemus, quarum vsus erit non tantùm peregrinantibus per terram ad constitutionem anguli positionis, itinerarij interualli, & exquisitæ conspectarum regionum descriptionis, verumetiam nauigantibus in Oceano, vt omnes Mundi angulos euidentissimè intueantur ac perlustrent: quinetiam distantias littorum, insularum, ac scopulorum apparentium certissimè possint explorare. Quòd autem ad particularem singulorũ expositionem attinet, hanc viam ingrediemur, vt abstersa obscuritatis caligine primò copiosius & explicatius propositionis sententiam euoluamus, deinde præter exempla ἀποδείξεις Mathematicas, ubi res postulabit, contexamus.

De structura instrumenti, cuius usus ad obseruationes multiplicium φαινομένων, quæ in hoc opere explicantur, necessarius est.

PRisci Mathematum professores, multiplicibus vsi sunt instrumentis, non tantùm ad obseruationes τῶν φαινομένων, verumetiam loco tabularum primi & secundi motus, vt sine scrupuloso calculo celerius stellarum loca ipsis apparentijs congruentia certis temporibus constituerent. Astronomi ad explorandos illarum cursus cõstruunt Armillas Astrolabicas (ut apud Ptolemæum libro quinto μεγάλης συντάξεως, & Regiomontanum in Epitome, & Copernicum lib. 2. cap. 14. videre licet) Torquetum, instrumẽtum Parallaticum, quod fit ex tribus regulis in Trianguli figuram connexis, & quadrantem Geometricum, qui sumitur ex Planisphærio. Hipparchus per Dioptram, cuius structura in Astronomicis hypothesibus à Proclo eruditè explicatur, apparentes solis & lunæ diametros obseruabat. Geographi ad inuestigandas longitudinum ac latitudinum in diuersis regionibus differentias, vtuntur Horoscopijs & Meteoroscopijs. In aquis ducendis adhibentur Hydroscopia & Chorobates, de quo Vitruuius, vt suo loco dicemus. Et his pauimenta exquisitè ad planiciem Horizontis strata explorantur. Inter hæc omnia instrumentorum genera nul-

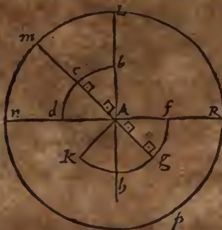
lum accommodatius ad omnes apparentiarum obſeruationes, quæ in opere
ſequenti exponuntur, & paratu facilius præter quadrantem Planiſphęrij inue-
nire licet. Quare cum eius vſus præ cæteris ſemper mihi placuerit, ſtructuram
eiuſdem noſtris congruentem propoſitionibus, breuiter hic diſcentibus ante
oculos conſtituere operæpretium fuerit. Primùm igitur ex metallo, nempe cu
pro, aut orichalco tabulam iuſtæ magnitudinis fabricabimus, cuius vtraq; ſu-
perficies exquiſitè complanata quatuor lateribus includatur. Sed qui metal-
lum elaborare non poſſunt ſolidiſsimum lignum, quale fit ex buxo, nuce, & fa
go in locum illius ſubſtituent. Hac ita præparata, propè aliquem angulorum,
vbi nimirum eſt concurſus duorum laterum loco centri punctū aliquod con-
ſtituemus, in quod extractæ ab aduerſis partibus lineæ ad rectum angulum
exactè conueniant. Super hoc centro ſecundum eam magnitudinem, quam ſu
perficiei longitudo admittit, tres circumferentias circino deſignabimus, qua-
rum vnaquæq; neceſſario ſui circuli quadrantem complectitur. Hoc operis
abſoluto, vtramq; interiorem in nonaginta æqualia ſegmenta partiemur, & ex
illius ſectionibus quæ centro vicinior eſt in aduerſas alterius ſectiones rectas
extendemus, ea ratione vt hæ limbum conſtituant, qui referat eandem nona-
ginta ſegmentorum diſtributionem. Singulas deinceps huius limbi partes, ſi
tam exiguæ diuiſionis capaces fuerint, in 60 ſcrupulos more Aſtronomico di
ſtribuemus. Vt autem conſpectior ac euidentior appareat ſegmentorum di-
ſtinctio, viciſsim alia ab alijs atro colore diſcernentur. Cæterum vt numerus
partium vbiq; ſit in conſpectu ex ſingulis limbi ſectionibus, quæ intra ſe com-
prehendunt quinarum ſegmentorum numerum, in exteriorem quadrantem,
ſumpto à baſi initio, rectas lineas educemus. Intra primum ſpacium duabus
incluſum lineis conſtituemus numerum 5, intra ſecundum 10 & ſic deinceps
æqualibus incrementis progreſsi integrum quadrantem abſoluemus. His ita
conſtitutis, inſcriptionem ſinuum perficiemus in hunc modum. Alteram qua-
drantis lineam, quæ baſis vicem ſuſtineat, ſi congruentem huic diſtributioni
magnitudinem ſortiatur, iuxta numerum ſinus maximi à Regiomontano in
tabulis conſtitutum in 60000 æqualis diuidemus portiunculas, quibus ad la
tus, prout vbiq; commodum fuerit à circumferentia exorſi verſus centrum
progrediendo numeros ſuos adſcribemus. Ex ſingulis deinde interioris cir-
cumferentiæ ſegmentis in baſin πρὸς ὀρθὰς rectæ lineæ, quę ſupplebunt locum
ſinuum rectorum, extendentur. Vt autem hoc euidentiùs intelligant diſcētes
vniuſcuiuſq; circumferentiæ, quæ aſcendit à baſi vſq; ad conſtituti finem ſe-
gmenti ſinum rectum in tabulis Regiomontani inueſtigabimus, & ſecūdum
occurrentem numerum in baſin Quadrãtis, cuius exquiſita iam ſit abſoluta di-
ſtinctio, circini pedes expandemus. Hinc patefiet magnitudo ſinus recti, qui
præfixam Quadrantis περιφέρειαν ſubtendet. Quare, vt hic in ſuperficie inſtru
menti deſignetur, cōſtituentes vnam circini cuſpidem, in finem ſegmenti, ex-
periemur qua in parte ipſam baſin altera πρὸς ὀρθὰς contingat. Reliquorū om-
nium ſinuum eſt eadem conſtitutionis ratio. Ac quidem hic ſcire licet, nobis
ideo huiuſcemodi ſinuum deſcriptionem vtilem videri, vt vſum tabularum in
obſeruationibns præſtent. Sed tamen ſiue placuerit vti numeris tabularū, ſiue
hac deſignatione, id tuo, ſtudioſe lector, permittimus arbitrio. In hūc modum
abſoluto Quadrante commodum fuerit exquiſitè ipſum ex tabula excindere,
reſectis nimirum partibus, quæ totam ambiunt ſuperficiem. Alteri deinde la-
teri impingemus pinnacidia, in quibus excauata foramina exactè eundem ſi-
tum occupent, ſiue, vt alij loquuntur, in directum conſtituantur, quorum vſus
erit inter obſeruandum vt radios ſolares aut viſiuos, vt exploremus ſtellarum,
aut aliorum corporum eleuationes, tranſmittant. Ad eandem cōmoditatem

fabricare licebit tenuiorem regulam, quæ quadrantis cētro ſtyli cuſpide infixa per totam eius planiciem circumuolui poſsit, & per ſimilia pinnacidia ſignorū apparentium radios excipiat. Hac ratione ad omnes vſus abſolutam habebimus inſtrumenti ſtructuram, cui tamen interdum adhibendum erit perpendiculum. Hoc autem conſtat tenuiſsimo filo, cui appenſum ſit κωνάριον, ſiue plumbea ſphęrula, vt eius adminiculo centrum & polus Horizontis vbiq; locorum innoteſcant. Tandem vt hæc ab omnibus euidentiſsimè intelligantur, totius inſtrumenti picturam oculis intuentium exponemus. Sit igitur tabella quatuor lateribus cōprehenſa a c k b. In hac conſtituatur centrum a, in quod concurrunt rectæ c a & b a angulum c a b rectum conſtituentis. In recta a c infra c deſignata ſunt ſigna k & p. Et ex his tribus deſcriptæ ſunt circumferentiæ c b, k m, & p n, quarum vnaquæq; circuli quadrans exiſtit, ſed duo interiores ex his in 90 æqualia ſegmenta ſunt diſtributi, quorum initia ſunt m & n. Cum autē extractæ ſint rectę lineę ex partibus ipſius p n in aduerſas ipſius k m, conſtituitur limbus p k m n ſimiliter in 90 portiones ſectus, ex quo deinceps educuntur aliæ rectæ lineæ in extremum c b quadrantem, ita vt inter binas intercipiantur 5 ſegmenta, quorum tota circumferentia habet 90: quare in infimo ſpacio prope b conſtituitur numerus 5, in ſequenti 10 & ſic deinceps vſq; in c. Inſuper quadrantis baſis a d diſtributa eſt in 60000 æquales portiunculas, quarum initium numeratur a d verſus a centrū adſcriptis, vt apparet, numeris. In hanc baſin ex finibus ſegmentorum interioris circumferentiæ ad rectos angulos extenduntur rectæ, quæ vocantur ſinus recti. Vt ergo earum deſignationis ratio intelligatur, conſtituantur particulares circumferentiæ e f & d h, quarum ſinus recti in tabulis Regiomontani inueſtigantibus occurrunt. Si nunc oblatos numeros inquiramus in d a quantas illius ratione magnitudines ſortiātur, patefiet. Expanſo igitur circino ad minorem quantitatem, ſi conſtituatur cuſpis alterius pedis in f, continget altera ipſam a b in ſigno d πρὸς ὀρθάς. Quare f d eſt ſinus rectus circumferentię f b. Eadem ratione h g eſt ſinus ipſius h d maioris. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo reliqui ſinus omnes ſint deſignati. Supereſt nunc vt reſecentur partes tabulæ c k b & reliquæ ipſis c a & b a lateribus adhærentes, vt ea exquiſitè complanari poſsint: poſtea ipſi a c infixa ſunt pinnacidia, & a centro mobilis, regula a l, quæ tamen pro ratione vſus auferri ac reſtitui poſsit. Hoc igitur artificio abſolutam habemus quadrantis noſtri fabricam, & omnibus obſeruationibus, quæ infra ſunt deſcriptæ, exquiſitè congruentem.

PROPOSITIO I.

Quomodo solis ac stellarum eleuationes supra Horizontem quouis tempore quadrantis adminiculo liceat obseruare.

Nemini dubium est, quin sol ac stellæ fixæ ab exortu emergentes paulatim altius supra Horizontem eleuentur, donec summum in cæli medio fastigium occupantes, inde simili reuolutione in occiduam Horizontis partem descendant. Obseruationis harum eleuationum ad notanda cæli φαινόμενα multiplicem vsum habent. Quare vt discentes intelligant, quomodo posſint eas explorare, scire licet ab artificibus constitutos esse circulos verticales, qui per verticem loci ac centra stellarum transeuntes, Horizontem ad rectos angulos secent. Est igitur eleuatio solis, aut cuiusuis stellæ nihil aliud, quàm segmentum circuli verticalis inter centrum stellæ & Horizontem interceptum. Cuius dimensionem absoluemus in hunc modum. Apparente sole constituemus quadrantis basin in planam tabellam, quæ Horizontis planiciei æquidistet, quod facilè experiemur, sicut infra demõstratione patefecimus, si à vertice quadrantis perpendiculum suspensum exquisitè in cẽtrum descendat. Deinde in eum situm mouebimus instrumentum, vt sublata mobili regula, solis radij per vtriusq; pinnacidij foramina deferantur. Hic iam cuspis regulæ in contactu circumferentiæ inquisitam solis eleuationem ante oculos constituet, sed noctis tempore in obseruationibus stellarum fixarum aut planetarum, circumuoluemus instrumentum donec intuentibus eiusdem planæ superficiei applicari videantur, ac regulam attollemus, vt radius visiuus per ipsa pinnacidia delatus, constitutam stellam apprehendat. Easdem verò altitudines non minus exquisitè per illa pinnacidia, quæ instrumenti lateri sunt infixa, officio perpendiculi obseruabimus. Nam simili ratione si radij solis per foramina excipiantur, perpendiculum ex centro demissum secabit illam circumferentiæ partem, cuius à basi distãtia sit æqualis inquisitę eleuationi. Et hîc meminerint studiosi hasce obseruationes solis & stellarum æquales ab artificibus constitui illis, quæ in ipso terræ centro fierent, propterea quòd vniuersali constet experiẽtia terram collatione distantiæ solis & multò magis stellarum inerrantium puncti vicem obtinere: sed in luna, quæ contingat differentia alibi nobis explicabitur. Porrò Ptolemæum ipsum libro 1. Magnæ constructionis cap. 5, hac de re loquentem audiamus: cuius verba sic habent. Ἀλλὰ μὴν ὅτι καὶ σημείου λόγον ἔχει πρὸς αἴσθησιν ἡ γῆ, πρὸς τὸ μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν καλουμένων σφαίρας ἀπόστημα, μέγα μὲν τεκμήριον, τὸ, τὰ πάντων αὐτῶν τῶν μετρῶν, τά τε μεγέθη, καὶ τὰ διαστήματα τῶν ἄστρων, κατὰ τοὺς αὐτοὺς χρόνους ἴσα καὶ ὅμοια φαίνεσθαι πανταχῆ. καθάπερ αἱ ἐπὶ διαφόρων κλιμάτων ὑπὸ τῶν αὐτῶν τηρήσεις οὐδὲ τὸ ἐλάχιστον εὑρίσκονται διαφωνοῦσαι. Vt ergo res ipsa fiat euidentior describatur ex a centro, quod terram nobis repræsentet, circulus verticalis n l p, in quo sit L polus Horizontis, m sol, n a k dimetiens Horizontis. Est igitur m n segmẽtum eleuationis quod inquiritur in hunc modum. Constituitur instrumentum m d b versus solem, ac eleuatur a c regula in eam altitudinem, vt radius ex m per foramina pinnacidiorum deferatur. Iam verò cum basis instrumenti a d cõsistat in recta n r, circum a centrũ designati sunt arcus homocentri m n & c d. Quare cum similis sit d c ipsi n m inquisitæ altitudini, fatendum erit ipsam inuentam esse



per

per arcum d c. id quod constituendum erat. Iterum vt inueniamus eandem altitudinem n m, disponatur latus quadrantis A b in rectā A g vt radius solis ex b m eodem modo, quo antea per pinnacidia deferatur, tum basis A d succedet in locum rectæ A k & demittatur perpendiculum ex A centro, quod ipsam quadrantis circumferentiam secet in h signo. Hoc constituto, dicimus k h segmentum æquale esse ipsi d c. vtq; hoc demonstremus adijciatur arcui h g complementum g f. Cum iam idem solis radius in c a g secet rectam n r, erit per 15 primi elementi angulus d a c æqualis ipsi g a f: quare & arcus d c æquatur ipsi g f. Porrò circumferentia h g f est quadrans circuli, similiter & k h g per hypothesin. ergo etiam æqualis. Vtriq; autem est communis h g, quo sublato necesse est k h ipsi g f æquale relinqui, sed g f æquatur d c. igitur & k h arcus ipsi d c æqualis cōstituitur. Manifestum est ergo circumferentiam, qua deflectit perpendiculum à basi instrumenti eandem altitudinem solis, aut stellæ nobis patefacere, quam ex sublata regula, dum basis collocatur in planiciem Horizontis, deprehendemus.

PROPOSITIO II.

Quibus obseruationibus Meridianæ lineæ situs in quouis Horizonte deprehendatur.

Ad obseruationes sequentium φαινομένων in primis requiritur, vt Meridianæ lineæ situm exquisitè constitutum habeamus. Quare sequitur, vt de eius inuentionis modis tractationem hîc instituamus: quorum primus ac simplicissimus est talis. In plana tabella, quæ ad superficiem Horizontis exactè sit collocata, ad rectos angulos erigitur stylus, cuius vmbra cum ante Meridiem obseruatur, eodem temporis momento per antegressam propositionem solis altitudinem supra Horizontem explorabimus, ac diligenter vmbræ fine notato, expectabimus à Meridie donec frequentibus obseruationibus solem ad eandem cum priore altitudinem deuolutum esse constet. Quo constituto, ducemus ex fine tunc apparētis vmbrę in alterum, qui antea notatus est, rectam lineam. Hac in semisses distributa, extendemus à stylo cōstituto aliam rectam exquisitè in ipsam sectionem, quam fore Meridiei lineam inquisitam non est dubium. Quòd si nolis obseruationū labore fatigari, expanso circino vmbræ pomeridianæ magnitudinem identidem licebit explorare, donec sortiatur æqualem ipsi antemeridianæ longitudinem. Nam hinc manifestum erit solem ad æqualem priori altitudinem descendisse. In reliqui operis processu nulla varietas constituitur. Vt ergo studiosus artis rem euidentius percipiat, erigatur stylus f a in superficie tabulæ ad rectos angulos, & sol ante Meridiē in g per summitatem f radium extendat in b. erit igitur vmbra styli a b. Post Meridiem verò ad æqualem priori altitudinem descendens in h radium mittit per f in d: quare tunc vmbra fit a d, quam ipsi a b æqualem esse alibi à nobis demonstratum est. Connectantur iam recta linea vtriusq; vmbrę fines, quæ sit d b. Hæc in semisses distribuatur nempe d c & c b: quare ex a ad sectionem c recta extensa a c, inquisitam Meridiei lineam patefacit. Secundus obseruationis modus est talis.



In superficie ad planiciem Horizontis strata super dato centro ad conuenientem magnitudinem circulus designatur. Hinc centro ad rectos angulos stylus infigitur, cuius vmbræ finis ante Meridiem cum exquisitè ipsam circuli περιφέρειαν attingit, in ea notari debet. Hoc operis à Meridie repetitur, ac intra notatos vtriusq; vmbræ fines intercepta circumferentia in duo æqualia segmenta diuiditur. Postea per centrum huius circuli ad ipsam sectionem recta protrahitur, quæ verum Meridianę lineæ situm ante oculos constituit. Ergo super centro b, cui infigitur stylus a b designatus sit circulus c k d. Iam antè Meridiem cum radius solis ex g per a decurrit in d, vmbra b d exactè ad circumferentiã consistat. Eodem modo à Meridie cum radius ex k per a in c defertur vmbra b c in circumferentiam recipiatur. Hoc constituto, partiemur arcum c d in æqualia segmenta, quæ sint c f & d f. Iam per centrũ b ad ipsam f sectionẽ ducatur recta b f, quæ vera Meridiei linea existit. Tertiò obseruamus Meridianæ lineæ sitũ per exortum & occasm solis, atuu stellarũ fixarũ in eum modũ, qui sequitur. In plana Horizontis superficie super cõstituto cẽtro cuiuscunq; magnitudinis circulũ describimus, intra quẽ sole oriente planũ instrumenti ita collocamus, vt centrũ huius illius cẽtro exquisitè imponatur, ac circũuoluimus in eum situm, vt solis radij per foramina pinnacidiorũ, quæ lateri sunt infixa, rectè ingrediãtur. Quo constituto euidenter apparet qua in parte radius exorientis solis secet περιφέρειαν designati circuli. Quare tẽpore solis occasus hanc operationẽ repetentes eam, quæ inter vtramq; sectionẽ cõprehenditur circumferentiã in æqualia segmẽta distribuimus. Deinde eadem ratione, qua superius per centrum circuli ad punctum sectionis rectã lineã, quæ verum Meridiei situm patefacit, extendimus. Quòd si de nocte per obseruationẽ stellæ fixæ eundem petamus scopũ, oportebit ipsam in exortu & occasu per foramina pinnacidiorũ intueri, atq; in hũc vsum talem aliquã assumemus, quæ circa aduersam Septẽtrioni partẽ constituta, intra tẽpus eiusdẽ noctis oriri & occidere possit, id quod hyberno tẽpore cõmodissimè licet obseruare. Describatur nũc in Horizõtis plana superficie ex a cẽtro circulus f c r, intra quẽ cõstituitur quadrãs h a b ita vt per lateris b a pinnacidia solis radij in d orientis irrumpant: quare a b recta in circumferentiam extensa eandem secat in e signo, quod est è regione loci solis exortus. In hoc situ basis quadrantis est in recta a h. quare sole occidente in l a b latus in rectam a k transferatur, ac basis in a g, vt iterum radius l a per foramina pinnacidiorũ excipiatur. Quo constituto, producatur etiam a k recta vsq; in circuli περιφέρειαν, quã hic in p signo cõtingit. Vt ergo situs Meridianæ lineæ innotescat, segmentũ p e partiemur in semisses p f & f c, & ex f sectionis puncto rectã extrahemus per a centrũ vsq; in r. Erit igitur f a r vera Meridiei linea.

PROPOSITIO III.

Quomodo polus Mundi arcticus per reuolutionem alicuius ſtellæ ſemper apparentis explorari poſsit.

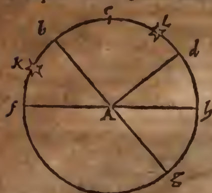
Plurimæ obſeruationes cæleſtiū apparentiarū ſine exquiſita poli ſupra Horizontem eleuationis cognitione abſolui non poſſunt. Neceſſariū eſt igitur vt hîc inueſtigemus, quibus rationibus exquiſitiſsimè eius altitudo per quadrantem poſsit explorari. Cōmodiſsimè id operis expediemus per obſeruationem reuolutionis alicuius ſtellæ fixæ ſupra Horizontē ſemper apparētis, quales potiſsimùm ſunt in his Septētrionalibus locis, quæ cōſtituuntur in quadrilatero minoris, & maioris vrſæ. Ac vt rem euidētius percipiāt diſcētes, ſcire licet omnes ſtellas primi motus raptu per circulos ęquatori parallelos circū polos mundi ſemper ęquali tēpore cicūuolui. Qua de re eruditè Ptolemęus lib. 1, Magnæ conſtructionis in hunc modū diſſerit. πρὸς δὲ τούτοις ἔτι κἀκεῖνο τῶν καθόλου τις ἂν ἡγήσαιτο δικαίως προλαβεῖν, ὅτι δύο διαφοραὶ τῶν πρώτων κινήσεων ἐστὶν ἐν τῷ οὐρανῷ, μία μὲν ὑφ᾽ ἧς φέρεται πάντα ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμάς, ἀεὶ ὡσαύτως καὶ ἰσοταχῶς πειρμένας τῇ περιαγωγῇ ἐπὶ παραλλήλων ἀλλήλοις κύκλων, τῶν γραφομένων, δηλονότι, τοῖς ταύτης τῆς πάντα ὁμαλῶς περιαγούσης σφαίρας πόλοις. ὧν ὁ μέγιστος κύκλος ἰσημερινὸς καλεῖται, διὰ τὸ μόνον αὐτὸν ὑπὸ μεγίστου ὄντος τοῦ ὁρίζοντος, δίχα πάντοτε διαιρεῖσθαι, καὶ τὴν κατ᾽ αὐτὸν γινομένην τοῦ ἡλίου περιστροφὴν ἰσημερίαν πρὸς αἴσθησιν πανταχοῦ ποιεῖν. Quod cum ita ſit, neceſſe eſt illos circulos, in quibus reuoluūtur ſtellæ ipſis polis propinquiores pro ratione acceſſus minores fieri. Atq; ea ratione fit vt in ĳs locis ſupra quę polus Mundi altius eleuatur, quàm ſint ſtellarū ab eo diſtantiæ, integri earū circuli ſupra Horizontem exiſtant, vtq; eas apparere quacunq; in parte ſit neceſſe. Cum ergo vbiq; terrarū Meridianus circulus, quē Ptolemæus μεσημβρινὸν vocat, per Mundi polos procedat, demonſtratur per 17 tertĳ Triangul. Regiomōtani omnes dictę reuolutionis circulos ab eo in ſemiſſes diſtribui. Itaq; in vna ſectionū erit infima ſtellæ ſupra Horizontē eleuatio, in altera ſuprema, ex quarū obſeruatione altitudo poli innoteſcit. Cum enim vtrobiq; maneat ęqualis à polo diſtantia, ſi hęc eleuationū differentia in ſemiſſes diuidatur, quorū alter ex ſuprema obſeruatæ alticircūferentia altitudinis tollatur, aut infimæ adĳciatur, exquiſita poli eleuatio relinquetur. Talem igitur inſtituemus obſeruationis operationem, vt per antegreſſam propoſitionē ſuper inuentā Meridiei lineā inſtrumenti baſin collocantes circūferentia in Septentrionē cōuerſa per radiū viſiuum obſeruemus, quando ſtella præfixa planę ſuperficiei adhærere videatur, ac eodem momento iuxta primā propoſitionē eius altitudinem exploremus. Poſt ſpacium tēporis duodecim horarū, quia tunc ad eandem inſtrumenti planiciē ſtella reuertetur, idē operis repetentes alterā experiemur eleuationē. Deinde minore ex maiore ſublata, differētiā remanētē partiemur in duo æqualia ſegmenta, quorū alterū annectemus inferiori ſtellę eleuationi hinc cōſurget inquiſita poli altitudinis circūferentia. Cōſtituamus igitur in Meridianā lineā a g inſtrumēti baſin a f. Ex eodem a cētro deſignetur quadrans Meridiani circuli in Septentrionis parte m g in cuius inferiori parte h collocata ſtella per ſemicirculum h n l in ſuperiorem partem l cōſcendat Igitur l h

ſegmentum in ſemiſſes l k & k h diſtributum polum mundi in k patefacit, qui inquiritur. Cum ergo apparuerit ſtella in h, eleuata mobilis regula, ut radium viſiuum in ſtellam tranſmittat, offertur arcus d f cui ſimilis eſt h g, qui infimam eleuationem ſtellæ deſignat. Sed cum eadem ſtella aſcenderit in l, attollitur regula ſupra arcum f b, cui ſimilis eſt ſumma illius altitudo l g. Iam verò ſublato arcu f d ex f b, ſupereſt arcus b d, cui ſimilis l h. Ille igitur diuidatur in æqualia ſegmenta b c & c d: ſiue nunc auferamus b c ex b f, ſiue c d ipſi d f connectamus, idem arcus c f conſurget, ac ſimilis huic eſt k g inquiſita poli altitudo. Et hinc manifeſtum eſt, ſi regulam eleuemus ad altitudinem f c cælatum per foramina pinnacidiorum viſus radium ferè loco axis mundi in k polum, vt apparet, excurſurum.

PROPOSITIO IIII.

Qua ratione ſolis ac ſtellarum declinationes ab Æquatore obſeruentur.

Conſtituta poli Mundi ſupra Horizontem altitudine, non difficile fuerit ſolis ac quarũuis apparentium ſtellarum declinationes ratiocinari. Eſt enim declinatio ſegmentum magni circuli per Mundi polos ac ſtellam traducti, quo ea deflectit ab æquatore in Septentrionem aut Meridiem. Iam verò cum inter polum & æquatorem intercipiatur quadrãs Meridiani circuli, manifeſtum eſt illius eleuationem ſupra Horizontem facillimè inueniri poſſe. Eſt enim æqualis (vt poſtea demonſtrabimus) altitudinis poli complemento. Ipſi verò poli altitudini æquatur ſegmentum Meridiani, quod eſt à ſigno τῇ κορυφῇ vſq; ad æquatorem. Si ergo nobis obſeruantibus ſtellam, quæ in Meridianum inciderit, offeratur minor altitudo poli cõplemento, idq; in auſtrino à verticali ſigno quadrante, vtriuſq; differentia cõſtituet Meridionalem ſtellæ declinationem, ſin autem maior eiuſdem ſtellæ occurrat eleuatio, differentia dicetur declinatio Septentrionalis. Quòd ſi apparuerit ſtella in quadrante Boreali, altitudinis eius & poli arctici differentia, erit complementum arcus, quo arcui illa declinat ab æquatore. At hæc euidentiùs ſequenti ſchemate nobis demonſtranda ſunt.



Ex a centro deſignetur Meridianus circulus f c g, quem diameter Horizontis f a h diuidit in ſemiſſes. In eo conſtituatur c verticale ſignum. a d ſit axis mundi, b a g dimetiens æquatoris, k & l ſint duæ ſtellæ fixæ. Eſt igitur d h altitudo poli, d c complementum, c b diſtantia verticis ab æquatore, b f, æquatoris eleuatio, l h altitudo ſtellæ Septentrionalis, & eiuſdem declinatio l b k f alterius meridionalis, & declinatio k b. Demonſtrandum hîc eſt arcum f b adæquari c d & b c ipſi d h. Primò cum in d ſit polus & in b circulus, manifeſtum eſt arcum d b eſſe quadrantem. Eodem modo cum in c ſit verticale ſignum & in f Horizon, conſtat arcum c f eiuſdem circuli quadrantem eſſe. Ergo vterq; arcus alteri eſt æqualis, nimirum d b ipſi c f. Et vtriq; communis eſt b c intermedius arcus, qui ex æqualibus ſublatus, relinquit arcum f b æqualem ipſi c d. Sed f b eſt eleuatio æquatoris, & c d cõplementum altitudinis poli. Demõſtratum eſt igitur, quod antea cõſtituimus. Eadem ſtabiliemus demonſtratione interuallum æquatoris à vertice adæquari poli altitudini. Conſtat enim ex ijs, quæ paulò antè diximus, b d eſſe quadrantem, & arcus c h definit ſigni verticalis à Septentrionali Horizontis parte diſtantiam: quare etiã qua-

drans

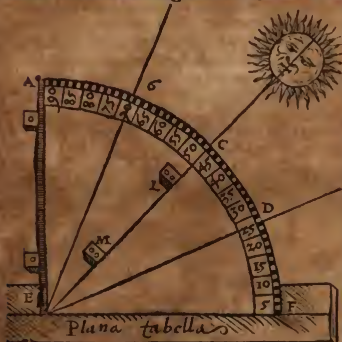
drans erit,& æqualis ipſi b d. Vtriq; etiam communis eſt arcus c d,quo ſublato,neceſſe eſt b c ipſi d h æqualem relinqui. Vt iam veniamus ad inſtitutum, quia k ſtellæ fixæ meridiana altitudo k f,minor eſt æquatoris eleuatione f b, manifeſtum ſiue tollatur ex f b,ſiue ex c d æqualem vtrobiq; declinationis arcum relinqui,videlicet, vt æqualis ſit k b differentiæ qua excedit c d ipſam k f. Quòd autem k b vocemus declinationem Auſtrinam, manifeſta ratio eſt, quia in auſtrino Meridiani quadrante infra æquatorem conſtituitur. Contrarium eueniret,ſi k ſtatueretur ſupra b. Tunc enim ipſa f b aut c d ex f k tolleretur,& differentia relicta cum eſſet intra polum arcticum & æquatorem, Septentrionalis appellaretur. Cæterùm ſtella l cum ſit inter verticẽ ac Septentrionem eiuſdem à polo diſtantia: nempe l d relinquitur ex ſubtractione arcus d h ab arcu l h. Quare cum b d ſit quadrans, erit arcus l d complementum arcus l B, qui eſt eiuſdem l ſtellæ ab æquatore Septentrionalis declinatio,id quod nobis demonſtrandum erat. Idem eſſet operationis proceſſus, ſi l appareret infra d,vt exempli gratia in h,tunc arcus d h, qui altitudinis differentiam conſtituit,eſſet complementum ipſius h g, qui declinationem eiuſdem h oſtenderet,quæ à Septentrione appellationẽ quoq; ſortitur,cum inter arcticum mundi polum & æquatorem h conſiſtat.

PROPOSITIO V.

Obſeruatio, quantum circulus obliquus,qui eſt per medium ſignorum, ad Æquatorem ſit inflexus.

Tantus eſt huius propoſitionis in Aſtronomica ſcientia vſus, vt ſine exquiſita eius cognitione nihil in arte cõſtituere vel obſeruare liceat. Nam omnium ſtellarum fixarũ & planetarum longitudines, latitudines, ac declinationes ad inflexionem circulorum æquatoris & eclipticæ cõferuntur. Atq; hic obliquus circulus,eſt in quo ſol totius anni ſpacio contra primi motus raptum ab occidente verſus orientem ſui curſus periodum abſoluit. Quare ſimplicisſimè hîc rationem obſeruandi quantitatem anguli inclinationis zodiaci & æquatoris edocebimus. Claudius Ptolemæus libro μεγάλης συντάξεως cap.10,ad obſeruationem huius negocij operoſiora & difficiliora inſtrumenta fabricare docet, nos tamen qua ratione eundem ſcopum non minori facilitate quàm certitudine attingamus demonſtrabimus. Sed vt ad rem ipſam accedamus, quadrantis baſin ſuper tabellam aliquam planam Horizonti æquidiſtantem ad rectos angulos ita collocabimus,vt in Meridiani plano exactè conſiſtat,circumferentia ad Meridiem conuerſa. Horum prius (vt inquit Ptolemæus) deprehendemus,ſi ſuſpenſum perpendiculum ab eo ſigno, quod rectà in polum Horizontis tendit,& fulcris ſuppoſitis, vbi res poſtulabit tantiſper obſeruemus, donec erectum circuli planum æquabiliter attingat. Alterum verò, nempe vt inſtrumentum idem cum meridiano planum occupet, ex inuentione meridiei lineæ,quam anteà enarrauimus, percipies. Nec tamen hoc omnino neceſſarium eſt,ſed, ſi uel eidem lineæ æquidiſtet, ſuffecerit,quod facilè cõſequemur, ſi exquiſitè ſignata in pauimento aut tabula Meridiei linea inſtrumentum in obliquum circumducamus, donec illi æquidiſtare videatur. Obſeruabimus igitur aliquot diebus Meridiei tempore antequam ſol in principium cãcri vel capricorni ingrediatur,ad quantam circumferentiæ altitudinem mobilis regula à baſi eleuata,radios ſolis per pinnacidia ingredientes excipiat. Quæ obſeruatio ſi tempore æſtiui ſolſtitij facta fuerit, notabimus diligenter altiudinem ſolis meridianam illius diei,poſt quem proximi minorem deprehenderimus. Quare ſi poli altitudo ſupra tuę obſeruationis locum cognita fuerit, complementum eius ab hac ſuprema ſolis altitudine ſubductum,maximam circumfe-

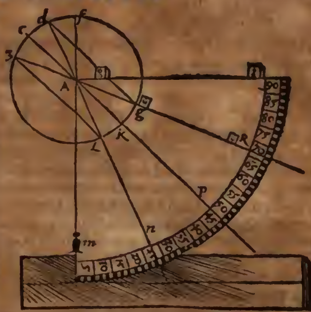
rentiæ portionem, inter æquatorem & eclipticam interceptam, relinquet. At si fingamus eleuationem poli ignotã eandem obseruationem, vbi solem prope capricornum inuenerimus, repetemus. Et minimam solis altitudinem hyemis tempore obseruatam, cum è priori æstate deprehensa sustuleris, distantia tropicorum cancri & capricorni apparebit. Media huius distantiæ pars maximum circumferentiæ segmentum, quo sol ab æquatore declinat, patefaciet.

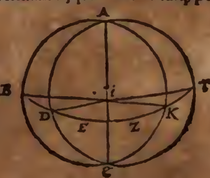


Sit quadrans a e f cuius lateri a e perpendiculum adhæret, tabella plana e f g, e f meridiana linea, cui inferius quadrantis latus ad rectos angulos insistit. B sit maxima solis altitudo æstatis tempore in meridie, d minima hyemis tempore obseruata. Quare b d segmentum tropicorum distantiam definit. Hæc bifariam secta in c, in qua sol æquinoctij tempore versatur, angulum inclinationis planorum eclipticæ & æquatoris b e c, siue c e d manifestum reddit. Itaque solis lumen per m l sola lamina transmissum, per æquinoctialis diametrum procedere intelligitur, & cum sol fuerit in b vel d per eclipticæ planum radios transmittit. Et manifestum est, si complementum eleuationis poli, siue altitudo æquatoris c f cognosceretur, vnica obseruatione cum sol in b vel d deprehenderetur, negocium absolui posse. Ptolemæus ad hanc obseruationem etiam quadrante vtitur, sed in alio situ. Nam in lapidei parietis aut lignei quadrati plana superficie quadrantem circuli ita depingit, vt alterum latus erectum ad rectos angulos insistat Horizonti, cui deinceps infiguntur duo æquales & erecti cylindri parui & similiter tornati, alter quidem ipsi centro, alter verò ad inferiorem finem. Hanc superficiem iuxta Meridiei lineam in subiecto plano ita collocat, vt eidem æquidistet, & perpendiculo per cylindros demisso, attentè explorat, vt recta per eosdem cylindros acta linea nusquam ad planum Horizontis inflectatur. Obseruat deinde vmbram in meridie proiectam à cylindro, qui est in centro. Hinc antè oculos constituitur segmentum circumferentiæ, quod indicat solis processum in Meridiano circulo iuxta latitudinem. Si ergo studiosus Astronomicæ disciplinæ hunc obseruandi modum munere sumptum ac labore velit imitari, licebit alterum quadrantis latus à quo numeratur initium partium super Meridianam lineam in plana tabella sic erigere, vt appensum perpendiculum omni ex parte contingat circumferentia in Septentrionem cõuersa. Deinde mobilis regula per planiciem circumuoluatur in Meridie solstitij ac æquinoctij tempore, donec radius solis per foramina deferatur, ac notetur, quo in puncto cuspis circumferentiam contingat. Nam iuxta processum declinationis eodem modo, quo Ptolemæus per inflexionem vmbræ, hîc per motum reguli segmentum Meridiani circuli, inter puncta tropica interceptum experiens: cuius semisis indicabit inclinationem æquatoris ad eclipticam. Sed quo res ipsa melius intelligatur, sit a centro descriptus totus circulus Meridianus b f k l, in a m r quadrantis

drantis

drantis plano, quē æstiuæ conuersionis tempore regula secet in l, æquinoctij verò in k & hybernæ conuersionis in g. Et extendantur rectæ m a, l a, k a, g a, in signa f, d, c, b, ac connectantur rectæ d g, b l. Erit ergo signum f κατὰ κορυφὴν d g dimetiens æstiui tropici, & b l hyberni tropici. Satis euidenter hîc apparet, quomodo sol ex b per a g r regulam radiū transmittat in punctum circumferentiæ r, cu n distat à vertice f segmento f b, ex d verò radium d a l diffundat in n. Atq; tunc propius vertici admouetur ad quantitatem segmenti b d, cui similis est n p r. Manifestum est igitur explorato n p r segmento, distantiam tropicorum b c d & inclinationis eclipticæ ad æquatorem angulum c a b innotescere. Hæc est ratio, qua artifices ferè omnes in obseruanda maxima solis declinatione vsi sunt, attamē diuersis temporibus obseruationes factæ nōnihil discrepant. Ptolemęus enim lib. 1, Magnæ cōpositionis cap. 10 23 gr. & 51, mi. inuenit. Verba illius hęc sunt. Ἐκ δὲ τῶν τοιούτων παρατηρήσεων, καὶ μάλιστα τῶν περὶ τὰς τροπὰς αὐτὰς ἡμῖν ἀνακειμένων ἐπὶ πλείονας περιόδους τὰ ἴσα καὶ τὰ αὐτὰ τμήματα τοῦ μεσημβρινοῦ κύκλου, ἐπί τε τὰς θερινὰς τροπὰς, καὶ ἐπὶ τὰς χειμερινὰς αἱ σημειώσεις, ὡς ἐπίπαν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀπολαμβανούσης σημείου. κατελαβόμεθα τὴν ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου πέρατος, ἐπὶ τὸ νοτιώτατον περιφέρειαν, ἥτις ἐστὶν ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν, τμημάτων πάντοτε γινομένην μ ζ, καὶ μείζονος μὲν ἢ διμοίρου τμήματος, ἐλάσσονος δὲ ἡμίσους τετάρτου. δι' οὗ συνάγεται σχεδὸν ὁ αὐτὸς λόγος τῷ τοῦ Ἐρατοσθένους, ᾧ καὶ ὁ Ἵππαρχος συνεχρήσατο. γίνεται γὰρ τοιούτων ἡ μεταξὺ τῶν τροπικῶν ια ἔγγιστα, οἵων ἐστὶν ὁ μεσημβρινὸς π γ. Alcmeon paulò minorem declinationem inuenit, nempe 23 grad. & 33 min. Purbachius autem 17 primi Epitomatis eādem sese 23 grad. & 29 min. obseruasse testatur. At Ioannes Vernerus inter nostri temporis mathematicos eximius artifex tantùm 23 grad. & 29 min. obseruauit. Nicolaus Copernicus inuenit 23 grad. 28 min. 24 secund. Tandem Ioannes Regiomontanus, & Petrus Appianus diligentissimis obseruationibus 23 grad. & 30 min. inuenerunt. Hanc obseruationem plericq; artifices vt veritati maximè consentientem approbarunt. Quare veritatis amantes per instrumentum huiuscemodi obseruationibus quid maximè congruat experimentis explorent. Hoc loco etiam scire licet mutuam æquinoctialis & zodiaci circuli inclinationem æqualem intercipere circumferentiam ei, quæ inter vtriusq; polos comprehenditur. Demonstrationem huius rei Theon Alexandrinus in Græcis commentarijs Ptolemæi nobis talem reliquit. Si intelligamus zodiacum a b g, & ęquinoctialem a d g, a signum in verna eius sectione, b signum tropicum æstiuum, & sumamus zodiaci polum in e, æquinoctialis autē in z, per quos ducamus maximum circulum b e z t, erit z d arcus æqualis e b arcui. Sunt enim quadrātes maximorum circulorum & com-





muni e d ablata, restat e z, quæ est amborum polorum distantia, æqualis arcui inclinationis b d. Quare si inclinationem horum circulorum obseruauerimus, etiam circumferentia inter vtrunq; polum intercepta cognoscetur. Quod autem b d sit circumferentia inclinationis eclipticæ & æquatoris, hoc modo demonstrabitur. Nam si coniunxeris rectas, quæ sunt communes circulorum sectiones a g, b k, d t, erit i sphæræ centrum, ideo quia maximi sunt circuli, quorum dimetientes b k, d t, a g. Et cum circulus b d k t, erectus sit ad circulos a b g k, & a d g t, per 19 primi Theodosij, sunt a b g k, & a d g t circuli ad b d k t circulum erecti. Quare communis eorum sectio a g erecta est ad circulum b d k t, per 19 vndecimi elementorum Euclidis, & etiam ad omnes lineas, quæ ductæ in plano circuli b d k t, communem sectionem a g tangunt, per conuersionem secundæ definitionis 11. igitur & ad rectas b i, & d i erecta est communis sectio a g. Et quia sectioni a g circulorum eclipticæ & æquatoris in vtroq; planorum ad rectos sunt angulos i b & i d, angulus sub b i d eorundem planorum est inclinatio, & in centro sphæræ consistit. Ergo b d arcus inclinationis planorum zodiaci & æquatoris. Superest nunc, cum maximam eclipticæ & æquinoctialis inclinationem 23 grad. & 30 min. constitueremus, vt qua ratione reliquarũ omnium zodiaci partium & scrupulorum ab æquatore declinationes inueniantur, explicemus. Tu Ioannis Regiomontani quarto de Triangulis sphæricis libro proposit. 15, demonstratur, quòd si duo maximi circuli ad se inuicem inclinentur, & in vno duo puncta signentur, à quibus in alterum duæ ad rectos angulos circumferentia ducantur, sinus rectos arcuum, quibus signa communi sectione circulorum distiterint, easdem rationes ad sinus suarum declinationum custodire. Quare eadem est ratio sinus maximi eclipticæ ad sinum 23 grad. 30 min. quæ cuiusuis eiusdem circuli circumferentiæ ad suam declinationem extiterit. Si duxeris igitur cuiuslibet zodiaci arcus sinum rectum in sinum maximæ solis declinationis, & productum per sinum maximum partitus fueris, sinus eiusdem eclipticæ partis declinationis inuenietur. Exẽplum huius supputationis hoc assumamus. Maximæ solis declinationis 23 grad. 30 minut. sinus rectus sit 39874, cum sinus totus fuerit 100000, & inuenienda sit declinatio 15 grad. arietis, cuius sinus rectus 25881, ducatur ergo sinus 39874 in 25881 & productum per 100000 diuidatur, hinc consurget sinus 10322, cuius arcus est 5, gra. 55, min. 24 secundi. Ex hac propositione sequens tabula omnium eclipticæ graduum declinationum supputata est.

TABVLA

TABVLA DECLINATIONIS OMnium Eclipticæ partium.

Signa ſuperiora.		♈				♏				♐				
		♎				♉				♊				
G.		G.	M.	S.		G.	M.	S.		G.	M.	S.		G.
0		0	0	0		11	30	1		20	12	1		30
1		0	23	22		11	51	3		20	42	16		29
2		0	47	41		12	11	10		20	36	30		28
3		1	11	8		12	32	19		20	48	30		27
4		1	35	24		12	53	19		21	0	0		26
5		1	59	31		13	13	1		21	11	1		25
6		2	24	7		13	13	10		21	21	16		24
7		2	47	7		13	51	5		21	32	1		23
8		3	10	9		14	12	8		21	41	32		22
9		3	34	21		14	32	0		21	51	16		21
10		3	58	13		14	51	4		22	0	0		20
11		4	21	18		15	9	8		22	8	7		19
12		4	45	15		15	28	14		22	17	3		18
13		5	8	6		15	46	37		22	24	22		17
14		5	32	6		16	5	1		22	32	9		16
15		5	55	24		16	22	14		22	39	9		15
16		6	18	14		16	40	5		22	45	31		14
17		6	41	29		16	57	27		22	51	38		13
18		7	4	3		17	14	3		22	57	23		12
19		7	27	15		17	30	24		23	2	1		11
20		7	50	16		17	47	7		23	7	2		10
21		8	12	11		18	3	0		23	11	6		9
22		8	35	16		18	18	13		23	15	7		8
23		8	57	46		18	34	6		23	18	15		7
24		9	20	1		18	49	9		23	21	16		6
25		9	42	4		19	3	2		23	24	7		5
26		10	4	0		19	18	4		23	26	9		4
27		10	25	20		19	32	7		23	27	25		3
28		10	47	17		19	45	39		23	29	2		2
29		11	8	5		19	59	10		23	29	22		1
30		11	30	1		20	12	1		23	30	0		0
		♍				♌				♋			Signa inferiora.	
		♓				♒				♑				

Facillimus eſt huius tabulæ vſus, ſi quotam eclipticæ partem ſol occupauerit, cognoſcas. Si enim fuerit in ſignorum aliqua parte, quæ in capite tabulæ ſunt notata, deſcendendo in angulo communi (vt vocant) partes, ſcrup. & ſecun. declinationis inuenies. In ſignis inferioribus non eſt mutata ratio, niſi quòd aſcendenti declinationis arcus occurrant. Quòd ſi integris ſolis loci partibus aliquot ſcrupuli fuerint annexi, ex ſubtractione inuentæ declinationis à proximè ſequenti differentia elicienda, ex qua pars (vt appellant) proportionalis educta ſuperiorum ſignorum partibus declinationum adijcienda erit. In inferiorum ſignorum declinationibus colligendis contrario ordine procedes. Exemplum huius tractationis tale aſſumamus. Verus ſolis locus ſit in 28 part. & 6 minut. libræ: cuius declinationem ex hac tabula velim inuenire. 28 partis declinatio eſt 10 part. 47. min. 17 ſecund. quę ſublata ex proximè ſequente, quæ eſt 11 part. 8 ſcrup. 5. ſecund. relinquit differentiam 20 ſcrup. 48 ſecun. quæ diſtribuenda eſt in ſcrupulos 60, vt quantum hinc 6 tribuatur in-

notescat. Post absolutam operationem prodeunt 2 scrup. 4 secun. qui sunt partis proportionalis. Hæc igitur adiuncta superiori declinationi, constituit 10 part. 49 scrup. 21, secun. tanta est proxime præsentis loci solis declinatio. Hinc etiam manifeste cõstat ratio, quomodo cognita alicuius declinationis circumferentia, cui eclipticæ parti ea debeatur, ratiocinari liceat. Nam quę est ratio sinus maximę declinationis ad sinum inferioris, siue cuiusuis minoris, eadem est sinus totius ad sinum arcus eclipticæ, cui declinatio inuenta attribuitur. Et vicissim maximæ declinationis arcus colligetur, si alicuius arcus eclipticæ declinatio constiterit.

PROPOSITIO VI.

Ex maxima solis supra Horizontem altitudine quouis die obseruata, quomodo uerus ipsius locus in Ecliptica colligatur.

Ex antegressa declinationis tabula & complemento altitudinis poli, siue ex angulo inclinationis planorum æquatoris & Horizontis, quantæ sint maximę singularum declinationum supra Horizontem eleuationes & vicissim ex eleuationum obseruationibus, omnium eclipticæ partium declinationes inueniri possunt. Quo constituto, ex præmissa tabula quibus eclipticæ partibus oblata conueniat declinatio, videre licet. Quare si instrumento Meridianas solis altitudines obseruaueris, quandiu peragrauerit semissem eclipticæ in Septentrionem conuersum, experieris eas maiores semper eleuationis poli complemento. Quare vtriusq; differentia in tabula perquisita e regione, cui zodiaci gradui ea attribuenda sit, ostendet. Sed hîc etiam vt Quadrantum eclipticæ rationem habeas est necesse: quia partes eclipticæ occupantis eundem parallelum, vt æquales declinationum arcus, ita easdem altitudines sortiuntur. Si ergo sol adhuc constiterit inter sectionem vernam & punctum tropici æstiui, cõstituta differentia alicui parti signorum ♈ ♉ & ♊ assignabitur, si ab eodem puncto sol digressus sit, differentiam siue declinationem, quæ idem valet, alicui signorum ♋, ♌, & ♍ adscribet. Quando verò sol expatiatur in semissem eclipticę in austrum deflexum, eleuationes obseruationum minores inueniuntur poli complemento. Quare eodem modo vt certæ alicui partium differentiam oblatam restituas, vtrum hyberni solstitij punctum sol præcedat, an sequatur, est vt consideres. Cæterùm vt simpliciter ex solis eleuationibus Meridianis partes eclipticæ, siue locorum solis occurrant, sequentes tabulas ad altitudinem poli 49 partium ita construximus. Declinationes partium zodiaci Septentrionalium adiecimus poli complemento, & collectæ ex his summæ e regione gradus signorum adscripsimus. & vicissim earum zodiaci partium, quæ in Meridiem deflectunt declinationes ex eodem complemento subtraximus, vt altitudines meridianæ remanerent, sicut in sequentibus tabulis manifeste vides.

TABVLA

TABVLA, QVAE OSTENDIT QVANTAE SINT Meridianæ omnium eclipticæ partium à principio uerni æquinoctij usq; ad autumnale altitudines, ad eleuationem poli 49 partium supputata.

	♈			♉			♊			
G.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.
0	41	0	0	52	30	1	61	12	1	30
1	41	23	22	52	51	3	61	42	16	29
2	41	47	41	53	11	10	61	36	30	28
3	42	11	8	53	32	19	61	48	30	27
4	42	35	24	53	53	19	62	0	0	26
5	42	59	31	54	13	1	62	11	11	25
6	43	24	7	54	33	10	62	21	16	24
7	43	47	7	54	53	5	62	32	1	23
8	44	10	9	55	12	8	62	41	32	22
9	44	34	21	55	32	0	62	51	16	21
10	44	58	13	55	51	4	63	0	0	20
11	45	21	18	56	9	8	63	8	7	19
12	45	45	15	56	28	14	63	17	3	18
13	46	8	6	56	46	37	63	24	22	17
14	46	32	6	57	5	1	63	32	9	16
15	46	55	24	57	22	14	63	39	9	15
16	47	18	14	57	40	5	63	45	31	14
17	47	41	29	57	57	27	63	51	38	13
18	48	4	3	58	14	3	63	57	23	12
19	48	27	15	58	30	24	64	2	1	11
20	48	50	16	58	47	7	64	7	2	10
21	49	12	11	59	3	0	64	11	6	9
22	49	35	16	59	18	13	64	15	7	8
23	49	57	46	59	34	6	64	18	15	7
24	40	20	1	59	49	9	64	21	16	6
25	50	42	4	60	3	2	64	24	7	5
26	51	4	0	60	18	4	64	26	9	4
27	51	25	20	60	32	7	64	27	25	3
28	51	47	17	60	45	39	64	29	2	2
29	52	8	5	60	59	10	64	29	22	1
30	52	30	1	61	12	1	64	30	0	0
	♍			♌			♋			

SECVNDA TABVLA COMPLECTITVR altitudines partium à principio Libræ usq; ad finem Piscium.

G.	♎ G.	♎ M.	♎ S.	♏ G.	♏ M.	♏ S.	♐ G.	♐ M.	♐ S.	G.
0	41	0	0	29	29	59	20	47	59	30
1	40	36	38	29	8	57	20	17	44	29
2	40	12	19	28	48	50	20	13	30	28
3	39	48	52	28	27	41	20	12	30	27
4	39	24	36	28	6	41	20	0	0	26
5	39	0	29	27	46	59	19	48	59	25
6	38	35	53	26	26	50	19	38	44	24
7	38	12	55	27	6	55	19	27	59	23
8	37	49	51	26	47	52	19	18	28	22
9	37	25	39	26	28	0	19	8	44	21
10	37	1	47	26	8	56	19	0	0	20
11	36	38	42	25	50	52	18	51	53	19
12	36	11	45	25	31	46	18	42	57	18
13	35	51	54	25	13	23	18	35	38	17
14	35	27	54	24	54	59	18	27	51	16
15	35	4	36	24	37	46	18	20	52	15
16	34	41	36	24	19	55	18	14	29	14
17	34	18	31	24	2	33	18	8	22	13
18	33	55	57	23	45	57	18	2	37	12
19	33	32	45	23	29	36	17	57	59	11
20	33	9	44	23	12	53	17	52	58	10
21	32	47	49	22	57	0	17	48	54	9
22	32	24	44	22	41	47	17	44	53	8
23	32	2	14	22	25	54	17	41	45	7
24	31	39	59	22	10	51	17	38	44	6
25	31	17	56	21	56	58	17	35	53	5
26	30	56	0	21	41	56	17	33	51	4
27	30	34	40	21	27	53	17	32	35	3
28	30	13	43	21	14	21	17	30	58	2
29	29	51	55	21	0	50	17	30	38	1
30	29	29	59	20	47	59	17	30	0	0
	♓			♒			♑			

Harum tabularum ſimpliciſsimus vſus eſt, nimirum vt obſeruatas in Meridie per inſtrumentum ſolis altitudines hîc inquiramus, quibus ſemper è regione ad alterum latus certi zodiaci gradus adnotantur. Hinc facile colligitur, quomodo eædem tabulæ reliquarum regionum latitudinibus inſeruiant. Si enim complementum poli alterius regionis minus fuerit 41 gradibus, ſemper differentia obſeruatis altitudinibus adijciatur, & prodibit eiuſdem eclipticæ puncti altitudo 41 grad. latitudini reſpondens. In minoris verò latitudinis locis ſubtracta differentia ex maximis altitudinibus, numerum alteri harum tabellarum conuenientem relinquet. Exempli gratia, ſub altitudine poli 54 partium fingamus meridianam ſolis altitudinem hyeme per quadrantem obſeruatam 12 part. 30 ſcrupulorum. Complementum poli ſiue angulus inclinationis æquatoris & horizontis erit 36 tantarum part. quantas maximus circulus 360 complectitur. Adiecta igitur differentia polorum, ſiue vtriuſq; complementi, quæ eſt 5 gra. partibus 12, & 30 ſcrupulis, conſurgent grad. 17 min. 30, qui in tabula quæſiti reſpondent 30 parti Sagittarij vel 0 Capricorni.

PROP

PROPOSITIO VII.

Quanta ſit amplitudo ortus & occaſus ſtellarum metiri.

Amplitudo ortus vel occaſus eſt circumferentia Horizontis inter locum æquatoris & ſtellam aliquam orientem aut occidentem intercepta. Triplicem verò ſtellarum ortum & occaſum numerari contingit: Aut enim oriuntur & occidunt in ſectionibus Horizontis & æquinoctialis, aut in altera partium, quæ Meridiem vel Septentrionem ſpectat. Verus autem exortus, quem æquinoctialem artifices vocant, in omnibus terrarum locis, ſemper eſt in medio ſemicirculi Horizontis inter Meridiem & Septentrionem cõcluſi. In eo ſphęræ ſitu, vbi Horizontem æquator ad rectos angulos interſecat, omnium ſtellarum amplitudines ortus & occaſus ipſarum declinationibus exquiſitè ęquales ſunt. At in reliquis mundi partibus ad alterum mundi polorum deflectẽtibus, longè alia ratio eſt. Semper enim maiores ſunt ſtellarum amplitudines in ijs regionibus, quæ remotius in Septentrionem vel Auſtrum extenduntur, quàm quæ propius ad æquatorem ſitæ ſint. Etiam ſcire licet omnia firmamenti puncta in ijſdem parallelis circulis conſtituta, eiuſdem poli altitudinis reſpectu, ſemper æquales ortus & occaſus amplitudines inter ſe cuſtodire. Quoties igitur placuerit circumferentiam Horizontis ab æquatore ad ortum ſolis vel cuiuſuis ſtellæ fixæ interceptam metiri, inuenta tuæ obſeruationis loci meridiana linea, arcum ab altera interſectionum meridiani & Horizontis, cui ſtellam propinquiorem conſpexeris, ad locum ipſius ortus vel occaſus ductum non aliter quàm ſtellarum in cœlo diſtantias obſeruare ſolemus, de quibus poſtea per quadrantem dimetieris, quo ſublato ex nonaginta partibus amplitudo inquiſita præciſè remanebit. At ſi Meridiei linea non conſtiterit, oriente ſtella ſignum aliquod in linea ex Horizontis centro in ipſam tendente conſiſtẽs obſeruabis. Hoc operis, cum ſtella iterum occiduam finitoris circuli partem attigerit, diligenter repetito, ſi minimam inter loca ortus & occaſus circumferentiam obſeruatam ex 180 circuli partibus extraxeris, ſemiſsis differentiæ veram amplitudinem patefaciet. Quòd ſi talia ſigna, quæ directè in locum ortus vel occaſus vergant, in finitoris plano non appareant, aſſumãtur in eundem vſum alia duo, prædictis locis proximiora, ex quibus eundem finem conſequemur, ſi circumferentias, quibus & inter ſe & à locis ortus & occaſus diſtiterint coniunctas eodem modo ex ſemicirculo ſubduxerimus. Nam reſiduæ circumferentiæ media portio inueniendam amplitudinem in lucem producet. Vnius etiam ſigni obſeruatio huius operis abſolutioni ſuffecerit. Memineris tamen in ſecundo huius obſeruationis modo, hanc ratione ſolis amplitudinibus non ſemper exquiſitè ſatisfacere, maximè cum ipſe viciniores zodiaci & æquatoris interſectionibus partes occupauerit. Nam maxima circa ea eclipticæ loca ſolis motus, dierum etiam incrementorum & defectuum differentia ab artificibus obſeruatur. Tantulum erroris licet eruditiores facilè emendent, imperitioribus tamen, vt rem leuis momenti concedendum exiſtimamus. Sed ſi planè nihil à ſcopo velis aberrare, per modum antea explicatum ſolſtitij tempore rem experiri oportebit. Interim ſtellarum fixarum amplitudines per vtrumque modum obſeruatæ ſemper exiſtunt certiſsimæ. Per ſequẽtem figuram facilius hæc intelligentur. Sit circulus Horizon g k a c, k ortus ęquinoctialis, c eiuſdem occaſus, a Meridies, g Septentrio, quæ loca ſi verè cognita fuerint, vnica tantùm obſeruatione res abſoluetur. h & d ſtella à Septentrionis parte in h oriens, in d occidens, in x, & b, alia quæ à Meridiei parte finitorem contingat, s l o q circellus conſtet ex circumuolutione quadrantis circum e centrum. Nam earundem ſtellarum obſeruationes ex eodem loco fieri debent. h k &



k x ſunt duarum fixarum ortus amplitudinis d c & c b earũdem occaſus. Iam cognita Horizontis & meridiani boreali interſectione g, propoſitum ſit inuenire circumferentiam h k, cui æqualis d c, admoto oculo quadrãtis centro conſtituam ipſius baſin in directum (vt dicunt) e g, & radio viſus per inſtrumenti planum in h tranſmiſſo arcum s t notatum ex 90 circuli partibus ſuſtulero, arcus t l reſtabit, cui ſimilis eſt arcus amplitudinis h k, quia ex eodem centro duo circuli deſcripti ſunt. Eadem planè eſt d c dimenſionis ratio. At fingamus Meridiei lineam ignotam nobis eſſe, mane ſtella oriente, ſignum aliquod notetur, quod ſit t in recta h e conſtitutum, veſperi alterum, quod ſit r. Manifeſtum eſt hæc ſigna in eaſdem mundi partes vergere, in quibus ſtellæ apparuerunt. Arcus igitur t r ex ſemicirculo ſublatus relinquet t l & r q coniunctos. Et cum t l ſit æqualis r q, reſpondebit huius reſiduæ circumferentiæ pars dimidia t l, & r q, quæ ipſis amplitudinibus exactè ſimiles ſunt. Sed quomodo vnum ſignum intermedium etiam horum arcuum inuentionibus ſatisfaciat, videamus. Oriatur à parte Meridiei x ſtella, & in b occidat, cuius amplitudo ortiua k x, & occidua c b ex f ſigno inueniri debeat. Inueniemus primò magnitudinem circumferentiæ qua x & f diſtent, m n, ſecundò arcu diſtantiæ f & p per n & p obſeruabimus. Totus igitur arcus m n p datus erit, cui ſimilis eſt x b, huius medium a x 90 partibus ademptum k x, cui æqualis c b relinquet. His cognitis, non præter inſtitutum fuerit, ſi rationes, quibus omnium eclipticæ partium amplitudines ad quamuis poli altitudinem ſupputantur, vt mutuã congruentiã calculi cum apparentijs intelligatur, ſtudioſis aperiamus. Ioannes Regiomontanus ſecunda propoſitione ſecundi Epitomatis in μεγάλην σύνταξιν Ptolemęi demonſtrauit ſinum rectum eleuationis æquatoris ſupra cuiuslibet loci Horizontem ad ſinum maximum eam cuſtodire rationem, quam ſinus declinationis cuiuslibet dati eclipticæ puncti ad ſinum amplitudinis ortus & occaſus eiuſdem partis habeat. Quare conſequitur, ſi ſinum declinationis datæ zodiaci partes per ſinum maximum multiplicemus, & productum per ſinum complementi poli diuidamus, quòd conſurget ſinus, qui circumferentiam prædictæ partis amplitudini conuenientem aperiet. Exemplum aſſumamus tale. Altitudo poli ſit 53 grad. 30 minut. complementum igitur eſt 36 grad. 30 minut. Hinc ſupputare velim quanta ſolis ortiua ſit amplitudo, cum occupat 28 grad. & 6 minut. libræ, cuius declinationem ex tabula proximam inueni 10 grad. 49 minut. 21 ſecun. huius ſinus rectus eſt 18776 partium, ſinus 36 graduum & 30 minut. eſt 59482, ſinus totus 100000. Si ducatur ergo ſinus totus in ſinum declinationis, & productum diuidat per ſinum alterum, nempe altitudinis poli complementi, naſcitur 31565 ſinus, cuius arcus eſt 18 grad. 24 minut. Atqui tanta eſt ſolis ad conſtitutam poli eleuationem ortiua amplitudo. Hac ratione confecta eſt ſequens tabula ad eleuationem poli 48 part. 40 ſcrup.

TABVLA

TABVLA AMPLITVDINIS ORTVS ECLIPTICAE adlatitudinem 48 part.& 40 ſcrupulorum ſupputata.

Signa	♈		♉		♊		
	♎		♏		♐		
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.
0	0	0	17	34	31	31	30
1	0	36	18	6	31	51	29
2	1	12	18	38	32	11	28
3	1	49	19	11	32	30	27
4	2	25	19	43	32	50	26
5	3	1	20	15	33	10	25
6	3	37	20	46	33	27	24
7	4	13	21	17	33	43	23
8	4	49	21	48	34	0	22
9	5	25	22	19	34	16	21
10	6	1	22	50	34	33	20
11	6	37	23	19	34	46	19
12	7	12	23	48	35	0	18
13	7	48	24	18	35	13	17
14	8	23	24	47	35	27	16
15	8	59	25	16	35	40	15
16	9	34	25	43	35	50	14
17	10	9	26	11	36	0	13
18	10	45	26	38	36	9	12
19	11	20	27	6	36	19	11
20	11	55	27	33	36	29	10
21	12	29	27	58	36	35	9
22	13	4	28	23	36	41	8
23	13	38	28	47	36	46	7
24	14	13	29	12	36	52	6
25	14	47	29	37	36	58	5
26	15	20	30	0	37	0	4
27	15	54	30	23	37	2	3
28	16	27	30	45	37	4	2
29	17	1	31	8	37	6	1
30	17	34	31	31	37	8	0
	♍		♌		♋		Signa.
	♓		♒		♑		

Porrò quantas vtilitates hæc amplitudinum ſolis & ſtellarum dimenſio pariat,non eſt obſcurum. Conſtat enim ignotis regionibus facillimè poli eleuationem,aut hac conſtituta vera ſolis in zodiaco loca, & certos anni dies inueniri poſſe. Quæ omnia exemplis etiam euidentibus oſtendemus. Fingamus iterum cum ſol 28 grad.& 6 minut.libræ poſsideret,obſeruatam eſſe ſolis amplitudinem ortiuam 18 grad.24 minut.cuius ſinus rectus eſt 31565, declinationis ſinus eſt 13776 ſinus totus 100000. Iam verò cum ſint conſtituti quatuor numeri proportionales, viciſsim eſt eadẽ ratio ſinus amplitudinis ad ſinum declinationis,quæ eſt ſinus maximi ad ſinum complementi eleuationis poli.Quare multiplicato ſecundo in tertium, & producto per primum diuiſo, exurgit ſinus rectus 59483 cuius circumferentia eſt 36 grad.30 minut.quibus ſubductis è nonaginta circuli partibus reſtant 53 partes,30 ſcrupul.& tanta eſt altitudo poli quæ congruit huic amplitudini. Ex ſequenti ſchemate euidentiſsimè hæc intelligũtur. Sit meridianus circulus f g b h, mundi polus ar-



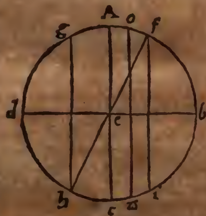
cticus b,f antarcticus g h communis sectio Meridiani & Horizontis,n a d diameter ęquatoris, est igitur n g eleuatio æquatoris, oriatur 28 pars & 6 minut.libræ in k,signo per quod agatur parallelus m k e, cuius sinus declinationis est k l,k a est sinus amplitudinis ortus 28 partis libræ. Habemus hîc iam triangulum ὀρθογώνιον l k a,cuius duo latera a k & l r per ratiocinationē aut obseruationem nota constituimus. Quare per 27 primi trigonon Monteregij, angulus l a k inuenietur.Nam quæ est ratio lateris a k ad latus k l, eadem erit sinus recti anguli k l a ad sinum rectum anguli l a k.Est aūt angulus a l k rectus,quare sinus ipsius est maximus. Et notis tribus quarta quantitas inuenietur per regulam proportionis. Ducas ergo sinum totum in latus k l,& productum per a k partiaris, hinc nascetur sinus rectus anguli l a k. Cuius circumferentia eleuationem æquinoctialis supra Horizontem, cui æquale est poli complementum, patefaciet.Hac sublata ex arcu 90 partium poli eleuatio manifestè relinquetur. Iterum exoriatur ad partem Septentrionis in signo r, per quod ducitur parallelus o p r c,cuius sinus declinationis a p,oppositum eclipticæ punctum:nempe 28 pars arietis:cuius amplitudo ortiua a r obseruata sit 16 partium 27 scrupulorum, ex qua inuenienda sit altitudo poli b h. Arcus declinationis huius partis est 10 grad.47 minut.17 secundi, cuius sinus est 18718,arcus amplitudinis sinus est 28317.Si iam multiplicaueris 18718 in sinum maximū 100000, & quod productum fuerit per 28317 partitus fueris, exorietur sinus 66101, cuius circumferentia est 41 part. 22 scrup. tantum est poli complementum, quo ex 90 circuli partibus subducto remanebit vera poli altitudo 48 grad. 38 minut.Atq; hoc intelligitur ex triangulo a p r.Ex his etiam manifestè constat,quomodo cognita alicuius loci eleuatione poli,ex obseruata solis amplitudine verum ipsius in signifero circulo locum ratiocinemur. Si enim tabulam,in qua omnium eclipticæ partium amplitudines contineantur, cōfectam habuerimus statim è regione gradus zodiaci obseruatæ amplitudini respondens apparebit.At si tabula nulla adfuerit,ex doctrina Triangulorum institutum opus absoluemus.Constat enim ex his rationem sinus maximi ad sinum complementi altitudinis poli eandem esse, quæ est sinus obseruatæ solis amplitudinis ad sinum eiusdem loci declinationis. Quare hîc iterum regula proportionis totum negocium nobis expediet.In priori exemplo obseruauerit aliquis amplitudinem ortiuam 28 partis libræ & 6 minut.18 grad. 24 minut. cuius sinus rectus est 31565,sinus complementi eleuationis poli anteà inuentus est 59482. Multiplices igitur sinum amplitudinis in sinum poli complementi,& productum partiaris per sinum maximum, hinc consurget sinus declinationis eius partis,cuius amplitudo obseruata est,18775,huius arcus est 10 grad.49 minut.Et cum antè maxima solis declinatio constituta sit 23 grad.30 minut.facilè cuius eclipticæ partis sit illa declinatio inuenietur. Quod ad inuentionem certi anni diei attinet, etsi leuius sit, quàm vt indicari debeat, tamen rudiores ita percipient, si eius anni in quo fiant obseruationes Ephemerin, in qua solis ad singulos dies loca exactè supputata sint, inspiciant, atque obseruatam ex amplitudine aut declinatione solis zodiaci partem in ea perquirant.

PROP

PROPOSITIO VIII.

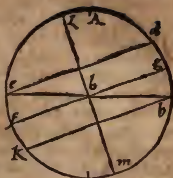
De ratione dierum artificialium, & eorundem quantitatis supputatione ad quamlibet poli altitudinem.

Artificialem diem vocant artifices circumferentiam æquatoris, quæ, dum certum aliquod eclipticæ punctum ab oriente in occidentem voluitur, supra horizontem ascendit. Quare si hæc circumferentia ex 360 circuli partibus subducatur, noctis quantitas constitutum diem sequentis remanebit. Horum dierum ac noctium etiam ijsdem temporibus pro diuersa quantitate altitudinis poli supra alias atque alias regiones multiplex varietas est. Cuius rei causę & demonstrationes Geometricè explicari possunt. Primùm in illis locis, vbi circulus æquator horizontem ad rectos angulos secat, omnium dierum & noctium quantitates inter se ęquales esse necessarium est. Cum enim omnes stellæ primi motus raptu super ijsdem polis ab oriente in occidentem circulos ęquatori parallelos describant, manifestum est omnium centra in eadem recta esse linea, hoc est in axe primi motus, qui per superficiem horizontis eo loci procedit. Hinc sequitur cùm horizon ęquatorem bifariam ad rectos angulos secet, quòd etiam reliquos omnes parallelos in semisses partiatur. Tantus est igitur arcus cuiuslibet æquidistantis æquinoctiali circuli supra horizontem quantus infra: nempe integer semicirculus. Est igitur idem tempus reuolutionis minorum circulorum, quod æquatoris. Et hinc manifestum est etiam quouis tempore cum sol extra Arietis & Libræ puncta diuagatur, tēpus motus paralleli quo ab ortu vsque in occasum supra finitorē rectæ spheræ deuoluitur, semissem totius circumuolutionis complecti. Huius demonstrationis schema sit a b c d. circulus circum e centrum descriptus: nempe idem qui meridianus. Communis meridiani & horizontis intersectio d e b, b polus arcticus d antarcticus. Diameter æquatoris a e c, diametri tropicorum Cācri & Capricorni g h & f i, f h dimetiens eclipticę. Manifestum est hîc cùm angulus d e a sit rectus, etiam reliquos esse rectos ad intersectiones eiusdem d b cum reliquis dimetientibus parallelis. Quare cū o ϖ, f i & g h chordæ ad rectos angulos à diametro circuli secentur, etiam in duas æquales partes diuisæ sunt. Iam æqualibus eiusdem circuli sinibus æquales circumferentiæ subtenduntur. Ergo

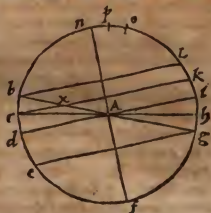


diurni arcus nocturnis omnino sunt æquales. Neque tantùm hæc in sole ita se habent, sed in omnibus etiam stellis fixis & planetis. At in alijs mundi partibus, vbi horizon & æquator ad se inclinantur semper, quoties sol extra Arietis aut Librę punctum fuerit, dierum & noctium non mediocris est differētia. Nam cum sol alteram intersectionem æquinoctialis & eclipticæ peragrat, in omnibus terræ locis diei quantitas noctis tempori adæquatur. Atque huius rei causa est, quòd vbique terrarū semicirculus æquinoctialis supra finitorem appareat, ac ab eodem in semisses distribuatur, prærterquàm ijs in locis vbi polus horizontis incidit in polum mundi. Reliquorum autem eidem æquidistantium circulorum, quorundam maiores circumferētiæ, quàm sint eorum semicirculi, supra horizontem eleuentur, aliorum à meridiei parte minores conspiciātur. Etenim necessariò contingit, cùm horizon æquatorem ad inęquales angulos secet, vt reliquos etiam circellos eidem æquidistantes ad eosdem angulos di-

videre licet. Circulus a e sit meridianus, in quo altitudo poli sit e l, cuius complementum l a æquale est maximæ solis declinationi. l m rectus Horizon, siue axis æquatoris g f dimetiens, d e diameter tropici cancri, k h capricorni, & e h eclipticę, quæ exquisitè obliquum Horizontem hîc ingreditur. Manifestum est igitur, cum sol in e puncto est, eum motum vniuersi ab ortu in occasum parallelum æquatori describere, cuius tota diametros d e supra finitorem e h apparet, tantùm in e leuiter eundem attingens.



Contrarium in principio capricorni fieri videmus, cuius dimetiens h k respectu huius poli altitudinis totus sub terra siue infra e h latet, eodem modo oppositam Horizontis partem contingens. Tanta est igitur maximi diei quantitas, nempe 24 ferè horarum eo loci, vbi eclipticæ polus in loci verticem incidit. Sed postea cum sol ex altero horum punctorum recedit, dierum incrementa vel defectus apparent. Quòd si vlterius ad Septentrionem vel Meridiem progreßi fuerimus, vbi videlicet poli eleuationis maximæ solis declinationis complementum exuperat, necessariò solem, quoties borealium signorum partes pererrat, plurium dierum naturalium tempore supra finitorem conspicuum manere videbimus. Ac contingit ibi, vt polus Horizontis inter polum mundi & eclipticæ consistat. Ergo quantum loci vertex à parallelo, quem zodiaci polus describit, circulo destiterit, tantum etiam cancri & capricorni principia ab Horizonte aberunt. Vnde fit, vt cum ecliptica vtrunque tropicum circulum, cancri quidem supra finitorem, capricorni infra eundem contingat, tanta zodiaci circumferentia semper supra Horizontem emineat, quanta dierum naturalium parallelis supra eundem eleuatis sufficiat, & vicißim tanta ex opposita parte nunquam in conspectum veniat. Tanta erit igitur maximi artificialis diei quãtitas, quantum fuerit temporis, quo hanc semper apparentem eclipticæ partem sol peragrare potest, cui etiam ex aduerso maximæ noctis tempus ferè respondebit. Porrò incrementa maximorum dierum tantò hîc erunt maiora, quantò loci vertex mundi polo propior extiterit. Sit iterum circulus c n h f, circum a centrum descriptus, vertex loci sit in signo p, polus mundi n, zodiaci o, dimetiens æquatoris d i, eclipticæ b g, Horizontis c h, tropici cancri l b, capricorni e g. Apparet hîc manifestè non vnum tantùm parallelorum circulorũ, quos sol ad Septentrionis partem describit, supra finitorem totum eleuari, sed plures. Nam inter b c & l k plures alij intercipiuntur, quorum k c postremus omnium existit. Atqui singuli totius diei naturalis tempore integras reuolutiones ab oriente in occidentem absoluunt.



Quare pro multitudine æquidistantium circulorum, qui inter c & b intercipiuntur, & per eclipticæ partem b x deducuntur, maximi diei artificialis tempus increscit. Idem de noctium maximarum temporibus, dum sol oppositam circumferẽtiam posside, intelligi velim. Vt autem omnes dierum varietates, quæ fieri poßint, complectamur, tandem quæ temporis artificialium dierum ratio, & quantitas sit ijs, qui mundi polum rectè supra verticem habent, expediemus. Contingit ijs locis, vt exactè totum æquatorem Horizontis loco habeant. Quare fit, cum æquinoctialis eclipticã in duas æquales portiones (quia

vterq; maximus est circulus) secet, vt eiusdem semicirculus ad Septentrionem declinans, ijs, qui sub arctico polo habitant, semper conspicuus maneat, alter nunquam supra Horizontem emergat: & vicissim sub antarctico habitantibus hic semper appareat, ille nunquam. Constat igitur vnicum tantùm in ijs locis diem artificialem, qui totius anni semissi ferè sit æqualis, apparere, qui subductus ex vera anni quantitate, noctis tempus relinquet. Et quamuis media eclipticæ pars vtrobiq; semper supra Horizontem attollatur, non tamē sequitur, diem, ijs qui sub Septentrionis polo habitant, æqualem esse alteri, qui sub opposito polo existentibus contingit. Cuius quidem rei euidentissima est demonstratio, quòd solis motus æqualis, quem medium vocant, in excētrico fiat circulo, cuius absis in Septentrionalem Eclipticæ partem deflectit. Nam hac ratione fieri necesse est, vt diameter eclipticæ per mundi centrum transiens circulum solis excentricum in duas inęquales circumferentias, quarum maior ab æquatore in Septentrionem declinat, minor in Austrum deflectit, partiatur. Cuius rei figura sit talis. Zodiacus circulus sit f g h k, super a mundi centro



descriptus, cuius diameter g a k, c e d sit excentricus circum b centrū ductus, cuius ἀπόγαιον siue maxima à terræ centro distantia f signum in prima cancri parte constitutum intelligatur περίγαιον oppositam eclipticæ partem occupare fingatur. In k arietis principium, & in g librę statuatur. Satis hîc euidenter apparet lineam g k rectè per mundi centrum extensam, minorem circulum c e l d, in duas e c d & e l d inęquales circumferentias dispescere, quarum altera e c d maior vnà cum medio eclipticę plano ad polum arcticum declinat, altera minor e l d ad antarcticum deflectit. Iam verò motus solis, quo per inæquales excentrici sui portiones mouetur, inæqualis necessario est. Quare tempus ipsius motus, quo per signa Septentrionalia deuoluitur, longius erit eo, quo ab intersectione eclipticæ & æquatoris autumnali ad vernam siue oppositam deferetur. Hinc apertè colligitur, quantitatem noctis sub Septētrionis polo existentibus exactè æqualem esse tempori diei, qui sub antarctico viuentibus illucescit. Nam quantum temporis elabitur, dum sol horum finitorem radijs illustrat, tanto etiam interuallo illorum locus obscuræ noctis caligini inuoluetur. His de differentijs dierum pro diuersitate eleuationis poli sic explicatis, optimo ordine consequitur, vt quibus rationibus artificialium temporum quantitates supputentur, indicemus. Cuius rei cognitio potissimum ex æquatoris circumferentiæ, quam artifices ascensionalem differentiā appellant, dimensione dependet. Per hanc verò intelligunt segmentum æquatoris, quod oritur ex differētia Quadrantis & primi motus arcu, quo sol à finiente circulo in Meridianum circumuoluitur. Ac, vt ipsa res euidentius intelligatur, scire licet integram Quadrantis æquatoris circumferentiam supra omnium locorum finitorem intra sex æqualium horarum spatium ab Oriente in Meridiem circumferri. Sed partes eclipticę extra ęquatorem constitutæ, vt in antegressis demonstrationibus patuit, in simili motu tanti temporis magnitudinem, aut non attingūt, aut longius excedunt. Itaq; contingit, vt interuallum eius motus, quo certa pars eclipticę ab Oriente in Meridiem rapitur, aut minorem æquatoris circumferentiam Quadrante, aut maiorem sortiatur. Quę igitur ex vtriusq; collatione existit differentia, ab

ascensione

ascensione denominationem consequitur. Atq; hæc toti adiecta, aut adempta Quadranti pro ratione declinationis semissem diurni motus ante oculos constituit, qui duplicatus illud temporis interuallum producit, quo primi motus vi constituta pars Eclipticæ ab Oriente in Occidentem rapitur. Manifestum est igitur segmentū Aequatoris, quo dictus motus absoluitur, ex integro sublatum circulo nocturnæ reuolutionis quantitatem restituere. Simplicissima verò huius circumferentiæ supputandæ ratio in hunc modum absoluitur. Constitutæ partis Eclipticæ inuentis sinibus complementorum declinationis & amplitudinis, si minorem per sinum maximum multiplices, & productū per maiorem diuidas, restabit sinus eius segmenti, quod ex quadrante circuli sublatū differentiam ascensionalem relinquat. Si ergo declinatio partis Septentrionalis fuerit, adiecta Quadranti differentia semissem eius circumferentiæ, qua motus diei constat, in lucem producet. Sin autem in Meridiem cōstituta pars declinauerit, inuenta per ratiocinationem differentia ex Quadrante auferatur. Nam hinc eadem ratione inquisitum semisis motus diurni segmentum patefiet. His ita constitutis, superest vt inuenti motus circumferentiam in certam temporis mensuram conuertamus: id quod efficietur in hunc modum. Cum integra circuli Aequatoris circumuolutio exquisitè 24 horarum spatio consumatur, primo in loco statuemus integrum Quadrantem siue 90 partes, quarum circulus 360 complectitur, secundò sex horarum tempus, tertiò collectam ascensionis differentiam, ac multiplicantes secundum numerum in tertium, distribuemus productum in primum, & occurrentibus fragmentis, partiemur ea in scrupulos primos & secundos. Hinc certa nobis inquisiti temporis mēsura in lucem prodibit. Vt autem exemplo rem ipsam discentes euidentius intelligant, cōstituamus sub altitudine poli 48 partium, 40 scrupulorum inuestigandam esse differentiam ascensionalem tertiæ partis Geminorum, cuius declinatio ex tabulis offertur 20 part. 48 scrupul. 30 secund. Est igitur complementum 69 partium 11 scrupul. 30 secund. cuius sinus rectus 93477. Amplitudo ortiua in tabula inuenitur 32 part. 30 scrup. cuius complementum 57 partium 30 scrup. & sinus rectus 84339. Si ergo hunc, quia minor est, multiplicemus in sinum maximū, & productum distribuamus in maiorem, offeretur sinus, cuius circumferentia est 64 partium 25 scrup. quia sublata ex integro Quadrante, supersunt 25 part. 35 scrup. Tanta est igitur constitutæ partis Eclipticæ ascensionalis differētia. Cùm autem declinatio sit Septentrionalis, adijciemus differ. 90 circuli partibus. Hinc consurgunt 115 part. 35 scrup. quæ definiunt semissem artificialis diei. Est igitur totum 231 part. 10 scrupul. quæ per constitutum calculi modum in tempus conuersæ conficiunt 15 horas, 24 scrup. 40 secund. quibus artificialis dies absoluitur sub constituta poli eleuatione, cum sol tertiam Geminorum partem ingreditur. Constat igitur qua ratione sequens tabula, quæ omnium Eclipticæ partium ascensionales differentias complectitur, ad altitudinem poli 48 partium 40 scrupul. constructa sit.

	Signa superiora.	♈ ♎			♉ ♏			♊ ♐			
G.		G.	M.		G.	M.		G.	M.		G.
0		0	0		13	22		24	44		30
1		0	27		13	47		25	1		29
2		0	54		14	13		25	18		28
3		1	22		14	38		25	35		27
4		1	50		15	4		25	52		26
5		2	16		15	29		26	9		25
6		2	43		15	54		26	23		24
7		3	70		16	19		26	38		23
8		3	37		16	43		26	52		22
9		4	4		17	8		27	7		21
10		4	31		17	33		27	21		20
11		4	58		17	57		27	33		19
12		5	25		18	20		27	45		18
13		5	52		18	44		27	56		17
14		6	19		19	7		28	8		16
15		6	46		19	31		28	20		15
16		7	13		19	53		28	28		14
17		7	40		20	16		28	37		13
18		8	6		20	38		28	45		12
19		8	33		21	1		28	54		11
20		9	0		21	23		29	2		10
21		9	26		21	44		29	7		9
22		9	53		22	5		29	12		8
23		10	19		22	25		29	17		7
24		10	46		22	46		29	22		6
25		11	12		23	7		29	28		5
26		11	38		23	26		29	30		4
27		12	4		23	46		29	32		3
28		12	30		24	5		29	34		2
29		12	56		24	25		29	36		1
30		13	22		24	44		29	38		0
		♍ ♓			♌ ♒			♋ ♑		Signa inferiora.	

Hac tabula ad inuentionem quantitatis dierum vtemur hoc modo. Si partes Eclipticæ quarum diurni motus circumferẽtias inquirimus, in signis supra tabulam positis fuerint, ad sinistram descendendo eas inueniemus, quibus è regione in angulo communi (vt loquuntur) inquisitæ differentię consistunt. Quòd si in inferioribus signis sint, ad dextram ascendendo gradus inquirantur. Reliquum operis absoluitur, vt superius indicauimus. Porrò exempli gratia proponamus ex hac tabula inueniendam esse quantitatem diei, quo sol 12 partem Tauri occupat. Differentia ascensionalis sub Tauri signo è regione 12 grad. inuenitur 18 grad. 20 scrupul. qui 90 grad. adiuncti (quòd pars sit signi Septentrionalis) 108 part. 26 scrup. cõstituunt. Cùm autem 15 partes respondeant vni horæ, vt 90 sex horis per easdem diuisæ 108 producunt 7 horas ac supersunt 3 quæ efficiunt 12 minut. Deinde 20 scrupul. multiplicati per 4 & productum diuisum per 60 efficiunt 1 minut. & 20 secund. His collectis, semisses diei consurgit nempe 7 hor. 13 minut. 20 secund. & totus dies horas 14 minut. 26 secund. 40. Quare noctis quantitas est horar. 9 minut. 33 secun. 20. Eandem diei quantitatem sine dubio inueniemus si obliquam ascẽsionem huius partis Tauri 21 grad. 14 minut. ab opposita nempe Scorpij, quæ est 237 gr. 54 minut. subtraxerimus, relinquentur enim 226 grad. & 40 minut. quorum pars media 108 part. 20 scrup. quæ antea etiam inuenta erat, si iterũ hinc subduxeris 90 differentia ascensionalis restabit.

HINC EVIDENTER APPARET QVA RATIOne sequens tabula omnium dierum quantitatem ferè complectens, ad 48 grad. 40 minut. poli altitudinem sit constructa.

Signa superiora	♈			♉			♊			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	12	0	0	13	46	56	15	17	52	30
1	12	3	36	13	50	16	15	20	8	29
2	12	7	12	13	52	44	15	22	24	28
3	12	10	56	13	57	4	15	24	40	27
4	12	14	40	14	0	32	15	26	56	26
5	12	18	8	14	3	52	15	29	12	25
6	12	21	44	14	7	12	15	31	4	24
7	12	25	20	14	10	32	15	33	4	23
8	12	28	52	14	13	44	15	34	56	22
9	12	32	32	14	17	4	15	36	56	21
10	12	36	8	14	20	24	15	38	28	20
11	12	39	44	14	23	36	15	40	24	19
12	12	43	20	14	26	40	15	42	0	18
13	12	46	56	14	30	52	15	43	28	17
14	12	50	32	14	32	58	15	45	4	16
15	12	54	8	14	36	8	15	46	40	15
16	12	57	44	14	40	4	15	47	44	14
17	13	1	20	14	42	8	15	48	56	13
18	13	4	48	14	45	4	15	50	0	12
19	13	8	24	14	48	8	15	51	12	11
20	13	12	0	14	51	4	15	52	14	10
21	13	15	28	14	53	52	15	52	56	9
22	13	20	4	14	56	40	15	53	36	8
23	13	22	32	14	59	20	15	54	16	7
24	13	26	8	15	2	8	15	54	56	6
25	13	30	36	15	4	56	15	55	44	5
26	13	33	4	15	7	28	15	56	0	4
27	13	36	32	15	10	8	15	56	16	3
28	13	40	0	15	12	40	15	56	32	2
29	13	43	28	15	15	20	15	56	48	1
30	13	46	56	15	17	52	15	57	4	0
	♍			♌			♋			Signa inferiora

Signa superiora.	♑			♒			♓			
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
0	8	2	56	8	42	8	10	13	4	30
1	8	3	12	8	44	40	10	16	32	29
2	8	3	28	8	47	20	10	20	0	28
3	8	3	44	8	49	52	10	23	28	27
4	8	4	0	8	52	32	10	26	56	26
5	8	4	16	8	55	4	10	30	24	25
6	8	5	4.	8	57	52	10	33	52	24
7	8	5	44	9	0	40	10	28	38	23
8	8	6	24	9	3	20	10	40	56	22
9	8	7	4	9	6	8	10	44	32	21
10	8	7	46	9	8	56	10	48	0	20
11	8	8	48	9	11	52	10	51	36	19
12	8	10	0	9	14	56	10	55	12	18
13	8	11	4	9	17	52	10	58	40	17
14	8	12	16	9	20	56	11	2	16	16
15	8	13	20	9	23	52	11	5	52	15
16	8	14	56	9	27	4	11	9	28	14
17	8	16	32	9	30	8	11	13	4	13
18	8	18	0	9	33	20	11	16	40	12
19	8	19	36	9	36	24	11	20	16	11
20	8	21	12	9	39	36	11	23	52	10
31	8	23	4	9	42	56	11	27	28	9
22	8	25	4	9	46	16	11	31	4	8
23	8	26	56	9	49	28	11	34	40	7
24	8	28	56	9	52	48	11	38	16	6
25	8	30	48	9	56	8	11	41	52	5
26	8	33	4	9	59	28	11	45	20	4
27	8	35	20	10	2	56	11	49	4	3
28	8	37	36	10	6	16	11	52	48	2
29	8	39	52	10	9	44	11	56	24	1
30	8	42	8	10	1	4	12	0	0	0
	♐			♏			♎			Signa inferiora.

At dierum quantitates in ijs regionibus, vbi eleuatio poli complementum maximæ solis declinationis excedit, alia numerandi ratio est. Nam constituta Eclipticę parte, quæ supra Finitorem loci semper eminet, ex tabulis Theoricæ solis quantum temporis sol in ea sit permansurus, supputare oportebit. Hanc verò Eclipticæ partem commodissimè inueneris, si complemento altitudinis poli (ac si declinationis alicuius circumferentia sit) Zodiaci arcum ex tabula conuenientem elicias, cuius complementum duplicatum propositam Eclipticæ portionem ostendet. Quare temporis interuallum, quo sol hanc partem occupabit, maximi diei longitudinem in lucem proferet. Sit igitur, exempli gratia, locus aliquis sub altitudine poli arctici 81 part. 2 scrup. 14 secun. erit complementum huius 8 part. 57 scrupul. 46 secun. cui in tabula declinationis 23 Arietis gradum respondere video. Hunc arcum vbi subtraxerimus ex 90 partibus, restabunt 67 partes exactè, quarum duplum producit 134 partes æquales, quæ in 7 Virginis parte finiuntur. Tandem superest, vt quotannis intra quantum temporis spatium sol hanc circumferentiam à 23 Arietis ad 7 Virginis peragrare posit, inueniamus. Habes igitur quibus rationibus sequens tabula maximorum artificialium temporum ab Aequatore per singulos gradus ad maximam vsq; poli altitudinem confecta sit.

Eleuatio

Eleuatio poli.	Dies maximi.			Dies maximi.			Eleuatio poli.
G.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	G.
1	12	3	28	13	33	35	25
2	12	6	56	13	38	0	26
3	12	10	24	13	42	24	27
4	12	14	0	13	46	16	28
5	12	17	28	13	51	36	29
6	12	20	56	13	56	16	30
7	12	24	48	14	1	12	31
8	12	28	0	14	6	8	32
9	12	31	36	14	11	12	33
10	12	35	12	14	16	24	34
11	12	38	48	14	21	52	35
12	12	42	24	14	27	20	36
13	12	46	8	14	33	4	37
14	12	49	44	14	37	36	38
15	12	53	28	14	44	56	39
16	12	57	20	14	51	12	40
17	13	1	4	14	57	44	41
18	13	4	36	15	4	24	42
19	13	8	56	15	11	20	43
20	13	12	48	15	18	40	44
21	13	16	48	15	26	8	45
22	13	21	4	15	34	8	46
23	13	25	4	15	42	24	47
24	13	29	20	15	51	4	48
				16	0	8	49

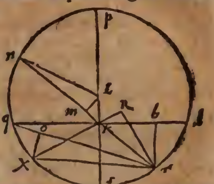
Eleuatio poli.	Dies maximi.			Eleuatio poli.	Arcus semper apparens.		Dies maximi.		
G.	H.	M.	S.	G.	G.	M.	D.	H.	M.
50	16	9	44	67	22	51	24	1	40
51	16	19	52	68	40	0	42	2	16
52	16	30	32	69	52	0	54	16	25
53	16	41	52	70	61	26	64	13	46
54	16	54	8	71	70	26	74	0	0
55	17	7	4	72	78	22	82	6	39
56	17	21	4	73	84	56	89	4	58
57	17	36	16	74	92	12	96	17	0
58	17	52	48	75	96	20	104	1	4
59	18	10	48	76	105	16	110	7	27
60	18	30	56	77	111	20	116	14	22
61	18	53	20	78	117	6	122	17	6
62	19	18	24	79	122	46	127	9	55
63	19	48	40	80	128	22	134	4	58
64	20	24	21	81	133	50	139	31	36
65	21	10	32	82	139	6	145	6	43
66	22	20	40	83	144	22	151	2	6
				84	149	36	156	3	3
				85	154	42	161	5	23
				86	159	50	166	11	23
				87	164	51	171	21	47
				88	169	58	176	5	29
				89	174	58	181	21	58
				90	180	0	187	6	39

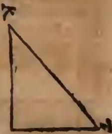
PROPOSITIO IX.

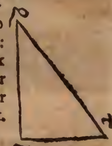
Qua ratione distantia centri absidem solis deferentis à terræ centro inueniatur.

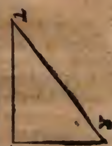
Quoniam hîc de solis apparentis tractationem instituimus, visum est studiosis Astronomices aperire, qua ratione fiat, vt qui per instrumenta solis motus obseruatur, æqualibus temporum interuallis inæqualis appareat. Etenim ex frequentibus obseruationibus artifices satis exploratum habẽt solis cursum siue ad terræ cẽtrum, siue ad superficiem conferatur, inæqualem esse: præterea apparentem ipsius diametrum, aliâs sub maiori, aliâs sub minori angulo obseruantibus offerri. qua de re inferius plura. Hanc motus diuersitatem alij referũt in Epicyclium homocentro mundi infixum, alij eccentroteten circulo, qui solem deferat, assignãt. Sed vtrum horum sit, nunc temporis disputandum non est, tantùm hîc nouerint discentes ęquabilem solis cursum centro mundi attribui non posse. Vt ergo huius apparentis diuersitatis rationem intueantur, considerabimus quomodo eccentrotes illa solis, ac summi ipsius à terra fastigij quantitas triangulorum adminiculo possit deprehendi. Si enim id rectè possimus ratiocinari, siue per dimensiones explorare, quanta sit distantia centri æqualis solis motus à centro terræ, facilè quouis tempore alterius, nempe apparentis motus diuersitatem constituemus. Cum autem paucæ huius rei obseruationes ab artificibus accuratè factæ extent, non est indigna res cõsideratione, vt exquisitiùs nostro tẽpore solis cursum instrumẽtis examinemus. Quòd si Copernicus videatur rem acu tetigisse, ac omnem difficultatem, quæ à Ptolemæi tempore hucusq; in constituendo cælestium corporum motu nata erat, submouisse

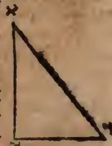
submouiſſe,non temerè à præſtantiſsimo artifice diſcedendum erit. Sed tamẽ amantem veritatis inſtrumentorum adminiculo calculum ipſius examinare decet. Ac vt rem ipſam percipiant diſcentes,ſcire licet ex tribus ſolis locis accuratè exploratis,& elapſo inter ea temporis interuallo veram ſolis eccentroteten conſtitui poſſe. ἀπόδειξιν verò eruditè ſummus artifex Ioãnes Regiomontanus in Epitome contexit,quem nos etiam hoc loco ſequimur. Igitur exempli gratia ſuper l centrum deſignemus eccentricum ſolis circulum p q s d, quem per abſidis lineam p l k s in ſemiſſes diuidamus. Et infra l centrum conſtituamus centrum terræ in ſigno k. Erit igitur p abſis, cuius à ſigno k diſtantia p k & l k inquiſita eccentrotes. quam vt inueniamus, cõſtituantur tria ſolis loca per inſtrumentum exquiſitè obſeruata in punctis n q x, ex quibus ducantur rectæ lineæ in ſignum t, quæ ſint n t, q t, x t. Præterea aliæ trahantur, nempe n l, x r, q d, q x. Et perpendiculares extendantur l m in n t, x o in q t, t r in x r & t b in q d. His conſtitutis manifeſtum eſt ex angulo n k q, qui eſt motus apparentis inter primæ & ſecundæ obſeruationis loca, rationem k t ad t b patefieri. Nam in trigono rectangulo k b t angulus t k b per 15 primi Elementorum æquatur ipſi n k q. Porrò ex circumferentia n q, quæ deſignat ſpacium æqualis motus à tempore primæ obſeruationis ad tempus ſecundæ, innoteſcit angulus n t q, & antea conſtitutus eſt exterior angulus t k b. Quare angulus t q k non latebit. Igitur in triangulo orthogonio t b q per 30 primi Regiomontani conſtabit ratio lateris q t ad latus t b. Ac paulò antè innotuit ratio k t ad t b: quare ratio q t ad k t non latebit. Inſuper cum angulus n k x conſtet ex motu apparente, qui inter primam ac tertiam obſeruationem intercipitur, patefit ratio k t ad t r. Nam trigoni orthogonij k r t angulus r k t per 15 primi æquatur ipſi n k x. Cæterùm ex æquali motu primi ac tertij temporis, quem definit circumferentia n x cum inueniatur angulus n t x ipſe r x t angulus non latebit. Ergo conſtat ratio x t ad r t. Sed antea patefacta eſt ratio k t ad r t. Quare ipſius x t ratio ad k t manifeſta fiet. Præterea cum inuenta ſit ratio k t, ad q t, cognoſcetur etiam ratio q t ad x t. Ad hæc circumferentia q x data eſt ex æquali motu ſecundę ac tertię obſeruationis. Igitur q x chorda nota fiet in partibus, quarum p l 100000 partes complectitur. Ex eadem conſtat angulus q t x. Quare in trigono rectangulo x o t nota eſt ratio x t lateris ad o t & x o latera. Igitur eadem menſura x o & o t, qua conſtat x t explorata ſunt. Sublata igitur recta o t ex q t, relinquitur q o. Hinc trigoni rectãguli q o x notis q o, & x o lateribus, per 26 primi Regiomontani q x, recta per eandem menſurã cognoſcetur. Eadem verò antea nota fuit per mẽſuram partiũ ipſius p l. Quare per menſuram earundem partiũ metiemur q t & k t. hinc colligetur circũferentia q x t. Tota igitur circũferentia n x t patefiet vnà cum chorda n t, cuius pars k t nota eſt. Quare differẽtia vtriuſq; nempe n k non latebit. Quod aũt fit











ex t k in k n vnà cum quadrato k l ęquale est quadrato ipsius p l. hinc ipsa l k inquisita eccentrotes innotescit, quę coniuncta ipsi p l totam p l k absidis à terrę centro distantiam notam reddit. Vt autem ratiocinemur distantiam p absidis ab n primæ obseruationis loco in trigono rectangulo l m k inuestigabimus latus l m, aut in k, quia totus arcus n x t notus est, & ex duobus lateribus deinceps per 27 primi Regiomontani angulum m k l ratiocinabimur. Constat igitur manifestè qua ratione construenda sit ἀπόδειξις, vt per obseruata Solis tria loca veram eccentroteten, ac certum absidis locum in Ecliptica ratiocinemur, vt si calculus ab experimentis aberret, in integrum restitui poßit. Claudius Ptolemæus solis absidem suo tempore in 5 Geminorũ parte 30 scrupulo immobilem consistere putabat. Sed eius motus ad hæc nostra tempora satis euidentibus obseruationibus deprehensus est, cum vltra primam Cancri partem & 40 scrupul. ab eo loco processerit. Cur autem Ptolemæus in ea sententia fuerit, rationem ingeniosißimè nobis explicauit summus vir Hieronymus Cardanus. Cùm enim eccentrici circuli propterea constituantur, quia planetæ aliâs altiores, aliâs humiliores nobis appareant, id quod non tantùm ex apparẽte corporis magnitudine, sed etiam ex eclipsibus luminarium licet deprehendere: item quod in superioribus locis tardiùs in inferioribus velocius moueantur, ac in planetis, qui in epicyclo voluuntur, maximas æquationes increscere necessarium sit, quando centrum propius ad terram accedit, & vicißim decrescere, quando remotiùs ab eadem euagatur, sequitur exiguam motus absidis differentiam duabus potißimùm de causis latêre. Nam quæ ex eclipsibus solis colligitur mutatio partim ob luminis magnitudinem, partim eclipseos instabilitatem nullo modo deprehendi potest. In eclipsibus lunę vmbræ terræ magnitudo ad distantiam 5 partium ab abside parum aut nihil immutatur. Quare per hanc obseruationem motus solis absidis minimè probari potuit, nec etiam facilè ex consideratione ipsius cursus intra exiguum temporis spacium. Sed etiam motus absidis intra partes 5 nullam parit differentiam, quæ aspectu poßit discerni. Ex quibus manifestè constat, cum Ptolemæus tantùm obseruationes 500 annorum haberet, non potuisse ipsum Solis absidi motum aßignare. Noluit autem summus artifex ea constituere, quæ nec demonstrari, nec vlla sensus euidentia comprobari possent. Sed reliquorum planetarum motus cum exquisitiùs ex collatione solis deprehendi possent, cuius distantia quidem à stella exactißimè nota erat, etsi radix minus exquisitè haberetur, tum quia remotionis diuersitas manifesta esset, quę etiam ex minima absidis differentia contingit, in ijs absidis mutatio latêre non potuit.

Propter has causas Ptolemæus reliquorum planetarum absides moueri nõ solùm inuenit, verumetiam demonstrauit, Solis autem absidem moueri nulla ratione demonstrare potuit. Neq; hoc peritißimi artificis ignorantiæ adscribendum est, cùm obseruationibus destitueretur, sine quibus aliquid certi in Astronomica scientia constituere impoßibile est; nunc autem plures propter tantum temporis elapsum interuallum artificum industria factæ extant. Cum autem rex Alphonsius videret cõstitutas à Ptolemæo absidum radices, vt hîc describuntur,

Absis

Absis Saturni in Scorpionis P. M.	Scorpionis P. M.		Differen.	
14 10	17	54	3	44
Absis Iouis in Virginis 2 9	28	7 Leonis	4	2
Absis Martis in Canceri 16 40	19	43 Canceri	3	3
Absis solis in Geminorum 5 30	5	56 Geminorum	0	26
Absis Veneris in Tauri 16 10	5	56 Geminorum	19	46
Absis Mercurij in Libræ 1 10	5	10 Libræ	4	0
Secundum Ptolemæum.	Secundum Alphonsium			

Ad tempus Nabuchodonosoris, & suas exactius supputatas, ad idem vellet referre principium ex constituta Ptolemæi hypothesi & naturalibus rationibus eundem motum & stellis fixis & absidibus attribuit. Cum autem centrũ epicycli Veneris statueretur iuxta partem extremam Sagittarij, inuenit maximam remotionem partium 47, scrup. 32, quæ maior est quàm Ptolemæus constituerat. Quare in alium etiam locum Veneris absidem transferre coactus est iuxta quod punctum, ex cõstituto solis motu, licet non præcisè, tum ipsius absidem esse cognosceret. Propterea cum non precisè scopum attingere posset & Veneris motus cum medio motu solis maximè conueniret, & differentem in absidibus locum, qui deprehendi posset, non haberet, nec à verisimili ratione alienum videretur Veneri eundem locum statuere, ad postremã Geminorum partem solis absidem transtulit. In eandem ipsum sententiam impulit institutum Ptolemæi, qui Nabuchodonosoris tempore solis absidem in 5 Geminorum parte constituerat, & quod Alphonsius Nabuchodonosore annis 1998, diebus 96 posterior sit, in quo tẽpore motu octauæ sphæræ, quem Ptolemæus in annis 100 vna parte constare voluit, Veneris absis ad Solis absidem transfertur. Ergo tam ratione quàm experimẽto Solis absidem mobilem posuit, & ad Veneris absidem traduxit, & in annis 1119, diebus 249, quibus prima Ptolemæi obseruatio Alphonsij radicem antecessit, eidem 23 ferè partes adiecit.

PROPOSITIO X.

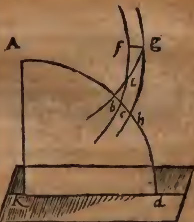
De ueri temporis Æquinoctij obseruatione.

Magna erat antiquorum artificum diligentia (vt apud Theonem in Græcis commentarijs μεγάλης συντάξεως videre licet) in explorando exquisitè veri Aequinoctij tempore, non tantùm ad certam anni currentis quantitatem definiẽdam, verumetiam ad emendatum solis motum constituendum. Ad obseruationes autem adhibebant organa sumptibus ac arte constructa. Sed nostro seculo pauciores Aequinoctiorum obseruationes ab artificibus annotatas habemus: vna inter cæteras, quæ facta est Thubingæ anno 1538 decimo die Martij, quam tamen in explorandis temporis scrupulis nihil à scopo aberrasse vix credi potest, omnium exquisitissima videtur. Vt ergo studiosi veritatis rem ipsam & quantum ab experimentis tabularum calculus absit, diligentius explorent, non est indignum consideratione, vt inuestigemus qua ratione Quadrãtis adminiculo Aequinoctij temporis obseruationem cõmodissimè liceat absoluere. Explicatum est nobis anteà, quomodo ex obseruata solis ortiua aut occidua amplitudine verum ipsius in Ecliptica locum ratiocinemur, cuius hic

vſus ad certam æquinoctij temporis horam colligendā accommodaiſsimus eſt. Etenim in locis ab æquatore verſus Septentrionem remotioribus amplitudinum circumferentiæ declinationum ſegmenta longiori excedunt interuallo. Itaq; contingit, vt verus ſolis locus ex obſeruata per inſtrumentum amplitudine, certius ac facilius, quàm ex declinatione colligat. Ac vt res ipſa fiat euidentior, ſcire licet, ipſas ortus & occaſus amplitudines eandem cum declinatione rationem in ſitu obtinere: videlicet vt in declinatione, quæ eſt verſus Septentrionem, ſol oriatur & occidat citra ſectiones Aequatoris & Horizontis, ac contrarium accidat, quando ſol in ſemiſſem Eclypticæ, qui in Auſtrum deflexus eſt, expatiatur. Ex his manifeſtè conſtat, ſi intra illius temporis interuallum, quo ab Oriente in Occidentem reuoluitur ſol, vtranq; declinationem ſortiatur, nimirum vt à Septentrione per ſectionem Aequatoris & Eclipticæ in Auſtrum digrediatur, aut è conuerſo: neceſſariò euenire vt manè citra punctū Horizontis, quod ſtringit Aequinoctialis, emergat, ſed veſperi vltra oppoſitum ex diametro punctum occumbat, aut contrà. Cuius rei per inſtrumenta periculum facient certius ac facilius, qui habitant in locis, vbi maior eſt inclinatio Horizontis ad Aequatorem. Iam verò cum ſuperius à nobis demonſtratū ſit, qua ratiocinatione ex obſeruata ſolis ortus & Aequinoctialis differētia certum ipſius in Eclyptica ſitum colligamus, facilè apparet, ſi & occaſus locum exploremus, quomodo ſegmentum illud circumferentiæ Eclypticæ, quod cōtra motum primæ reuolutionis ab Occidente verſus Orientem quolibet die conficiat, in lucem prodeat. His ita conſtitutis, explorabimus aliquot dierum tempore, intra quod Aequinoctium euenire omnino oporteat, amplitudines exortus & occaſus ſolis ea, quam ſuperius ratione declarauimus. Atq; diligenter illud reuolutionis tempus annotabimus, in quo per inſtrumentum declinationis mutationem factam eſſe deprehenderimus.

Si ergo hanc declinationis mutationem intra ſpacium diurnę reuolutionis contigiſſe obſeruatum fuerit, ſolis ingreſſum in punctū Aequinoctij de die factum eſſe conſtabit. Contrarium intelligas, ſi eadem mutatio fiat intra tempus quod eſt ab occaſu ad ortum ſolis. Quare vt huic ſolis ingreſſui in punctum Aequinoctij, ſiue ſectionem Aequatoris & Eclypticæ certum temporis momentum aſſignemus, ſpacium dictæ reuolutionis, ſiue diurnum ſiue nocturnum fuerit, cum circumferentijs Eclipticę, quarum altera ex declinationis mutatione ſit inuenta, altera ex diſtantia loci ſolis à dictæ ſectionis puncto per obſeruationem Aequinoctij tempus antegreſſam ſit collecta, conferemus in hunc modum. Eſt enim eadem ratio totius Eclipticæ ſegmenti ex mutatione declinationis ſolis deprehenſi ad conſtitutum primi motus tempus, quo is ab Oriente in Occidentē circumuoluitur, aut è conuerſo. quæ eſt diſtantia ſolis loci ab Eclipticæ ſectione, qui per antecedentem obſeruationem colligitur ad illud temporis ſpacium, quod inter eam obſeruationem & momentum veri Aequinoctij intercipitur. Quare multiplicantes ſecundum in tertium, quod producitur partiemur in primum. Hinc inquiſitum certi ingreſſus ſolis in conſtitutam Aequatoris & Eclipticæ ſectionem momentum innoteſcet. Atq; hac ratione primùm inſtitutæ quæſtionis ſolutionem per obſeruationem ortus & occaſus ſolis expediuimus: ſequitur nunc vt etiam conſideremus qua ratiocinandi via per eleuationes ſolis in Meridiano circulo, eundem ſcopum attingamus. Nec difficilis fuerit huius obſeruationis cōſideratio, ſi memineris qua ratione, ſuperius ex ſolis eleuatione Meridiei tēpore obſeruata, verum ipſius in Ecliptica locū deprehenderimus. Eo loci oſtendimus Meridianas ſolis altitudines, quandiu occupat ſemiſſem Eclipticæ Borealem, ſi per inſtrumentum obſeruentur, ſemper maiores deprehendi, quàm ſit inclinatio circuli Aequatoris

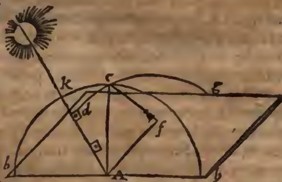
toris ad horizontem ac contrarium experientibus offerri, quando sol Austrinam Eclipticæ partem peragrat. Ex quibus manifestum est, si in Meridie explorata solis eleuatio tanta exquisitè occurrat, quanta est inclinatio horizontis & Aequatoris, siue quantum est altitudinis poli complementum, eo ipso obseruationis momento ingressum solis in Aequinoctij punctum absolui. Si verò tempus Aequinoctij verni expectetur, aut certò futurum sit à Meridie diei constituti, eleuatio solis Meridiana minor inuenietur inclinatione sphæræ, sed in sequentis diei Meridie eandem pro ratione declinationis excedet. Ex vtraque harum eleuationum cum differentes constituantur solis declinationes, etiam vterque solis locus, nimirum & quem antecedente Aequinoctij tempus diem, & quem sequente possideat, facilè innotescit. Quare vtriusque distantia ab Aequinoctij puncto, & tota denique motus circumferentia, quàm in Ecliptica sol à tempore alterius obseruationis ad alterum conficiat, latere non potest. Vt ergo certum Aequinoctij momentum ratiocinemur constituentes totam circumferentiam ex vtriusque loci solis differentia collectam in primum locum, & in secundum primæ reuolutionis tempus, quod constat 24 horis & in tertium loci prioris obseruationis à sectione verna Eclipticæ distantiam reliquum operis iuxta tenorem regulæ proportionis absoluemus. Hinc verum æquinoctij tempus inuenietur, quod à Meridie antegressæ obseruationis diei numerabitur, aut ex 24 horarum spacio sublatum, temporis differentiam, quę inter Aequinoctiũ & Meridiem sequentis diei intercipitur, relinquet. Cæterùm quo tempore futurum expectabitur autũnalis Aequinoctij tempus, necessarium fuerit, vt obseruata solis altitudo in Meridie ipsum antecedente poli complemento maior inueniatur, in sequenti verò minor. Ex harum eleuationum differentia cum circumferentia Eclipticæ, quam sol totius circũuolutionis tẽpore peragrat, ac vtriusque obseruationis loci ab autũnali sectione distãtia innotescat, eodem modo quem antea explicauimus, iuxta regulam proportionis certũ Aequinoctij tẽporis momentũ ratiocinabimur. Vt aũt rudiores manifestius rem ipsam percipiant, huius posterioris obseruationis exemplum in subiecto schemate proponemus. Cõstituatur ergo instrumentũ a k d in plano Meridiani circuli versus Austrũ ac circũferẽtiam a d secet Aequinoctialis f c in signo c, & Ecliptica g b in signo b vt autũnalis Aequatoris & Eclipticę sectio fiat in l. In Meridie, qui proximè solis ingressum in l antecedit, obseruatus sit per Quadrantẽ sol in b, ex quo loco versus Orientẽ intra spaciũ 24 hora. quibus absoluitur dies naturalis, processerit vsque in g punctũ Eclipticæ, cuius declinationẽ Austrinã designet circũferentia f g, & æqualis siue primę reuolutionis arcũ Aequatori parallelũ g h, qui stringat Meridianum in h. His constitutis, dicimus certũ ingressus solis in l punctum autũnalis Aequinoctij tẽpus per ratiocinationem cõstitui posse.



Cum enim in Meridie Aequinoctiũ antecedente locus solis deprehensus sit in b, innotescit eiusdem eleuatio in circulo Meridiano d b, sed d c est inclinatio sphæræ, siue altitudo Aequinoctialis supra finientem circulum, quæ cognoscitur ex complemento eleuationis poli, vt antea nobis demonstratum est. Hac igitur sublata ex d b, relinquitur Septentrionalis loci solis declinatio b c, qua deprehensa iuxta doctrinam Triangulorum anteà explicatam, patefit distantia loci solis ab autũnali sectione quæ est b l. Iterum Meridiei tempore Aequinoctij momentum sequẽtis, cum centrum solis

delatum sit in g, ac Meridianum stringat in h, offertur in eodem eleuatio d h, qua sublata ex c d superest Austrina loci solis declinatio c h, cui æqualis est f g, quia g h parallelus est æquinoctiali f c. Cum ergo teneamus ipsam f g per eandem Triangulorum scientiam colligemus distantiam loci solis in g ab l. Ex coniunctis autem b l & g l constituitur tota b l g circumferentia, quàm centrum solis confecit intra spacium totius primi motus periodi. Fit igitur vt eadem sit ratio totius segmenti b g ad tempus primi solis motus periodi, quæ est partis b l ad spacium temporis, quo sol ex b versus Orientem in l æquinoctij punctum mouetur. Ex quatuor harum quantitatum innotescunt tres. ergo per regulam proportionis quarta, quæ verum æquinoctij temporis momentum complectitur, in lucem prodibit. Ex eodem schemate discentes facilè perspicient, qua ratione ex obseruata per declinationes motus solis differentia certum æquinoctij verni tempus colligatur. Porrò cum in his antegressis modis ab obseruationibus ad ratiocinationem progressum fieri oporteat, vt certò præfixum nobis scopum assequamur, subnectemus hîc aliud artificium, quo citra omnẽ vsum calculi studiosi idem operis expedire possint. Vtque rem ipsam faciliùs percipiant, scire licet illas superficies, quæ in planiciem æquinoctialis circuli exquisitè incumbunt, aut eidem æquidistant, quamuis in terra vtriusque situs nulla obseruantibus differentia offeratur, ac Septentrionem spectant, à solis radijs duntaxat illustrari, quãdo semissem Eclipticæ Borealem occupat. Contrarium experimur eodem tempore in aduersa superficie quæ polum antarcticum spectat, nimirum vt interea nullos solis radios excipiat, donec per autumnalem sectionem Eclipticę in Austrum ab ęquatore reuertatur. Ex quibus manifestum est ipso æquinoctij die, siue cum alterius sectionis punctum sol ingreditur, radios ipsius ab vna superficie in alteram continuò transferri. Si ergo huius translationis siue mutationis radiorum solis momentum liceat experiri, aut certò deprehendere verum æquinoctij tempus constitutum habebimus. Itaque si fiat hoc nocturno tempore, manifestum est hac obseruatione institutum negocium absolui non posse. Hoc igitur constituto, si verum æquinoctium in tempus diei incurrat, inuestigandum erit nobis deinceps, in quem situm oporteat Quadrantem collocari, vt certò huius rei periculum faciamus. Primùm hîc opus est exquisita distinctione temporis & antemeridiani & pomeridiani per obseruationem Meridianæ lineæ, quæ anteà nobis explicata est. Hac ratione consequemur, vt solo Quadrante loco totius superficiei semicirculi vtamur, in hunc modum. Eo die, quo futurum expectabitur æquinoctij tempus, ante solis ortum collocabimus Quadrantem in eum situm, vt exactè sit in plano Quadrantis Aequatoris circuli, qui inter locũ ipsius exortus & cæli medium intercipitur. Ad hanc collocationem rectè instituendam opus est diligenti obseruatione Meridiei lineæ, communis horizontis & æquatoris sectionis, & inclinationis sphæræ in quo loco futura sit obseruatio. Vt hoc euidentius appareat super tabellam planam ad horizõtis superficiem exquisitè stratam designabimus Meridianam lineã, quam deinceps per aliam rectam πρὸς ὀρθὰς secabimus, quæ nobis designabit communem æquatoris & circuli finientis sectionem. Hoc constituto, superficiem Quadrantis ita imponemus tabellæ, vt centrum exquisitè congruat ipsi recto angulo sectionis ductarum linearum, qui est inter Orientem ac Meridiem, id quod certò futurum est, si basis Quadrantis in sectionem Aequatoris, & alterũ latus in Meridiei lineam exactè conueniant. Superest tandem, vt Quadrantis alterũ latus à constituto tabellæ plana sic eleuemus, eandem Aequatoris sectionẽ basi occupante, vt exactè constituat angulum inclinationis æquatoris & finientis circuli. Id operis facilè expediemus, si in alio plano ad quantitatem semidiametri Quadrantis

drantis nostri circumferentiam designemus, aliquanto maiorem eleuationis poli complemento, quod illic officio circini exceptū, hîc distinguemus. Quòd si id molestum videatur, excipiemus in Quadrante magnitudinem sinus recti inclinationis Aequatoris & horizontis, cui æquale faciemus perpendiculum, aut rectum aliquem stylum, cui hoc adhæreat. Duobus igitur modis certam experiemur quadrantis eleuationem, vt inclinationi sphæræ congruat. Aut enim applicabimus centrum designatæ circumferentiæ centro Quadrantis & basin illius Meridianæ lineæ, & attollemus punctum huius, vbi finis est 90 partis exquisitè supra distinctum poli complementum. Aut stylum antea constitutum sub eodem 90 partis pūcto officio perpendiculi ita collocabimus, vt subiectam Meridiei lineam πρὸς ὀρθὰς contingat. Talis ergo situs erit instrumenti, vt Aequatoris Quadranti, qui est inter Orientem ac Meridiem exactè congruat, ac idem planum reuera possideat. Exploraturi igitur certū Aequinoctij temporis momentum emergente sole versus Orientem mobilis regulæ pinnacidia dirigemus, vt cōstet an solis radij per ea ingrediantur. Quod si fiat, certum erit eo momento Aequinoctium celebrari, sin minus, reliquo tempore quo sol ab ortu versus cæli medium rapitur, subinde eandem regulam per instrumenti planiciem circumuoluemus, donec experiamur, quòd radij per ipsa pinnacidia irrumpant. Hoc vbi deprehenderimus, cuspis regulæ in circūferentia indicabit Aequinoctij temporis à Meridie distantiā, si pro singulis segmentis 15 part. integram horam substituamus. Quòd aūt sol hoc tempore verum Aequinoctij punctū ingrediatur, manifestum est, quia centrum illius nisi cōstituatur exquisitè in planū Aequinoctialis circuli radios directè per vtriusq; pinnacidij foramina transfundere non potest. Manifestū est ergo, qua ratione tempus Aequinoctij ante Meridiem possit explorari. Cum aūt nulla ratione constet, an hoc intra id temporis futurum sit, considerandum nobis est, si in alterū semidiurni motus semissem inquisitum tempus incidat, quomodo in eundem vsum instrumētum sit collocandum. Cōmodissimè hîc idem negocium expediemus, si aduersam Quadrantis superficiem in alteram partem æquinoctialis planiciei, quæ inter Meridianum & Occidentem cōcluditur eodem artificio, quod paulò antè expositum est, transferamus. Nam hîc eodem modo per circumuolutionem regulæ excipiendis solis radijs accommodatam ingressum eius centri in æquinoctialis circuli planum experiemur. Cæterùm ne res ipsa discentibus obscurior videatur, designato schemate euidentiùs eam ante oculos constituemus. Sit ergo tabella plana ad superficiem horizontis strata b d g h, per quam ducta sit Meridiana linea a f. Hanc πρὸς ὀρθὰς secet b a h communis æquatoris & horizontis sectio, super quam designetur semicirculus b c h ad quantitatem lateris instrumenti a b. Et hunc in semisses partiamur per rectam c a, vt Quadrans b a c sit in ea parte æquinoctialis, quæ ab Oriente horizontis parte & Meridiano comprehenditur, & alter c a h, qui cæli medio & Occidente finientis circuli parte complectitur. Vt ergo veram vtriusq; Quadrantis eleuationem experiamur, quam hîc ita constituimus, vt ipsius sphæræ congruat inclinationi, ad sectionem c collocabimus circumferentiam d c g designatam super æquali magnitudine ipsi b a, in qua c g sit eleuationis poli complemento æqualis. Eandem eleuationem explorabimus si fuerit c f per-



pendiculum æquale sinui recto eiusdem complementi, ac in Meridianam lineam a f πρὸς ὀρθὰς incidat. Hoc constituto, post solis exortum regula mobilis a k per infixa pinnacidia radios ipsius ex l delatos transmittet. Hinc manifestum erit centrum Solis l in eadem esse recta linea, cum k a, quæ cum sit in Aequinoctiali plano, constat illud alt... am sectionem Eclipticæ & Aequatoris occupare. Itaq; non dubium est, quin verum in l fiat Aequinoctium. Cum autem b c h semicirculus Aequinoctialis planum occupans, sectus sit per rectam c a in semisses, erit ipsa a c in Meridiani plano. Quare per segmentum k c patefit distantia temporis Aequinoctij à Meridie. Si ergo intra illud spacium temporis, quo sol ab Oriente in Meridiem voluitur, nusquàm ipsius radij per pinnacidia deferantur, nec Meridiana eleuatio congruat inclinationi sphæræ, post Meridiem officio regulæ in Quadrante c a h similem obseruationem repetemus. Hęc de explorando Aequinoctij tempore scripta sufficiant.

PROPOSITIO XI.

De ratione ueram anni temporis quantitatem examinandi.

AD communem rerumpub. vtilitatem non mediocriter conducit, vt tempus annuæ reuolutionis Solis in Ecliptica quantum fieri potest exactissime cognoscatur. De huius temporis quantitate omnibus ferè seculis, etiam diligentissimorum artificum ac priscorum discrepantes sententiæ sunt inuentæ. Quare singulis ferè annorum centurijs ex recentiorum artificum obseruationum collationibus, veram anni quantitatem ratiocinari operæpretium fuerit. Hoc quomodo fiat inferiùs explicatur. Vt autem totius negocij rationem ad faciliorem sequētium intelligentiam paulò altiùs repetamus, cognoscendum est olim primò Thebæos Aegypti populos longè aliud anni tempus ex Lunæ motu, quàm ab Hebræis ante diluuium fuisset obseruatum, constituisse. Dehinc apud Græciæ populum Thales Milesius, qui vnus ex septem sapientibus cōmemoratur, alio modo anni quantitatem diuulgauit: post quem Eudoxus & Hipparchus, rationem Aegyptiorum imitati, primi omnium maximè propinquum reuolutioni Solis anni tempus cōstituerunt. Tandem inter Latinos C. Iulius Cæsar industria & officio Sosigenis tunc temporis Astronomorum præstantissimi, proximè ad rei veritatem anni mensuram 365 dierum & sex horarum promulgauit: vnde factū est, vt quarto quolibet anno dies integer excresceret, quem post 24 Februarij constituit, atq; hinc is annus bisextilis appellationem sortitus sit. Porrò triplici modo annui temporis magnitudinem metiri solebant. Nam Thebit Benchorat, Chorę filius, tempus reditionis Solis ad eandem stellam fixam obseruabat. Claudius Ptolemæus reuersionem Solis ad idem Tropici, aut Aequinoctij pūctum dinumerabat. Tandem recētiores nempe rex Alphonsius, Regiomontanus, & Hieronymus Cardanus omnium nostri tēporis Philosophorū facilè princeps, cuius etiā honoris gratia libenter mentionem facimus, multò verius ac certius tēpus restitutionis Solis ad idem Eclipticæ fixæ punctum tam in longitudine quàm latitudine, per circumferentiam maximi circuli à polis Eclipticę fixæ in Solis cētrum ductam, atq; ibidem fixam, donec Sol in idem punctum reuertatur, nullam ex hoc differentiam statuentes, quòd Sol sub mobili Ecliptica à fixa dimotus, nunc in Septentrionalem, nunc in Meridionalem partem deflectat, ad definiendam anni quantitatē assumpserunt. Porrò Cardanus longè aliter triplicem Solis motum, quàm reliqui recentiores, constituit. Asserit enim Solem motu vniuersi primò ab Oriente in Occidentem in 24 horis super mundi polis, secundò ab Occidente in Orientem super mobilis Eclipticæ polis, iuxta Alphonsij sententiam intra 49000 annorum spatium, quòd longissimum tempus est, aut in annis 4056

diebus 330 minut.46,secun.50,quod breuissimum est iuxta opinionem Thebit,aut teste Cicerone in 1300,aut secundum Platonem in 36000 annis circumuolui,quo motu cum ex orbe etiam toto fiat, non solum absis ad diuersa loca progreditur,aut retrocedit,verumetiam Ecliptica mobilis ad alios atque alios angulos Aequinoctij orbem intersecat.Nec verum putat solos absidem deferentes,vt plurimi existimant,ita moueri. Vltimò verò Solem excentrico orbe aut sphærula ita ab Occidente sub mota Ecliptica ad Orientem deferri, vt in 365 diebus,6 horis,minus paucissimis tẽporis minutis eòdem reuertatur.Neq; tantùm totũ solis orbem sub Eclipticæ motu ab Occidente in Orientem regredi, sed etiam vniuersam cælorũ machinã non minus tardè simul ad Orientem retrocedere, quàm in occasum velociter deferri. Vnde consecutum est,vt cum plurimi hunc motum in orbium planetarum,ac Lunæ descriptione neglexerint,aut ignorauerint,post magnum temporis interstitium error maximus & vix explicabilis excreuerit. Nam cum Sol, cæteriq; planetæ eandem ad mobilem Eclipticam perpetuò seruent habitudinem, manifestum est eos necessariò illius motu,nec tantum absiduũ deferẽtes moueri, imò cùm totus orbis planetarius simul moueatur,hos orbes imaginarios potiùs, quàm re vera sic appellandos. Sed opinionem Thebit cum experimẽtis non consentire certum est.Nam spica Virginis,quæ Ptolemæi tempore ab Aequatore in Austrum nullo gradu, minut.31 declinabat, nunc vlterius ad eandem mundi plagam,part.8 minut.25 recessit.Quare in 1404 annis declinationem 7 partibus,54 minut.increuisse oportebit.At dimetiẽs parui circuli secundum opinionem Thebit tantùm est 8 grad.37 scrup.secund.26.Ergo cum 1404 paulò plus,nempe 52 constituant,quàm sit tertia pars de 4056.oportuisset tãtùm caput Arietis per 130 partes parui circuli delatum esse.Atqui hęc differentia 8 ferè circuli magni partes implere non potest.Etiam Lunæ locus declarat stellas ab Aequatore plus 5 partibus recessisse.Constat igitur tum ex Planisphærio,tum ex planetarum motibus,stellas per maiorem differentiam, quàm sint partes quinq; moueri.Claudius Ptolemęus,antè annos 1422,hoc est,post tempus natiuitatis Christi Seruatoris 138 diligentissimis obseruationibus tempus reuolutionis Solis 365 dierum,horar.5 minut.55 secun.12 inuenit,ita vt in annis 300 vnus bisextus prætermitteretur.Nam si exactè residuũ tempus à diebus esset 6 horarum,inter annos 300 essent bisextiles 75, at hìc desunt minu. 4 secun.48.Quare si multiplices 4 minut.& 48 secund.in 300,producetur dies integer. Minuta enim 1200 horas 20 & secund.14400 4 constituunt. Verùm hæc anni mensura,cum nostri temporis obseruationibus non consentit,Ptolemæus enim velociorem motum,quàm experientia testetur, stellis fixis assignauit,nec initium anni ab aliquo Eclipticæ fixæ loco,sed Aequinoctij puncto sumpsit:motum etiam absidis excentrici Solis propter obseruationũ inopiam deprehendere non potuit. Al Bategnius Mahometus anni tempus dierum 365,horarum 5,minut.45,secund.36 tantùm inuenit,ita vt ex 100 annis,in quibus 25 bisexti fierent,vnus exciperetur.Nam scrup.14 & secun.24 per 100 multiplicata,diem vnum conficiunt.Sed hæc opinio cum stellarum fixarum motui 100 annos attribuat,nostro tempore ab experimentis aberrat. Tandem Asrael,qui tabulas motuum planetarum Alphonsio cõposuit, Georgius Peurbachius,Ioannes Regiomontanus,& Ephemeridum scriptores,pro vera nostri temporis annorum quantitate dies 365, horas 5,minut.49,secun. 15,tertia 58,quart.51,quinta 12 assignarunt. Quòd si hanc anni quantitatẽ veram esse fateremur,in annis 136 superessent horæ 24,minut.19,secun.46,tert. 36,quart.24. atq; ita consequeretur,vt, si ex annis 136 vnus bisextus auferre-

tur,atq; ex 9928 loco 73 bisextorum excipiendorum 74 tollerentur,motum Solis emendatum haberemus. Nam etsi differentia minut.3 secun. 42 tert.17 quart.12 relinquatur,tamen ea in 3871920 annorum tempore demũ 1 diem absoluit.Porrò, quò facilius intelligantur sequentia, scire licet eos, qui nobis hanc motuum distinctionem tradiderunt,& sphæræ stellarum fixarum triplicem motum constituisse.Primum,qui singulis diebus ab Oriente in Occidentem super polis mundi fixis perficiatur: Secũdum qui fit ab Occidente iterum in Orientem super polis Eclipticæ immobilibus in 49000 annis, ita vt pars vna in 136 annis & 90 conficiatur: Tertium quem trepidationis motum appellarunt,per circumferentiam parui circuli,cuius centrum in Ecliptica nonæ statuitur,& dimetientem partium 18 maximi circuli habet, & in 7000 annorum spatio absoluitur.Hac etiam de causa fit,vt Solis maximæ ab Aequinoctij orbe declinationes varientur,& tanta in velocitate & tarditate motus stellarũ fixarum differentia appareat.Hosce duos solis motus,tanquam alicuius ducis totis orbibus non secus ac diurnum planetæ omnes cõsequuntur. Porrò Claudius Ptolemæus duas exactissimas ingressus Solis in primum autumnalis Aequinoctij punctum obseruationes nobis reliquit, quarum prima 8 cap.lib.3. sic describitur.Exquisitissimam fecimus anno decimoseptimo Adriani, septimo die mensis Athus,ingressus Solis in primum autũnalis Aequinoctij punctum,obseruationem,horis duabus æqualibus à meridie, post Nabuchodonosoris coronationem annis 879 diebus 66 horis duabus: ab Alexandri morte annis 455 diebus 66 horis 2 & ab Octauij principatu annis 161,diebus & horis ijsdem.Secunda autem secundo sic recitatur.Tertio Antonini anno,nono die mensis Athir,vna hora post Solis ortum, vidimus Solem in primo autumnalis Aequinoctij puncto,qui fuit annus ab Alexandri morte 463. Primùm hîc consideremus,quos annos Ptolemæus intelligi velit. Differentia motus Solis à Nabuchodonosore ad primam obseruationem est partium 211 minut. 25 quam in annis 879 diebus 66 horis duabus exercuisse narrat. Et motus Solis vnius anni,qui exactè constabat 365 diebus,erat 359 part.45 minut.24 secun.45 tert.21 quart.8 quint.35 sextorum.Hunc motum si duxeris in 879 annos,dies 66 horas 2 vltra integras reuolutiones 879 exorientur part.211,minut.25.Quare manifestè constat annos Aegyptios intelligendos esse,cum eandem motus differentiam Ptolemæus ipse constituerit. Et cum hi 879 anni constent ex 424 qui intercipiuntur inter tempus coronationis Nabuchodonosoris & mortem Alexandri: item ex 294 qui à morte Alexandri ad Octauij principatum elapsi sunt,& ex 161,qui inter Augustum & 17 Adriani intersunt,sequitur omnes hos intermedios Aegyptios esse. Porrò cum secundam obseruationem tertio Antonini anno factam esse testatur, & ab Alexandri morte 463 atq; hîc prius eodem tempore 455 annos acceperit, differentia esse annorum 8 solarium,non Aegyptiorum, euidentissimis argumentis Cardanus comprobat. Erat huius obseruationis dies apud Romanos 24 Septembris,idem verò apud Aegyptios nonus mensis Athus,quia ex illis annis cum 8 effluxissent,necessarium erat,vt mensis initium duos dies præoccuparet,quibus bisexti duo anni Aegyptijs abundabant. Hinc apertè constat obseruationem hanc anno 140 salutis currente factam esse: & cùm sit hîc tertius Antonini annus,consequitur ipsum vel in fine 137 vel in principio 138 regnum occupasse.Constat enim ex obseruatione tertij cap. libri quinti, non potuisse post plures dies,quàm 38 ab initio anni 138 salutis Antonino imperium acceptum esse.Nam 7 Februarij 139 anni,secundus Antonini annus erat.His constitutis ex prima Ptolemæi obseruatione, & illa ingressus Solis in

vernalẽ

vernam Aequinoctij partem, quæ anno 1536 Thubingæ 10 Martij exactè in Meridie facta est, facillimum fuerit certam annui temporis magnitudinem, & verum Solis motum ratiocinari. Cùm igitur prioris obseruationis tempore absis Solis 5 Geminorum partem posſideret, necesse est, vt verni Aequinoctij tempus diebus 187 alteram præcesserit, ita vt 21 Martij horis 2 à Meridie euenerit. Et cum Alexandria Thubinga 1 hora 28 minut. remotius in Orientem vergat, sequitur, vt illic tempus Aequinoctij vernalis anno 1536 10 die Martij, hora 1 minut. 28 post meridiem fuerit. Differentia temporis inter primam obseruationem Ptolemæi & alteram hanc, quæ Thubingæ facta est, annorum 1404 tempus complectitur, in quibus ingressus Solis in Aequinoctium vernum præcessit diebus 11 hor. 0 min. 32. Si iam distribuerimus horas 11 dierum, quæ sunt 264 & 32 minut. in annos 1404, extrahentur ex sex horis singulorum annorum 11 minut. 18 secun. 17 tertia 26 quart. 9 quinta 50 sext. Quare emendata anni quantitas constabit 365 diebus 48 minut. 41 secundi 42 tertijs 33 quart. 50 quint. 10 sextis, cum quibus præter integras reuolutiones Aequatoris ascendunt part. 87 minut. 10 secund. 26 proximè. Hæc anni longitudo nostri temporis obseruationibus optimè congruit. Ad quam etiam proximè accedit ea, quæ ex ingresſibus Solis in tropica signa supputatur. Constituerunt quidam in festo natiuitatis Domini, anno 34 quo passus est, hoc est 25 die Decembris, obseruatum esse Solis ingressum in punctum hyberni solstitij, sed post annos 1474 alij eiusdem solstitij tempus 13 die Decembris contigisse obseruarunt. Interstitium temporis, quo Sol in annis 1440 eandem partem præoccupauit, 12 dierum numeratur. Si igitur in annos 1440 tantum temporis partiamur, consurgent præcisè 12 minuta ex 6 horis singulis annis subducenda. & si ex annis 120 siue 30 bisextis vnus intermitteretur, perfectum anni tempus 365 dierum & 48 scrupul. relinqueretur, quod antegressæ obseruationi maximè propinquum est. Hinc motus Solis ad nostra tempora correctisſimè institueretur. Sed ex assumpta priore anni quantitate, quæ maximè veritati consentanea videtur, construxit Cardanus duas tabulas, quarum vna est reuolutionum annorum, altera ascendentium, siue horoscoporum.

Tabula reuolutionum annorum.

		D.	H.	M.	S.
1	P. B.	A. 0	5	48	41
2		A. 0	11	37	23
3		M. 0	6	33	54
1		A. 0	5	48	41
2	P. B.	M. 0	12	22	36
3		M. 0	6	33	54
1		M. 0	18	11	18
2		M. 0	12	22	36
3	P. B.	M. 0	6	33	54
1	B.	A. 0	5	48	41
2		A. 0	11	37	23
3		A. 0	17	26	6
4		M. 0	0	45	12
8		M. 0	1	30	25
12		M. 0	2	15	38
16		M. 0	3	0	51
20		M. 0	3	46	4
40		M. 0	7	32	8
60		M. 0	11	18	12
80		M. 0	15	4	16
100		M. 0	18	50	20
200		M. 1	13	40	40
300		M. 2	8	31	1
400		M. 3	3	21	20
500		M. 3	22	11	41
1000		M. 7	20	23	25
2000		M. 15	16	46	51
3000		M. 23	13	10	17
4000		M. 31	9	33	43
5000		M. 39	5	57	9
10000		M. 78	11	54	19

Tabula aſcendentium annorum.

P.	M.	S.	
87	10	26	1
174	20	53	2
261	31	20	3
348	41	47	4
75	52	14	5
163	2	41	6
250	13	8	7
337	23	35	8
64	34	2	9
151	44	29	10
303	28	58	20
95	13	27	30
246	57	56	40
38	42	25	50
190	26	54	60
342	11	23	70
133	55	52	80
285	40	21	90
77	24	51	100
154	49	42	200
232	14	33	300
309	39	24	400
27	4	15	500
54	8	31	1000
108	17	2	2000
162	25	34	3000
216	34	5	4000
270	42	36	5000
181	25	13	10000

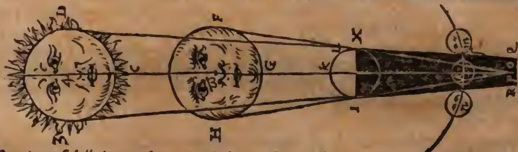
Harum tabularum vſum ſequentibus exemplis explicat. Anno 1398 natus eſt præſtantiſsimus vir Franciſcus Philelphus die 24 Iulij, horis 6, minut. 50 à meridie, mortuus verò anno 1481, vnde totius vitæ tempus fuit 83 annorũ. Iam ex his tabulis inuenietur tempus reuolutionis anni, quo mortuus eſt, & quotus Aequatoris gradus cum horoſcopo aſcẽderit. E regione 80 partium numerantur horæ 15, minut. 4, ſecun. 16, & cum ſuperſint adhuc tres, & geniture annus ſit ſecundus poſt biſextum, ex minori tabula, vbi eſt P. B. 2 capiantur horæ 6, minut. 33, ſecund. 54, quibus omnibus coniunctis, exurgent horæ 21, minut. 38, ſecun. 10 ex tempore geniture auferendæ. Quare reuolutionis tempus erat die 24 Iulij anni 1481 horis 2, minut. 22, poſt Solis ortum. In ſecunda tabula annis 80 adiacent partes 133, min. 55, ſecun. 52, & tribus reſpondent 261 part. minut. 31, ſecund. 20: ex his coniunctis ſi ſubduxeris totum circulum

culum,restabunt part.35,min.27, secund.12,horoscopi ascensioni adijciendæ. Secundum exemplum geneseos sit Gualterij Corbettæ, qui natus est anno 1495,die Iunij tertio,hora 12 horologij.Annus reuolutionis, in quo vita defunctus est:nempe 1535,ætatis 42 erat.E regione 40 annorum inueniuntur horæ 7,minut.32,8 secund.& cum annus natiuitatis sit tertius post bisextum in tabula, vbi P.B ad 3 ponitur,respondent reliquis duobus annis, horæ 12, minut.22, secund.36. His omnibus collectis, prodeunt horæ 19, minut. 54, secund.44,ex proposito genituræ tempore tollendæ. Iterum in altera tabula è directo annorum 40,habentur part. 246, minut. 57, secund. 56, reliquis duobus adhærent part.174,scrupul.20, secun.53. Ex his omnibus tollatur circulus integer,& remanebunt part.61,minut.18,secund.49,quibus si adijciantur partes horoscopi exurgent part. 140, minut. 30, cum quibus prima Virginis Eclipticæ pars, in qua tunc temporis Saturni corpus residebat, ascendit.Vnde factum est, vt eo anno cooperante directione violentissima hæmoptoi occubuerit.

PROPOSITIO XII.

Ratio obseruandi quolibet tempore apparentes luminarium diametros.

MAxime ad Eclipsium dimensiones rectè instituendas obseruatio, cognitioq; diametrorum Solis & Lunę diuersis temporibus apparentium requiritur.Nam pro ratione conspectarum dimetientium quantitatem distantiæ,horum planetarum à terræ centro,item vmbræ terræ,& Eclipsium magnitudines increscere aut deficere oportebit: id quod in Optica scientia eruditè artifices demonstrarunt.Nam cum duo corpora,quorum minus lumen à maiori recipit,propiùs inter se conuenerint,necesse est illius maiorem partem huius radijs illuminari, & vmbræ quantitatem pro ratione accessus decrescere. Quod cum ita sit,manifestum est Lunæ Eclipses, cum Sol oppositum absidis occupauerit,longè minores fieri, quàm eo in summo eccentrici fastigio existente:etiam coitus tempore maiorem Lunæ portionem, quàm oppositionis à Sole illustrari. At maioris euidentiæ causa, schema huius rei cum demon-



strationem subijciatur: duo circuli b c d & h g f sphæram corporis Solis nobis repræsentent,i k l terram, dum Sol fuerit in a, nempe remotiori à terra loco,proijcitur vmbra i r x q,sed dum propius accesserit in e, efficitur vmbra i p o x, quam manifestè constat minorem esse priore. Lunæ corpus sit m & n, quæ dum fuerit in m,primam vmbræ maioris partem attingit, in n iterum ab eadem egreditur. At si fingamus maiorem vmbram ablatam, circa centrum tamen, quod est in medio n m,minoris vmbræ descriptum circulum, erit etiam ille minor priori. Siue igitur transiret Luna per vmbrarū centrum,siue per similes arcus,defectus eius nihilominus inęquales essent. Cuius rei non est alia causa,nisi inęqualitas circumferentiarū vmbrę,per quam Luna Eclipsis tēpore trāsit.Hic Solis & Lunæ ad terræ centrū accessus,& ab eodem

recessus nobis causas aperit, cur diuersis temporibus non eiusdem quantitatis appareant, sed intra dies aliquot qualemcunque magnitudinis differentiam sortiantur. Nam, sicut in Optica disciplina demonstratur, eadem corpora sub maioribus angulis aspectui oblata, apparent maiora, sub minoribus minora. Iam verò quantò corpus aliquod propiùs nobis fuerit, tantò etiā pyramidis, quàm ab extremitatibus superficiei apparentis lineæ in oculum concurrentes constituunt basin maiorem fieri, & sub maiori angulo videri oportebit. Hinc veteres Astronomi concluserunt Solis corpus in excentrico circulo, aut in epicyclo concentrico immerso, cuius dimetientis semissis sit æqualis distantiæ inter centra mundi & excentrici interceptæ, totius anni spatio circumuolui. Huius excentrici absidem, siue summum à terra fastigium nostro tempore diligentes motuum inquisitores, in primam Cancri partem & 40 scr. progressam esse deprehenderunt. In quo loco Solis dimetiētem omnium minimam apparere necesse est. Ex hoc puncto paulatim descendens, propiùs ad mundi centrum deflectit, & pro accessus quantitate apparēs diameter vsque ad absidis oppositam partem, in qua maxima videtur, incrementum assumit. Quare si Lunæ eclipsis contingat, Sole in prima Cancri parte, & 40 scrup. existente, necessariò maximam terra vmbram proijceret, & maiorem, quàm alijs in locis, luminis Solis portionem ipsi Lunæ eriperet: sed in opposita parte contrariū eueniret. Quoties autem Sol aliás Eclipticæ partes peragrat, pro quantitate distantiæ ipsius à terræ centro, eiusdem & terrestris vmbræ dimetientes mutantur. Ex eadem etiam causa euenire necessarium est, vt Lunæ à terra distantia non semper eadem maneat. Quare Hipparchus ante Ptolemæi tempora ad hypotheses Lunæ motus, concentricum & epicyclum assumpsit. Nam cum in abside epicycli esset, minor apparebat, ac remotior erat, in opposito verò maior, quia propiùs ipsi terræ imminebat. Post quem Ptolemæus Alexandrinus, cum suis obseruationibus rationem motus Hipparchi claudicare deprehendisset, excentricum Lunæ cum epicyclo statuere coactus est. Nam quoties à Sole quadratis radijs contingeretur, maximam inter medium & verum Lunæ motum differentiam deprehendit. Vnde conclusit centrum epicycli tempore quadraturæ propiùs ad terram, quàm in coitu, aut oppositione Solis accedere, & epicyclum omnino in excentrico circumuolui. Distantiam verò inter cētrum mundi & excentrici 10 part. 19 minut. inuenit. Hanc quidem orbium constitutionem & centrorum distantias Ptolemæi tempore cum experimentis obseruationum consensisse credendum est: at nostro seculo, cum tātum temporis sit elapsum, hanc Lunæ motus cōstitutionem peritissimi artifices cum apparentijs minimè congruere deprehenderunt. Primus omnium Ioannes Regiomontanus lib. 5 Epitomes cap. 22 hoc animaduertit, quāuis nihil constituerit immutandum esse. Quem secutus Nicolaus Copernicus, hanc veterem Lunę Theoriam firmissimis argumentis impugnauit, atque longè aliam nostri temporis obseruationibus consentientem exquisitè demonstrauit. Gemma Frisius de Matheseos studijs optimè meritus, suas obseruationes cum numeris tabularum cōferens, 20 minut. eas à scopo aberrare deprehendit. Scribit enim se anno 1542 15 die Decembris sub noctem Lunæ dimetientem 30 tantum scrupul. obseruasse, quæ nisi veteres Theoriæ fallerent 50 scrupul. fuisset. Nam circa proximam terræ circuli sui partem ipsam versari tabularum numerus indicabat, ita vt ab ipso terræ centro 39 partibus distitisset, quantis aliâs 65 abest. Quare sub maiori angulo necessariò secundum Opticæ demōstrationis rationem apparuisset. Consequitur etiam ex communi & veteri Lunæ Theoria tempore quadraturæ, quando nimirum dimidia aut διχότομος est, dimetientem ipsius duplo maiorem, quàm coniunctionis aut oppositionis tempore apparituram: cum tamen

men vniuerſalis omnium temporum experientia manifeſtè huic repugnet hypotheſi. Hanc quidam, vt manifeſta defendant mēdacia, ſic illudere tentant, vt aeris, per quem rerū imagines in oculos deferuntur, craſsiores interdum vapores viſum fallere reſpondeant. At ne quis exiſtimet eundem errorem etiam in obſeruationibus per inſtrumenta quantumuis magna factis nobis obrepere, cum & iterum Lunam in horizonte lumine plenam cōſpexeris, & poſtea iterū cum ad cæli culmen aſcenderit, ipſius diametrū per Quadrātem metiaris, & ſi duas has obſeruationes nullo diſcrepare minuto videris, aeris craſsitudinē nihil hinc rei impedimenti attuliſſe noueris. Neq; tamen negari poteſt craſsiora in aere denſiori rerū ſimulachra, ac ob id maiora videri, vt etiam ſtellarum diſtantiæ, item luminarium dimetientes circa horizōtem maiores, quàm in meridie apparent, ſed obſeruationes, quæ per inſtrumenta quantumuis magna fiunt, hanc apparentiarum diuerſitatem non admittunt. Hanc vtiliſsimam ac neceſſariam admonitionem huic loco interſerendam eſſe putaui, ne ſtudioſa iuuentus tabulis duntaxat contenta, in errorem dilaberetur. Vt autem ad rem ipſam accedamus, ſcire licet, veteres Aſtrorum obſeruatores multiplices rationes ac modos apparentes luminarium dimetientes obſeruaudi excogitaſſe.. Alij enim per Aſtrolabium, alij ſicut eſt videre apud Ptolemæum lib.5 τῆς μεγάλης συντάξεως, δι' ὑδρομετριῶν, id eſt aquaticas dimēſiones, quas per clepſydras factas eſſe cōſtat, alij per tempora Aequinoctia, vt Proclus & Cleomedes ſcribunt, Solis & Lunæ diametros obſeruabant. His tamen omnibus modis, quia inconſtantes & fallaces deprehenſi ſunt, repudiatis, Claudius Ptolemæus artificum Aſtronomiæ princeps, Dioptram Hipparchi, quam Proclus in Aſtronomicis hypotheſibus, & Theon Alexandrinus in Commentarijs ſuis, ex regula quatuor cubitorum, cum duobus ſpecillis fabricare docent, ad has obſeruationes prætulit: Quas nos etiam æquè certò ac expeditè per Quadrantem fieri poſſe edocebimus. Quoties igitur alterius luminaris dimetientem metiri volueris, inſtrumenti centro oculo applicato, notentur partes circumferentiæ in Quadrante, per quas radij viſus exactè Solis aut Lunę apparentes extremitates comprehendant: nam harum diſtantiæ angulum, ſub quo Sol, aut Luna apparuerit, extemplo patefaciet. Vt autem res ipſa diſcentibus euidentiùs innoteſcat, ex r centro deſignemus circumferentiam terreſtrem n o ac conſtituamus primùm ſphæram Solis in remotiorem f locum, deinde in g propiorem. Igitur in loco n per inſtrumentum Solem obſeruāti in f, cum viſus radij contingant eum in a & b punctis, offertur in Quadrante ſegmentum k l. Sed in g Sole conſtituto, cum à radijs viſiuis attingatur in c & d, efficitur ſegmentum apparentiæ k m, quod maius eſt k l. Eadem ratione ſi Lunam collocemus in s, quàm ſanè faciliùs obſeruare licet, intuentibus eam ex o ſigno innoteſcit angulus p o q. His obſeruationibus ſi frequenter vſi fuerimus, quantum hypotheſes cum apparentijs congruant, aut ab ijſdem diſſentiant, exactiùs indicare licebit.

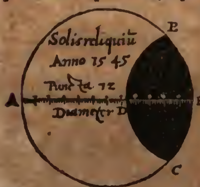


PROPOSITIO XIII.

Qua ratione metiamur Eclipſium magnitudines.

OPtimo ordine conſequitur, vt cum proximè rationem dimetiendi Solis ac Lunæ apparentes diametros explicauerimus, modum, quo & facilli-

mè & certiſsimè magnitudines defectuum horum planetarum obſeruari poſſint, hîc deſcribamus. Cuius rei tractatione ſanè vix alia in tota Aſtronomia veritatis amantibus ingenijs iucundior eſſe poteſt. Solæ certiſsimæ & admirabiles Eclipſiũ prędictiones ab artificibus multis retrò ſeculis ac diu antè quàm euenerint deſcriptæ, apud rudiorem plebeculam Aſtronomicæ ſcientię fidem pepererunt. Verum noſtri inſtituti hîc non eſt, vt quibus rationibus futuri luminarium defectus artificioſè ſupputentur, explicemus. Etenim ſatis copioſè & eruditè ab alijs artificibus hæc res eſt pertractata, cuius ſapientiæ amore, ſi quis accendatur, Ptolemæi μεγάλην σύνταξιν, item tabulas Prutenicas Eraſmi Rheinoldi Salueldenſis, aut Georgij Peurbachij diligenter euoluat. Inter omnes verò nullas emendatiores, & quæ experimentis melius conſentiant habemus, quàm Nicolai Copernici artificis ad miraculum vſq; in ſcientia motuum cæleſtium excellentis. Hîc enim ſuas obſeruationes, cum antiquorum artificũ ſcriptis conferens, ex elapſo longioris temporis ſpatio plurima nobis emendauit, quæ veteres propter tẽporis anguſtiam nullo modo deprehendere potuerunt. Poſt hunc proximè correctiſsimas motuum tabulas inſignis vir Ioãnes Vernerus Norimbergenſis conſtruxit. Sed regis Alphonſij, Ioannis Stoph lerini, etiam Purbachij tabulæ, tum in tempore, tum in magnitudine deliquiorũ ſupputandis non parum à ſcopo aberrant. Age igitur, ſi placuerit experiri, aut examinare, quiſnam ex omnibus proximè ad rei veritatẽ accedat, & experientiæ congruentem calculum exhibeat, cum paulò antè deliquij tempus, per modum præcedentis propoſitionis alterius luminarium, cuius Eclipſis futura ſit, diametrum diligenter obſeruaueris, & tempus quo maxima planetæ pars obſcuratur, notaueris, ſæpius reliquam portionem deliquij expertem à medio circumferentiæ in partem oppoſitam accuratè per Quadrantẽ dimetiaris. Quòd ſi tum totius dimetientis & vltimò cõſpectę partis magnitudines inter ſe contuleris, facilè deficientis luminaris vnciæ, aut ſectiones duodecimæ apparebunt. Subductis enim partibus poſterioris obſeruationis ex tota dimetiente ſectiones obſcuratæ partis reſtabunt. Quæ fuerit hîc ratio totius dimetiẽtis ad portionem deliquio affectam, ea erit 12 partium æqualium ad digitos (vt vocant) Eclipticos. Multiplices ergo quantitatem minutorum Eclipſeos per 12 & productum numerum in totam partiaris diametrum, hinc exibunt vnciæ Eclipticæ, ſiue ſectiones 12. Si aliqua fragmenta poſt diuiſionem reſtiterint, per 60 multiplicentur, & productum per eandem diametrũ diuidatur. Exempli gratia, ſit Eclipſis Solis, quam Gẽma Friſius Louanij anno 1545 obſeruauit b d c apparens Solis diameter a e, quàm 31 min. conſtare deprehendit: medio autem deliquij tempore pars reliqua adhuc conſpicua a d fuit minut. 19, igitur altera portio quæ eſt Eclipſeos d e conſtat minut. 12. Fingamus iam totam a e diſtributam eſſe in ſectiones 12 æquales, quas vncias Eclipticas appellant, ex quo debeamus ratiocinari quot vncias complectatur d e. Ductis 12 min. in 12 vncias, exurgunt 144, quæ diuiſæ per 31 producunt 4 vncias, & $\frac{20}{31}$. Hæc fragmenta conſtituũt ſcrup. 38, ſecun. 39, tert. 21 &c. In reliquis eadem metiendi ratio obſeruatur. In Luna etiam ſine calculatione defectus vnciæ facilè deprehendi poſſunt. Si enim in plano ductam lineam ſecundum obſeruatam totius dimetientis minutorum multitudinem, primùm in partes æquales ſecueris, & obſcuratæ partis magnitudinem notaueris, iterum totam diametrũ in partes 12 æquales partiaris, ibi deliquij vncię manifeſtè



manifeſtè apparebunt. Interim hîc ſilentio prætereundum nõ eſt difficultatem non mediocrem in obſeruatione, tam Solis diametri, quàm deliquij oboriri poſſe. Niſi enim propè horizontem conſtiterit, aut radij ipſius raris nubibus, aut vaporibus debilitentur, certum eſt oculos tanti luminis ſplendorem ferre non poſſe. In huiuſcemodi caſu Eraſmns Reinholdus Salueldenſis in Cõmentarijs, quos in Peurbachij Theoricas conſcripſit, ingenioſiſsimè aliam rationẽ excogitauit, qua tam exquiſitè, ac ſi ipſi in cælo coram adeſſemus, abſq; vlla viſus offenſione deliquij magnitudinem metiri licet, in huncmodum. Paulò antè Eclipſeos tempus clauſis omnibus ferè cubiculi feneſtris per rotundum aliquod foramen in tabellam planam tranſmiſſum Solis lumen excipitur, cuius ſchema creta, aut carbone circumſcribituriterum medio deliquij tempore tabella æquali ſpatio à foramine remota, reliqua luminis pars notatur. poſtea ductam per mediam figuram diametrum in 12 æquales ſectiones diuidimus, & extemplò erepti luminis vnciæ conſpiciuntur. Noueris autem cùm in cælo ſuperior Solis pars defectum patitur, in tabula inferiorem luminis portionem ablatam videri, & è conuerſò, vt in Optica diſciplina eruditè demonſtratũ eſt. Schema Solis ſit d e f, tabula a b c, per cuius b foramen antè Eclipſis initiũ tranſmittantur radij d f, & l g, ſed cum maxima Solis obſcuratio apparet, tantùm radij d k, & f h cum intermedijs videntur, circulus luminis in tabula exceptus. g h i k, cuius arcus i g h, ſimilis eſt f e l, & angulus g b h, ęqualis f b l per 15 primi Elementorum Euclidis. Quare manifeſtè hîc apparet, cùm Solis inferior pars Eclipſin patiatur, quare excepto lumini ſuperior adempta videatur. Tandem ſecta diametro luminis g k in 12 portiones æquales, g r ſegmentum vncias defectus indicabit. Hac obſeruandi ratione ſcribit Gemma Friſius ſe anno 1544 Louanij Solis Eclipſin 10 vnciarum deprehendiſſe, cum medium tempus defectus nono Calendas Februarias, hora 8 minut. 53 plus minus antè medium diem eſſet. Apparebat etiam contra cõmunium tabularum calculandi modum inferioris Solis partis defectus. Ex huiuſcemodi deliquiorum obſeruationibus plurima in tabulis motuum cæleſtium deprauata artifices emendare poſſunt. Ac regionum longitudines exquiſitè hinc deprehenduntur. Quantas præterea vtilitates adferant, nemo ſatis explicare poteſt. Si tandem hîc ſtudioſis Aſtronomicis, quibus demõſtrationibus artifices Eclipſium dimenſionibus adiuti, Solis, Lunę, & terræ Sphærarum magnitudines ratiocinentur, breuiter expoſuero, huius tractationis finem faciam. Euidentiſsimis demonſtrationibus conſtat motuũ cæleſtium exploratoribus maximam Lunę à terra diſtantiam eſſe partium 64 ſcrupul. 10, qualium terræ ſemidiameter eſt vna, & Solis remotiſsimum ſpaciũ earundem 1210 eſſe, Lunæ ſemidiameter conſtat 17 minut. 33 ſecund. Hinc ſe-



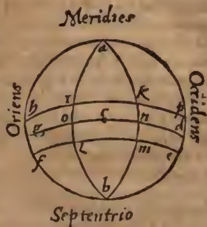
missem dimetientis Solis venabimur, si distantiam ipsius per semidiametrum Lunæ multiplicatam in partes 64' min.10 diuiserimus, partium 5, minut. 30 de 1210. Adhæc si partiaris terræ semidiametrum in secunda resolutam 3600 per minut.17, secund.33, inuenies qualium Lunæ diameter constituitur 1, taliũ terræ diametrum esse 3 & 24. Item distributis 5 part. & 30 minut. in 17 min. 32 secun. inuenietur Lunæ diameter à Solis diametro superari 18 & 48, sic dimetiens terræ in dimetiente Solis 5 & 30 ferè cõtinetur. Si multiplicentur iam cubicè 18,48, videbis Solem Luna maiorem 6644 & semisse ferè. iterum si colligatur cubus 3 & 24, prodibunt 39 & 15, ferè toties terræ Sphæra Lunam quantitate superat. Vltimi numeri nempe 5 & 30 cubus supputatur 166,'40, 30. Quare constat Solem terræ molem excedere centies, septuagies proximè. Si quis altius huius rei fontes perscrutari voluerit, is quintum Magnæ Constructionis Ptolemæi librum, & quartum Nicolai Copernici de Reuolutionibus orbium cælestium non oscitanter euoluat.

PROPOSITIO XIIII.

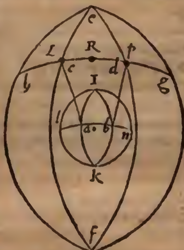
Quibus rationibus regionum longitudines explorentur.

NVlla est maior in tota Geographia, quàm in exquisita longitudinis locorum inuentione difficultas. Definitur autem hæc longitudo circumferentia Aequatoris circuli inter duos Meridianos, quorum alter per insulas Canarias transit, alter per locum constitutum procedit, intercepta. Veteres tantùm per obseruationes Eclipsium Lunarium, quæ aut rarò eueniunt, aut cõspiciuntur, hanc obseruabant. Alij nostro tempore per horologia automata, aut arenaria, quæ licet exactissimè constructa sint, tamen nauigantibus ferè solis vtilia esse possunt, eandem inuestigare tentarunt. Inter omnes modos, nullus adhuc certior inuentus est, quàm qui ex Lunæ motu hoc negocium absoluit: Quem potissimùm Petrus Appianus in lucem produxisse visus est. Ioannes Vernerus Norimbergensis, Sacellanus Caroli v. qui Paraphrases & Cõmentarios simul in Claudij Ptolemæi Geographiã conscripsit, diligenter eundem explicauit. Horontius Fineus Delphinas tantùm ex applicatione Lunæ ad Meridianum circulum longitudinem inquirit. Inter omnes verò, nemo melius ac certius, quàm Gemma Frisius nobis totam huius inuentionis rationem explicauit. Nos hîc etiam nullum instrumentum commodius huic obseruationi per omnes modos, quàm Quadrantem adhiberi posse ostendemus. Primùm igitur, quomodo ex Eclipsium obseruationibus, longitudo loci ignota inuestiganda sit, proponemus. Inferius quomodo temporis minuta exactè ex obseruatione altitudinis alicuius stellæ fixæ supra loci Finitorẽ supputare debeamus, explicatur. Cuius obseruationis vsus hîc maximè cum Luna primam vmbræ terræ partem ingreditur, necessarius est. Præterea oportebit tempus initij eiusdem Eclipsis ad cognitum alicuius loci Meridianum ex tabulis exquisitis numeratum in promptu habere. Tum ex collatione vtriusq; temporis: nempe quod initio Eclipseos, in tuæ obseruationis loco respondeat, & quod ex tabulis ad notam longitudinem supputatis colligitur, longitudinis differentiam deprehendes hoc modo. Si tempus ex tabulis supputatum à tua obseruatione nullo discrimine differre videris, indubitatò noueris vtrumq; locorum sub eodem Meridiano constitutum esse: sin minus, subducta minori tempore de maiori, differentia relicta in partes & scrupul. Aequatoris conuertenda erit, ita vt pro spacio vnius horæ 15 grad. & 4 scrupul. vnum gradum dinumeres. Et si compereris numerũ temporis tabularum maiorem, quàm sit tuæ obseruationis, manifestum erit hunc Meridianum minorem longitudinem, quàm illum occupare. Vnde subducta Meridianorum distantia ex vlterioris loci longitudine,

dine,quæſitum huius ab inſulis Fortunatis, ſiue Africæ promōtorio, quod Viride caput recentiores appellant,interuallum remanebit. Contrarium iudicabis,quoties tabularum tempus minus deprehenderis. Iam quò tota tractatio facilius intelligatur,ſequentes figuras adſcripſimus. Sit Meridianus per Inſulas Fortunatas d verum Occidentis punctum Tranſiēs a g b d, a polus Antarcticus, g huic oppoſitus,Aequator circulus d g. Sint duo loca ad partem Septentrionis l m, & alia vltra Meridiem i k. Deductis iam Meridianis a k b,& a i b,vnà cum parallelis Aequatori f e & h p, manifeſtum eſt locorum k & n longitudines definiri circumferentia Aequatoris n d, cui ſimiles ſunt ſuorum parallelorum arcus m e,& k p.Sed locorum,quæ ſunt in l & i, longitudines determinat arcus d o, cui ſimiles etiam ſunt ſuorum æquidiſtantium circumferentiæ i p & l e.His intellectis ſit alterū ſchema,e h f, in medio ſphæra terræ i l k, in qua



locus a ſit Orientalis, b Occidentalis, quorum Meridiani ſupra vertices ſint e p f & e l f,quibus in terra reſpondent i b k & i a k æquinoctialis in cælo circulus h r g, cui ſubiectus eſt per terram l b m. Iam eiuſdem obſeruati in diuerſis locis deliquij tempus,aut erit idem aut differens,ſi ęquale vtrobiꝗ fuerit, illa loca ſub eodem Meridiano conſiſtent,ſi inæquale diuerſas longitudines ſortiētur. Aut igitur fiet Eclipſis antè Meridianum vtriuſꝗ loci verſus Orientem,vt in h, vt Meridianus e l f propius ad locum Eclipſis accedat, quàm e p f. Quare cum ex vtroꝗ Eclipſi tempore conſtent arcus g h,& h l,differentia l p non latebit. Si ergo vnius innoteſcat longitudo,alterius quoꝗ nō latebit. Aut poſt vtriuſꝗ Meridiem ad Occidentem,vt in g:atqui tum e p f Eclipſi propinquior erit,ac ſimiliter ex differētia temporis alterius innoteſcet longitudo inquiſita,aut inter vtrumꝗ apparebit, vt in r manifeſtum eſt , hinc partes ſiue diſtantias vtriuſꝗ Meridiani ab Eclipſis loco coniunctas: nempe l r & r p, longitudinalem , vt vocaut a & b locorum differentiam patefacere. Aut ſub alterius tantum a vel b Meridiano Eclipſis efficietur. Vtcunꝗ tamen res euenerit,ſemper obſeruationes in Orientalibus locis factæ, Occidentales tempore ſuperabunt. Semper enim citius ſtellę in regionibus ad Orientem ſitis ſupra horizontem emergunt, & ad cęli culmen aſcendunt,quàm in reliquis ad occaſum collocatis. Quare neceſſarium eſt temporis obſeruationes ſola ſupputatione differre, cum Luna eodem momento vniuerſo deficiat orbi. In hunc vſum propter rudiores ad Meridianum Leyſningenſem in Miſnia,qui longitudinem habet 30 grad.20 minut. Petrus Apianus ſequentibus annis ad 70 vſꝗ futuras Eclipſes ſupputauit. Prima apparebit anno 1562,die 15 Iulij,horis 16,minut.17. Secunda 1563,die 5 Iulij, hora 9,minut.37. Tertia 1565,die 7 Martij,hora 13,minut.51. Quarta 1566, die 28 Octobris,hora 5,minut.8. Quinta 1567,die 17 Octobris, horis 15, minut.6. Sexta 1569,die 2 Martij,hor.16,minut.58. Septima 1570,die 20 Februarij, horis 7,minut.17. Octaua 1570,die 15 Augusti,hora 9 minut.35. Vt autem per



exemplum rem melius intelligas, anno 1559 constituamus quendam obseruasse Colonię Agrippinę Lunę eclipsin 16 die Septembris, hora 5, minut. 14, secund. 32 à meridie, eadem etiam deprehensa est in Misnia sub Meridiano Leysningensi, hora 5, minut. 42, post meridiem eiusdem diei. Et quia tempus hoc maius est, quàm Coloniæ sit obseruatum, sequitur Meridianum Leysningensem, vlterius in Orientem tendere Coloniensi. Differentia vtriusque temporis est, minut. 27, secund. 28. Iam 24 minut. constituunt 6. grad. reliqua tria minut. 45 minut. Aequatoris, & pro 28 secun. assumo 7 minut. Ex quibus omnibus collectis fiunt 6 grad. 52 minut. differẽtia longitudinis inter Coloniam & Leysningum. His subtractis de 30 part. & 20 scrup. relinquitur Coloniensis longitudo 23 part. 28 scrupul. Iterum versa vice cognitis vtriusque loci longitudinibus, & quo tempore initium Eclipsis sit alteri appariturum, quota hora & minuto reliquo sit idem futurum ratiocinamur. Assumamus Eclipsin Lunę quę apparebit anno Domini 1570, die Augusti 15, Leysningensibus quidem hora 9, minut. 35. Differentia longitudinis anteà inuenta est 6 part. 52, scrupul. Aequatoris, quibus etiam temporis interuallum 27 scrupul. 28, secun. respõdere inuentum: & cum ab hoc loco in Occidentem vergat Colonia, subducantur è minut. 35, scrupul. 27, secund. 28, restabunt 7 minut. 32 secund. Erit igitur initium Eclipsis Colonię, hora 9, minut. 7, secund. 32. His subiungemus rationem, qua primùm Petrus Appianus adminiculo duplicis trigoni rectanguli easdem locorum longitudines artificiosè solebat obseruare. Quam dimetiendi rationem multò expeditiùs ac faciliùs per Quadrantem absolui posse ex sequentibus patefiet. Quoties igitur huius obseruationis in aliquo ignoto orbis terrarum loco periculum facere volueris, cum ex dimensione altitudinis alicuius stellæ fixæ certum temporis minutum deprehenderis, eodem statim momento per Quadrantem Lunæ & eiuscemodi stellæ, quæ nullam aut exiguam ab Ecliptica latitudinem habeat, & simul ipsam Lunam proximè præcedat, aut consequatur, apparentem distantiam metiaris. Quo facto ex tabulis Astronomicis, verum Lunæ motum ad tuæ obseruationis tempus, & eum locum, cui radices tabularum sunt constitutæ, vnà cum vera eiusdem à stella fixa distantia supputabis. Hoc operis cum absolueris, minus interualli segmentum subduces de maiori, & differentiam remanentem, quæ παράλλαξις, siue aspectus diuersitas iure dici potest, in Lunæ motum, quem in vna hora obseruationis tempore absoluit, partiaris: hinc consurget tempus, quo Luna cum prædicta stella coniuncta fuerit, aut coniungetur. Tandem temporis interuallum, quod ex hac supputatione inuentum fuerit, in partes & scrupulos Aequatoris ita conuersum, vt in Eclipseos obseruatione explicatum est, pro diuersa ratione longitudini, quàm Meridianis loci, ad quem radices tabularũ supputatæ sunt occupauerit, adijcies, aut ab eodem subduces. Nam si segmentum circuli, quo Lunam à stella per instrumẽtum distare obseruaueris, minus extiterit, certum erit hunc locum vlterius in Orientem vergere. Quare partes & scrupuli inuẽti cognitæ longitudini adiungantur: at si maius deprehensum fuerit, contrarium iudicato. Iam superest, vt aliquo schemate rem euidentius lectori ob oculos constituamus. Secunda ratio, qua per Lunæ motum, easdem locorum longitudines inuestigamus, est talis. Diligenter obserues stellam aliquam fixam, quæ ab altera Eclipticæ parte Septentrionali, vel Austrina eandem cum Luna latitudinem obtineat, cuius longitudini, si Luna vlterius in Orientem processisse videbitur, distantiã ab eadem adijcies: sin minus, ex eiusdem longitudine subduces, & verus Lunę motus relinquetur. Quòd si nullam huiuscemodi stellam offenderis, ex dimensione distantiæ fixarum duarum à Luna eiusdem verus locus, vnà cum temporis minuto, vt postea in obseruationibus stellarum fixarum

rum

rum explicabimus, ex actè supputabis: aut si sphæram solidam stellis fixis insignitam habueris, facilius idem opus expedies. Inuento iam Zodiaci loco, in quo obseruationis tēpore Luna fuerit, ex tabulis motuū cælestium ad notæ longitudinis Meridianū exquisitè constructis, eiusdem tēporis Lunę motus inueniatur.



Tùm si nullam deprehenderis tabularum & obseruationis in motu discrepantiam, sine dubio eiusdem Meridiani lōgitudinem vterq; locus possidebit. Sed si motus obseruationis superauerit eum, qui ex tabulis sit collectus, necessariò locus hîc occidentalior erit: sin minus, longius ad Orientem mundi plagam collocatum esse certò iudicabis. Dehinc vtriusq; motus differentiam per magnitudinem motus horarij, qui ex argumenti calculo, vt communes Theoricę docent, vel ex totius diei motu crassiori modo colligitur, distribuas: ita enim temporis interuallum, quo vtriusq; loci Meridiani distiterint, patefiet. Hoc tempus in partes & scrupulos Aequatoris conuersum, cognitæ loci longitudini, si hîc Occidenti propinquior fuerit, adijcietur: atsi Orientaliorem partem occupauerit, ab eadem subducetur, atq; ita vera tui loci longitudo innotescet. Maximè verò ad huius obseruationis perfectionem necessarium est, vt παραλλάξεως Lunæ rationem habeamus, quam vel ex tabulis in eum vsum confectis, vel ex sinibus per triangulorum Sphæricorum sciētiam inuenire licet. Si enim negligeretur, fieri posset, vt in longitudine regionum metienda interdum 8 gradibus à scopo aberrares. Nam Luna etiam sub Meridiano constituta, interdum in longitudine 17 minutorum aspectus diuersitatem habet, quibus plus 34 minutorum temporis respondent, quæ longitudinem 8 grad. & 30 scrupul. conficiunt. Sed ne hoc loci minus exercitatus in Mathesi lector, tanquàm in scopulum impingat, faciliorē modum, quo sese ex hoc negocio possit expedire, ostendemus. Quibus igitur παραλλάξεως supputatio, aut incognita, aut minus molesta fuerit, expectent donec Lunam, circa Cancri aut Capricorni principium existentem ad cæli culmen ascendere cōspexerint: nam nulla quæ sentiri posit in longitudine Lunæ parallaxis apparebit, quia mediam Eclipticæ circumferentiæ supra horizontem extantis in Meridiano consistat. Sed quando Luna aliorum Zodaici signorum partes peragrat, aut vbi μηνοειδής, vel ἀμφίκυρτος apparet, locum cæli, in quo nullam aspectus diuersitatem sortiatur, agnosces per suspensum aliquod è manu perpendiculum, si vtrumq; Lunæ cornu eodem modo videbitur erectum. Nam tùm manifestè constabit ipsam in nonagesimo Eclipticę gradu, qui ab ascendente numeratur, consistere. Vnde nullam aspectus diuersitatem in longitudine patietur. Quòd si cornu superius ad Orientem inclinatum apparuerit, Luna inter horoscopum & 90 partem erit, atq; tunc παράλλαξις veram longitudinē superabit. Si verò idem cornu in occasum propendere videris, 90 ab Oriente partem prætерijsse noueris. Quare cùm aspectus diuersitatem obseruationis tuæ tempore cognoueris, diligenter rationem habeas in vtro Eclipticæ circumferentiæ supra Finito-

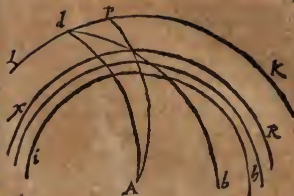
rem existentis Quadrante apparuerit. Si enim Luna inter 90 partem & ascendentem conspexeris, παράλλαξιν ex inuenti motus longitudine subduces, sin inter 90 & Occidentem eandem deprehenderis, obseruati motus longitudinē cum parallaxi copulabis. Ita verum Lunæ motum consequeris. Huius obseruationis exemplum à Gemma Frisio annotatum habemus. Scribit ille anno post natum Christum 1540, pridie idus Iunij, hora 10 pomeridiana, exactè sese Lunam cum spica Virginis primæ magnitudinis stella, in eadem Eclipticæ longitudinis parte coniunctam deprehendisse, quia vtriusque distantiam ab illa, quæ in fronte Scorpij media est, æqualem, nempe 39 partium obseruasset. Hæc etiam stella, quemadmodum spica ab Ecliptica in Austrum declinabat, aliâs incerta consideratio hęc fuisset. Aliud huc argumentum accedebat, quod linea per apices, siue extremitates cornuum Lunæ ducta, recta in spicam extenderetur. Iam etiam per experientiam & tabulas Nicolai Copernici constat huius obseruationis tempore spicæ locum ab Aequinoctij verni puncto 197 partibus, 29 scrupul. destitisse: nam in 17 grad. & 29 Libræ minuto erat. Ad eiusdem temporis minutum ex Copernici tabulis supputauit, Lunæ distātiam ab Aequinoctij verni puncto, quam inuenit 196 part. 48 scrupul. Cum iam manifestum sit Lunę motum, qui Louanij per instrumentum deprehensus est, maiorem esse eo, qui huic tempore Cracouiæ in Polonia respondebat, sequitur Meridianum Louaniensem fortunatis insulis propinquiorem esse Cracouiensi. Differentia vtriusque motus colligitur 41 scrupul. Hinc per anomaliam, siue argumentum Lunæ, quod erat 4 signorum physicorum, 33 grad. & 5, ferè minut. colligitur horarius Lunę motus, 32 scrup. & semissis. Ergo 41 scru. Lunæ motus, conficiunt tempus 1 horę & 15 minut. quo Cracouia orientalior est Louanio. Et quia Alexandria orientalior, est Cracouia 1 hora, vt asserit idem Nicolaus Copernicus, colligitur Louanium ab Alexandria in occasum tendere hor. 2 & quadrante, qui efficit tres partes cum dodrante, quę ablatę ab Alexandrię longitudine, quę est 60 part. 30 scrup. relinquunt Louanij longitudinem 26 partium cum dodrante. Hæc in longioribus distantijs locorum longitudines inueniendi certissima, quę haberi potest, ratio est.

PROPOSITIO XV.

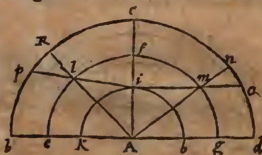
De Lunæ parallaxi, quam Latini aspectus diuersitatem uocant.

CVm in antegressa propositione ad veri Lunæ motus obseruationem παραλλάξεως cognitionem necessariam esse ostenderimus, visum est hic copiosius, & quid illa sit, & quomodo ab artificibus obseruata sit, explicare. Est autem parallaxis alia longitudinis, alia latitudinis. Parallaxis longitudinis est circumferentia Eclipticæ inter duos maximos circulos, quorum vnus per polos Eclipticæ & locum stellæ verum procedit, alter per eosdem polos & locū stellæ apparentem, intercepta. Sed diuersitas aspectus latitudinis est arcus magni circuli per polos Zodiaci transeuntis conclusus inter duos alios circulos Eclipticæ æquidistantes, quorum vnus per locum stellæ verum ducitur, alter per locum eius visum. Porrò, inquit Purbachius, id quod de his circulis Eclipticæ æquidistantibus intercipitur, inter circulos magnos per polos Zodiaci transeuntes, simile est diuersitati aspectus in longitudinem. Vnde fit, vt diuersitas aspectus sit quasi linea diagonalis eius quadranguli, cuius latera sunt diuersitates aspectus in longitudine & latitudine. Vt autem faciliùs tota res intelligatur, sequens schema hic subiecimus. Sit Ecliptica h g i, h principium Arietis, punctum a polus Eclipticæ, b signum τὴν κορυφὴν, c locus planetę verus: nempe Solis aut Lunæ, d locus apparens. Per hæc duo loca ex puncto verticis b ducatur circumferentia magni circuli b c d: cum ergo d punctum repræsentans

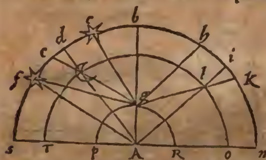
præſentans locum ſtellæ apparentem longius diſtet, tam ab h Arietis principio, quàm ab Eclipticæ puncto c, dicetur parallaxis Zodiaci in longitudine & latitudine. Quare circumferentia e c, vel d p erit parallaxis longitudinis, & d e vel p c latitudinis. In Ecliptica verò f g arcus, qui e c & d p arcubus ſimilis eſt, longitudinis differentiam oſtendet: quia omnes ſuper iiſdem polis ſint deſcripti. Hinc manifeſtum eſt, longitudinis parallaxin ſemper terminari duobus circulis per Zodaici polos diductis, quorum alter per ſtellæ centrum: nempe verum locum procedit, alter per locum conſpectũ ſiue apparentem. Sed diuerſitas aſpectus latitudinis, concluditur inter duos circulos Eclipticæ parallelos, vt ſunt r c x, & k p l. Porrò in hac parallaxeon tractatione diligenter obſeruãdum eſt, nullam in longitudine aſpectus diuerſitatem apparere, quoties ſtella ſupra verticem conſtituta fuerit, aut in nonageſimo ab aſcendente gradu. Quoties igitur ſtella inter nonageſimum Eclipticę gradum, & orientem fuerit, dicetur parallaxis Orientalis, ſed cùm inter eũdem & Occidentem apparuerit, Occidentalem appell bis. Cauſę verò huius παραλλάξεως in Luna & Sole euidentes ſunt, quòd terræ ſemidiameter ad diſtãtiam Solis & Lunæ, quæ omnium ſtellarum ſine dubio terræ proxima eſt, ſatis manifeſtam habeat rationem, quæ tamen in ſuperioribus planetis & ſtellis fixis non ita facilè ſenſu deprehendi poteſt. Neceſſarium eſt igitur, vt ex terræ ſuperficie obſeruatus Lunæ motus ab eo, qui ex centro deprehenderetur, aliquo diſcrimine diſſideat, niſi ipſa omnino vertici immineat. Diſtantia verò ſuperficiei terræ à ſuo centro ab artificibus deprehenſa eſt 859 & ½ miliarium Germanicorum, quibus reſpondent Italica 6872. Supputationes " tamen ex Aſtronomicis tabulis factę nobis ita planetarum motus exhibent, ac ſi in terrę centro conſiſteremus omnes. Ex ſequenti figura manifeſtius hæc intelligẽtur.



Circulus ſuperficiei terrę ſit k i h, ex a centro deſcriptus, e f g circulus altitudinis Lunæ, b c d circulus, in quo Lunæ παραλλάξις obſeruatur: hi omnes fingantur eſſe in plano eius circuli, qui per horizontis polos procedit, locus verticis ſit c, ex i. obſeruetur Luna primum in m, deinde in l. Ex centro terræ a ducta linea per m, incidit in n, ſed ex i per n in o. Quare aſpectus diuerſitas erit n o. Eodem modo linea ex a per l tranſiens in r incidet, ſed ex i per l in p extendetur. Si autem Luna conſpiceretur in f, nullam aſpectus diuerſitatem fore manifeſtum eſt. His explicatis, qua ratione artifices parallaxeos magnitudinem experiantur, oſtendemus. Cum Luna circa punctum Tropici Cancri vel Capricorni fuerit, & in maxima ſua latitudine, obſerues eius, cum ad cæli medium aſcenderit, altitudinem ſupra horizontem, qua ex nonaginta partibus ſubtracta, diſtantia à vertice remanebit. Ad eiuſdem temporis momentum ex verò Lunę motu exactè ſupputato, ipſius ab Ecliptica latitudo, & deinceps declinatio inquiratur, ex quibus innoteſcet circumferentia, qua verè à vertice reſpectu mundi centri diſtiterit. Dehinc cum ſubduxeris minorem numerum de maiori, parallaxis



inquisita restabit. Exemplum huius obseruationis Claudius Ptolemæus nobis tale reliquit. Alexandriæ, quæ in Aegypto olim celeberrima vrbs erat, vbi poli eleuatio est 30 part. 58 minut. Lunæ παράλλαξιν obseruauit, cum circa tropicum hybernum, nempe in 3 parte, & 9 minut. Capricorni versaretur, quo tempore nonagesimus ab horoscopo gradus vix aliquam sensui manifestam à Meridiano distantiam habebat. Luna ferè maximam versus Septentrionem latitudinem consecuta erat, quam inuenit 4 part. 49 scrupul. Declinatio loci Lunæ, nempe tertij gradus & 9 minut. Capricorni, erat tunc temporis 23 partiũ 49 scrupul. Dimensus est per suas regulas distantiam Lunæ à vertice 50 part. 55 minut. Vnde aspectus diuersitatem hoc modo deprehendit. Complementum altitudinis poli, siue eleuatio Aequatoris, si subduxeris 30 part. 58 scrup. ex Quadrante circuli, relinquitur 59 grad. 2 minut. ex quibus si tollas declinationem loci Lunæ, restãt 35 part. 13 scrupul. quibus si coniungas latitudinem Lunæ, consurgent 40 part. & 12 scrup. Tanta scilicet erat vera Lunę supra horizontem altitudo, quæ nonaginta partibus adempta, restituit 49 part. & 48 scrup. quæ vera à vertice distantia erat. Et quia hæc minor est 50 part. 55 scru. per regulas obseruatis, ab ijsdem sublata, reddit 1 part. & 7 scrupul. pro eius temporis Lunæ παράλλαξι. Cæterùm alia quoq; ratione licet easdem Lunæ parallaxes explorare. Obserues diligenter, cum Luna circa punctum Capricorni fuerit, ipsam cum aliqua stellarum fixarum ad cæli culmen ascendentem, eodem momento per Quadrantem eiusdem & stellæ fixæ interuallum, siue segmentum dimetiaris. Cognoscas etiam eiusdem stellæ Lunæ ex tabulis declinationem ab orbe medio, & si vtraq; declinatio fuerit Austrina, vel Borea, subtracta minori de maiori, vera earum distantia relinquetur. Sed si altera harum ab Aequatore vergat in Austrum, altera in Septentrionem, vtriusq; declinationem coniungas, & hac ratione veram etiam distantiã habebis. Quanta hæc fuerit maior aut minor segmento priùs obseruato, tantam eo tempore Lunæ aspectus diuersitatem esse noueris. Experieris etiam si Luna longius quàm stella in Septentrionem declinet, distantiam vtriusq; apparentem minorem, quàm vera sit, futuram, sed si australior quam stella fuerit, apparentis interualli segmentum, veram distantiam superabit. Superest nunc, vt sequenti schemate secundũ parallaxeos obseruandæ modum euidentius explicemus, & qua ratione ex eadẽ parallaxi Lunę à terræ centro distantia inueniatur, expediamus. Sit terræ semicirculus p g r ex a centro descriptus, Lunæ circulus t l o, circulus in quo parallaxis obseruatur g b n, ad quem terra puncti rationem obtineat, b locus verticis, siue polus horizontis, f & c duæ stellę fixæ, ☾ Luna, cuius parallaxis ex g puncto deprehenditur e d, lineæ a f & a d includentes segmentum f d veram Lunæ & inferioris stellæ distantiam repræsentant, quam calculo ex tabulis inuenire oportebit, sed g f & g e lineæ comprehendentes segmentum e f apparentem Lunæ, & eiusdem stellæ distantiam patefaciunt: & quia Luna est superior f, segmentum e f minus est quàm sit f d. Subducto igitur arcu f e ex f d parallaxis e d innotescit. Iterum lineæ ex centro mundi ductæ a d & a c complectentes segmentum d c, verùm Lunæ & superioris stellæ interuallum aperiunt. Et quia Luna est inferior stella c, apparens distantia, quæ per instrumentum obseruatur, nempe c e, maior est vera. Subtracto igitur d c segmento ex e c, iterum eadem remanebit παράλλαξις e d. Sequitur iam, vt ex obser-



uatione

uatione Ptolemæi ſuperius deſcripta, quanta eo temporis momento Lunæ à terræ centro & ſuperficie fuerit diſtantia ratione Geometrica & Arithmetica ob oculos conſtituamus. Fuerit igitur, exempli gratia, Luna eo tempore in l, cuius παράλλαξιν ſegmentum i k conſtituat. Linea a l i verum Lunæ locum oſtendat, erit hic vera Lunæ à vertice diſtantia b i, quæ inuenta eſt 49 partiũ, 48 ſcrupul. Sed apparens per regulas obſeruata, erat b k. Hinc inueſtiganda nobis erit linea l a, in quam ex g perpendicularis ducatur g m. Circumferentia i k anteà ex obſeruatione oblata erat 1 partis, 7 ſcrupul. quarum totus circulus habet 360. Sinus rectus huius arcus eſt 1948, cum ſinus maximus conſtituitur 100000. Cum aũt arcus h k ſenſui oblatus, vix ſit maior i k, erit angulus h g k vnius grad. & 7 minut. cui per 29 primi elementorum Euclidis æqualis eſt angulus g l m. Erit ergo linea g m reſpectu huius anguli 1948. Et cum l g m ſit trigonus rectangulus ſubducto arcu 1 grad. & 7 minut. ex 90, reſtat angulus m g l 88 part. 53 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 99981, nempe l m. Prętereа vera Lunæ à vertice diſtantia erat 49 part. 48 ſcrupul. Hinc angulus g a m innoteſcit, cuius complementum 40 part. 12 ſcrupul. conſtituit angulum a g m. Huius ſinus rectus eſt 64545, quo definitur quantitas lineæ a m. Hinc altera g m conſtituitur 76379. Eſt igitur ſemiſsis dimetientis terræ rectum angulum a m g ſubtendens 100000. Hoc conſtituto, per ratiocinationẽ regulæ proportionis colligemus quantitatẽ lineę l m. Diſpoſitis ergo numeris in hunc modum 1948, 76379. 99981, ſi ſecundum in tertiũ multiplicatum partiamur in primum, exorientur partes 3920148 quibus abſoluitur linea l m. Ex coniunctis igitur a m & l m conſurgit tota a l. Paulò antè conſtituta eſt a m 64545. Quare tota a l eſt 3984693 part. quantas a g 100000 complectitur. Quòd ſi hinc ſcire velis, quot partes contineat a l, quarum a g eſt vna, partiaris 3984693 in 100000. Hinc emergunt part. 39 ac ſuperſunt fragmenta 84693, quæ faciunt 50 ſcrupulos. Porrò ex menſura dimetientis terræ, de 100000 qua poſtea ſcribemus, quot miliaria Germanica vel Italica, hæ partes conficiant, facillimè ſupputare licet.

PROPOSITIO XVI.

Qua ratione ex obſeruata quolibet tempore Solis ſupra horizontem altitudine certum temporis minutum ſupputari poſsit.

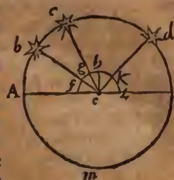
EXquiſita minutorũ temporis ſupputatio, cum in Eclipſium tum exorientium Cometarũ, multorumq; aliorũ φαινομένων obſeruationibus omnino neceſſaria eſt. At ſcioterica inſtrumẽta, niſi & exactè fabrefacta, & magnę quãtitatis fuerint, vmbris ſuis temporũ minuta exactè indicare nõ poſſunt. Quare modũ, quo certiſsimè hæc artifices ex ſola altitudinis Solis obſeruatione numerorũ adminiculo deprehendãt hîc interponã. Albategnius Mathematicus, qui verò nomine Mahometus Aracẽſis appellatur, & poſt ipſum Ioannes Regiomõtanus & Petrus Nõnus in opere ſuo de Crepuſculis demõſtrarunt ſinũ rectũ altitudinis Solis, cum conſtiterit in meridie alicuius certi diei, eã obtinere rationẽ ad ſinũ verſum ſemiſsis huius arcus Aequatoris, qui totius diei tempore ſupra horizontẽ aſcẽdit, quã ſeruat ſinus rectus altitudinis Solis quouis diei tẽpore inuẽtę ad exceſſum, quo ſinus verſus arcus ſemidiurni ſinũ verſum diſtãtię Solis à meridie exuperat. Quãdo igitur huius rei periculũ facere voles deprehenſa per obſeruationes in principio operis explicatas Solis altitudine, ex tabulis Theoricarũ planetarũ vel Ephemeride exactè ſupputata ſolis locus eius diei, in quo fiat obſeruatio inquirat. Deinde quantã in Meridie altitudinẽ poſsideat, & ſemiſsis diurni tẽporis ex pręcedẽtibus propoſitionibus facilè patefiet. Ergo inuentis omniũ circumferentiarum ſinibus, multiplices obſeruatæ

altitudinis finum rectum in finum verfum arcus femidiurni, ac numerum productum per finum rectum altitudinis Solis Meridianæ partiaris. Exibit enim numerus, quo finus verfus femidiurni arcus, à finu verfo diftantiæ Solis à Meridie differat. Quare fi hanc differentiam finui verfo circumferentiæ femidiurnæ ademeris, finus verfus diftantiæ Solis à cæli medio remanebit. Quem fi de maximo finu fubtraxeris, relinquetur finus rectus complementi eiufdem diftantiæ, quo de Quadrante circuli fublato, arcus inquifitæ diftantiæ prodibit. Hunc arcum in tempus conuerfum habebis, fi pro vno gradu 4 fcrupu. & pro 15 horam integram numeraueris. Quòd fi dubites quomodo, fi arcus femidiurnus Quadrantem circuli excefferit, eius finus verfus inueniatur, fubduces eundem ex femicirculo, & relictæ circumferentiæ finum verfum ex tota circuli dimetiente, hinc remanebit finus verfus arcus propofiti. Vtrum verò fit tempus diei antè meridiem, an pòft, ex Meridianæ lineæ diftinctione facilè deprehendes. Sed quò res facilius intelligatur, exemplum huius obferuationis fubijciā. Anno 1558 Coloniæ Agrippinæ, vbi eleuatio poli eft 51 grad. per Quadrautē antè meridiem obferuaui Solis altitudinem, cum 15 Geminorum gradum occuparet, 36 part. præcifè. Complementum altitudinis poli eft 39 part. declinatio huius partis 22 grad. 39 minut. 9 fecun. quare altitudo meridiana 61 part. 39 fcrupul. & 9 fecun. cuius finus rectus 88008, finus 36 grad. 58778. Arcus femidiurnus eft, grad. 121, qui fublatus eft ex 180 relinquit 59, cuius finus verfus inuenietur, fi finum rectum arcus complementi finui toti addideris. Sinus 37 part. eft 51 03. qui toti adiunctus producit 151503. atqui hic eft finus verfus 121 grad. Eundem inuenies fi fubtraxeris 51503 de 100000, & refiduum 48497 de 200000. fi multiplices ergo 151503 per 58778 producentur 8905043334, qui numerus diuifus per 8808, producit 101184. fi hunc auferas 151503, & reftat 50319, finus verfus diftantiæ Solis à meridie, cuius cōplementi finum habebis, cum hunc ex 100000 fubduxeris. Eft igitur finus complementi 49681, cui refpondet arcus 29 grad. 48 minut. quibus de Quadrante circuli fubductis, reftat 60 grad. 12 minut. Atqui tanta eft Solis à Meridie diftantia ex conftituta eleuatione collecta. Porrò circumferentia 60 partium, refpondet 4 horarum tempori, & 12 fcrupul. 48 fecund. quibus ex 12 horarum interuallo, fiue diei naturalis femiffæ ablatis, reftant horæ 7, fcrup. 59, fecun. 12, à media nocte, vfq; ad tempus præfentis obferuationis.

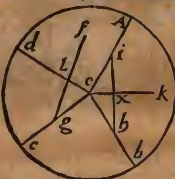
PROPOSITIO XVII.

Stellarum & planetarum diftantias in cælo expeditè metiri.

Breuifsimas ftellarum fixarum & planetarum ab inuicem diftantias, ficut etiam locorum terreftrium minima interualla per partes duntaxat maximorum, quos fphæræ capiunt, circulorum metiri licet. In obferuationibus longitudinum & latitudinum, tam planetarum, quàm Cometarum, vt inferiùs explicabitur, in metiendis luminarium quouis tempore apparentibus diametris, in emendatis regionum defcriptionibus abfoluendis infinitos vfus huius problematis cognitio præftabit. In circulis quidem primi mobilis, & fuperiorum planetarum diftantiæ veræ fimiles funt arcubus Quadrantis, qui inter vifus radios concluduntur. Sed nunc ad rem ipfam veniamus. Cùm propofitum fuerit aliquot ftellarum diftantias Quadrante dimetiri, oculo exquifitè centro inftrumenti applicato, diligenter notentur gradus, per quos radij vifus in propofitas ftellas tendentes procedunt. Statim hîc in Quadrante circumferentia inter radios vifiuos conclufa, fegmentū ftellæ, quo confpectæ cæleftis circuli diftant, patefaciet. Sequens figura, hæc omnia euidentius antè oculos cōftituet. Sit igitur in fphæra ftellarum fixarum maximus circulus a b c d m, Quadran-



tes f h,h l, e centrum vniuersi sine terra, tres stellæ fixæ, b, c, d. Si primùm metiri velis distantiam b c oculo in e constituto, primus radius visiuus per locum f in b, secundus per g in c excurrit. Manifestũ est iam cùm terra velut centrum appareat, & circum idem centrum duo circuli descripti sint, segmentum b c simile esse f g. Quòd si distantia aliquarum stellarum maior esset Quadrante, vt est b d, obseruabimus diligenter, an in eodem circulo aliqua interme dia consistant, vt hic c, vtriusque ab eadem distantiam coniungemus, & prodibit tota b d arcus. At fingamus nullam in eodem circu lo apparere, commodissimè hîc feceris, si tantùm vnica obseruatione per semicirculum vtaris: nam hic remotissimus etiam interuallis respondet. Per Quadrantem verò idem explorare hac conditione licebit, si à plano circuli, in quo stellæ sunt, nihil deflectat. Hoc subiecta aliqua tabella fieri poterit. Postquàm igitur per initium graduum stellam b conspexeris, notetur locus in subiecta ta bula, quem nonagesimi gradus finis attingit, ac circumuoluatur, donec per aliquem gradum altera d stella appareat. Coniuncta deinde 90 partibus parte circumferentiæ, quæ inter locum paulò antè notatum & secundæ obseruationis signum clauditur, totum arcum b d inuentum pronuntiabimus. Alij eosdem interuallorum arcus per triangulos ὀρθογωνίους inquirunt, sed laborem ea res adfert, vt posteà ex regula oculo prætensa & latere rectũ angulum subtendente, vnà cum sinu maximo, sinum anguli distantiæ inquisitæ supputare cogantur. Si quis tamen huius obseruatiónis modum scire velit, ex constituto schemate intelliget. Sit circulus cælestis a b c ex e centro descriptus, a, b, c, d, stellæ, d, c, distent minori arcu, quàm sit Quadrans, a b distantia 90 gradus excedat. e g f instrumentum duplicis trianguli rectanguli, quod pòst in locum i e h statuitur f g, & i h regulæ mobiles sunt, ad rectos angulos e k & l e incumbentes. Remouentur autem ab e centro siue oculo aspicientis, eò vsque, vt per medium & finem alterum regulæ transuersę, siue vtrumque termi num stellæ oculo appareant. Ita hîc ex e per l & g, d, c, item per i h, a b distantias licet explorare fingamus, ergo qualium tota e k est 1200, talium l g esse 300, & l e 500, ac multiplicetur vterque numerus quadratè tum producentur 90000 & 250000. Ex his coniunctis nempe 340000 extrahitur radix quadrata, proximè 583, quæ respondet toti sinui. Deinde ex tribus 583, 300, & 10000 inuenitur sinis l g lateris 51457: cuius circumferentia est 30 part. 58 minut. Tanta est c d distantia. Constituimus autem i x æqualem x h. Quare angulum i e x tantùm duplicabimus, vt constet totus a e b angulus. Porrò si æqualis fuerit angulus l e g ipsi x e h, segmentum a b erit 61 part. 56 minut. Sed idem in Quadrante citra vsum calculi appareret.



PROPOSITIO XVIII.

Qua ratione artifices, stellarum fixarum distantias à terræ centro ac superficie demonstrent.

STellarum fixarum à terræ centro ac superficie tanta est distantia, vt certa dimensione per instrumenta explorari non possit. Sed si terræ dimetiens ad eam obtineret tam euidentem rationem, vt sensu deprehendi posset, de-

monſtrationem liceret extruere: cuius adminiculo certa eius diſtantiæ magnitudo deprehenderetur. Hieronymus Cardanus in libris de Subtilitate rerum per obſeruationem vmbræ ab erecto ſtylo in planiciem proiectæ huius interualli dimenſionem abſoluit. Nos igitur, quomodo per Quadrantem id fieri poſsit, experiamur. Apparente ſtella, quæ tantùm luminis effundat, vt erectus in plano ſtylus notabilem proijciat vmbram, erigemus Quadrantem ſuper tabellam planam horizontis ſuperficiei parallelam ad rectos angulos, & conſtituti propè centrum ſtyli vmbram in baſi obſeruabimus, ac magnitudinem vtriuſq; inter ſe conferemus. His conſtitutis, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Ex centro b deſignemus ambitum terræ h f g, cui imponatur plana tabella d f e vnà cum Quadrãte d e f ad rectos angulos erecto. Stella fixa ſit in a ſigno, quæ radium a e d extendat per ſummitatem erecti ſtyli f e in punctum d. Ac ipſi e f occurrat ex centro b recta b f, quæ eſt ſemiſsis dimetientis terræ, vt eadem recta linea ſit b f e. Tandem connectantur recta linea a & b ſigna. His conſtitutis, dicimus, diſtantiã a ſtellæ ab ipſo terræ centro b ratiocinando inueniri poſſe. Cum enim perpendicularis ſit e ipſi d f e triangulus e f d eſt ὀρθογώνιος, cuius d f baſis ex magnitudine apparentis vmbræ innoteſcit, & e f conſtat quantitate erecti ſtyli. Quare angulus d e f non latebit, quo ſublato ex duobus rectis, relinquitur exterior angulus a e b. Porrò angulus a e b eſt complemẽtum anguli eleuationis a ſtellę ſupra finientem circulum, qua explorata illud innoteſcit. Trianguli igitur e a b notis angulis a e b & e b a, vnà cum latere e b, quod conſtat ex terræ ſemidiametro per 4 ſecundi Regiomõtani innoteſcet a b latus. Conſtat igitur a ſtellę ab ipſo terrę centro diſtantia, ſi conſtitutam admittamus hypotheſin: nimirum vt vmbra d f ſit notabilis, & f b ſemidiametri terræ ad a b aliqua ratio quæ ſub ſenſum cadat, intelligatur: id quod demonſtrandum erat. Ad hanc obſeruationem Cardanus circulum ex metallo fabrefactum adhibet, cuius centro ad rectos angulos ſtylus infigitur, quod explorat perpendiculis vndiquaq; ei adhærentibus, ac vmbra notata per eandem demonſtrationem negocium abſoluit.



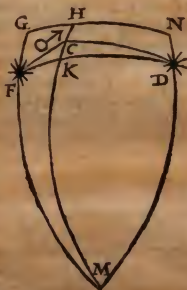
PROPOSITIO XIX.

De longitudine & latitudine cuiuſuis Planetæ, aut Cometæ explorandis, quibus annectuntur tabulæ uiciniorum Eclipticæ ſtellarum.

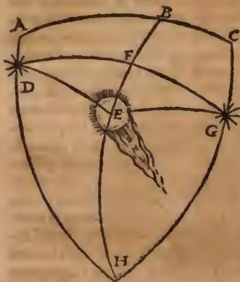
SEcundus ſtellarum ac planetarum motus ſuper polis obliqui circuli, qui eſt per medium ſignorum, abſoluitur. De quo Claudius Ptolemæus lib. 1. μεγάλης συντάξεως in hunc modum ſcribit. ἡ δὲ ἑτέρα καθ' ἣν αἱ τῶν ἀστέρων σφαῖραι, κατὰ τὰ ἐναντία τῇ προειρημένῃ φορᾷ ποιοῦνται τινὰς μετακινήσεις περὶ πόλους ἑτέρους καὶ οὐ τοὺς αὐτοὺς τῆς πρώτης περιαγωγῆς. & paulo pòſt. ἐκ δὲ τῆς ἐφεξῆς καὶ συνεχεστέρας παρατηρήσεως τὰ μὲν ἄλλα πάντα τῶν ἀστέρων διατηροῦντα φαίνεται, καὶ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ τὰ πρὸς τοὺς οἰκείους τῇ πρώτῃ φορᾷ τόπους ἐπὶ πλεῖστον ἰδιώματα, τὸν δὲ ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ τοὺς πλανωμένους ἀστέρας μεταβάσεις τινὰς ποιούμενα ποικίλας μὲν, καὶ ἀνίσους ἀλλήλαις, πάσας δὲ ὡς πρὸς τὴν καθόλου κίνησιν εἰς τὰ πρὸς ἀνατολὰς, καὶ ὑπολειπόμενα μέρη τῶν συντηρούντων τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα, καὶ ὥσπερ ὑπὸ μιᾶς σφαίρας περιαγομένων ἄστρων. Vt ergo ſtudioſus Aſtronomices intelligat, quibus in circulis hũc

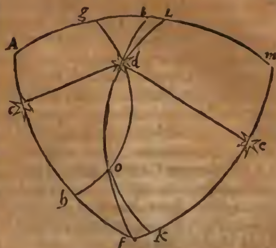
diuerſum

ac contra nitentem primę reuolutioni motum metiantur artifices, quid sit longitudo stellæ explicandum est. Definitio ergo longitudo stellæ arcus Eclipticæ, qui à principio Arietis primi mobilis, vbi verna Zodaici & Aequatoris est intersectio, vsq; ad illam Eclipticæ partem, quam alius circulus per polos eiusdem, & centrum stellæ transiens, secat. Ptolemæus quidem in principio quinti libri Magnæ constructionis ad huiuscemodi longitudinum & latitudinũ obseruationes faciendas, instrumentum Astrolabium ex armillis seu orbibus fabricare docet. Alij artifices Torqueti, alij radij Astronomici structuram in eundem vsum descripserunt. At sanè nullum huic negocio commodius, ac conuenientius Quadrante instrumentum inueniri potest. Vt ad rem veniamus, antè omnia ex Ptolemæi consilio per Eclipsium obseruationes Solis & Lunæ motus emendatos habeamus. Secundò tabulis, in quibus stellæ fixę secundum veras longitudines & latitudines exquisitè descriptæ sint, opus erit. Exploraturus ergo alicuius planetæ aut Cometæ verum in Zodaico locũ, duas stellas fixas benè cognitas cum eo triangulum constituentes obserues, quarum distantias à planeta & à se inuicem, cùm dimensus fueris, vera earum loca ex tabulis prædictis addiscas. Vtrum verò planeta superiorem illis, an inferiorem locum posideat citra instrumentum, vel solo visu discernes. His constitutis per triangulorum sphæricorum scientiam verum planetæ locum ratiocinari licet. Obseruationem stellæ Martis, vir de Matheseos studijs optimè meritus Gemma Frisius nobis reliquit. In sequenti figura sint f & d duæ syderis Capricorni stelle propè ortum caudæ collocatæ: quarum f prior Ptolemæo numeratur vicesima quarta, d posterior, vicesima quinta eius cõstellationis, g n Eclipticæ arcus, qui differentiam longitudinis duarum fixarum comprehendit, m polus Zodiaci Meridionalis, ex punctis g & n duo Quadrantes magni in polum m dimittantur, nempe g m & n m. Distantia Martis à priori stella f sit f c, à posteriori c d, & ipsarum stellarum obseruata distantia f d. h significat locum longitudinis Martis in Ecliptica, ex quo etiam in polum Quadrans magnus gra. descendit, h c Martis latitudinem complectitur. Est autem g n portio vnius gradus & 41 minut. f c 57 minutorum, d c vnius gradus, & 6 minut. latitudinem g f Ptolemæus inuenit 2 grad. 10 min: at d n 2 grad. Primùm assumamus triangulum sphæricum f m d, cuius tria latera nota sunt f d per obseruationem 1 grad. 44 minut. f m & d m sunt residui arcus latitudinum f g, & n d. Quare si subtrahas f m 2 grad. 12 minut. de 90 remanebit arcus f m 87 grad. 50 min. & d m 88 grad. tantùm. Quare per vltimam quarti Regiomontani, angulos omnes metiemur. Hac ratiocinatione angulus d f m 87 gra. cum sextante inuenitur. Iterum proponatur trigonus sphæricus f d c, cuius omnia latera cùm nota sint, per 34 quarti trigonorum Regiomontani angulus c f d inuenietur 35 grad. 56 minut. hic coniunctus d f m totum c f m 123 grad. & 6 min. constituit. Iam in c f m trigono cùm duo latera notum angulum comprehendentia dentur per 28 quarti Regiomontani latus c m inuenitur 88 gradus & 20 scrupul. qui subducti ex Quadrante relinquunt 1 partem & 40 scrupulos, veram ♂ latitudinem. Tandem tria latera trigoni m c f constituta angulum f m c per 34 eiusdem Regiomontani aperient. Ergo segmẽtum g h 40 minut, est,



Si nunc prioris stellæ fixæ longitudo sit 15 grad. Aquarij & 40 min. erit Martis locus in Zodiaco 16 grad. 20 minut. Atqui ex tabulis Alphonsij 18 grad. & 38 minut. Aquarij occupare colligitur. Hinc error tabularum 2 grad. 18 minut. deprehensus est. Iterum fingamus ut in sequẽti schemate planetã aliquem, aut Cometã infra duas stellas apparere, paulũ mutata ratio erit. Sint g & d duæ stellæ fixæ, quarũ longitudinis differẽtia in Ecliptica sit a c, latitudines verò a d, & c g in e Cometa vel planeta. Tres quadrantes ad rectos angulos in Eclipticam incidentes h a. h b, h c. Hic iam inuenien di sunt arcus a b, & b e. Primum distantiæ d g, d e, & e g, sicut anteà explicauimus, instrumẽto metiendæ sunt. Vtriusq; etiam stellę fixę longitudo & latitudo ex solida aliqua sphæra, aut tabulis exquisitè supputatis, cognoscẽda est. Hinc omnes arcus d h, g h, d g, g e, & d e patefient. Assumo hic primò trigonum d g h, ex cuius omnibus notis lateribus per 34 quarti angulus g d h numerabitur. Iterũ ex inuentis tribus lateribus trianguli d e g, angulus e d g supputetur, qui sublatus à toto g d h, h d e angulum relinquit. Quare per 28 quarti triangulorum notus trianguli d e h duobus lateribus datum angulum compræhendentibus, latus e h manifestum erit. Hoc sublato ex quarta circuli h b, vera latitudo e b remanebit. Deinde ex tribus d h e trigoni arcubus cognitis per 34 quarti d h e angulus habebitur, quem a b segmentum Eclipticæ subtendit. Atqui hoc modo vera longitudo Cometæ respectu d & g stellarum cognoscitur vera longitudo. Hic apparet ea commoditas, vt si planeta in arcu g consisteret, vt est l, eandem longitudinem, quam g habet, posisideret. Quare addita latitudine c g, distantiæ g l, etiam latitudo eiusdem c l appareret. Nec prætermittendum est omnia hæc in solida stellarum fixarum sphæra satis exquisitè fabrefacta, commodius sine calculo experiri posse. Cum enim distãtias planetæ à duabus fixis benè notis Quadrante dimensus fueris, & diligenter an sit illis superior, an inferior notaueris, fige alterum circumpedem in stellæ centrum, & secundum distantiam eius à planeta obscurum, qui postea deleri posit arcum in superficie sphæræ depingat, similiter ex altera fixa alium designes. In altera horum arcuum superiore nimirum, aut inferiore, intersectione planetã existere oportebit, id quod visu distinguendum esse diximus. Quòd si omnes longitudinem circuli per Eclipticam in sphæra descripti, & in suos gradus singuli exquisitè diuisi fuerint, extemplo tam longitudo, quàm latitudo planetæ apparebit, sin minus in sphęra hi circuli videãtur, in eundem vsum adhibebis æneum semicirculum, quem Eclipticæ polis infigas, vt per locum planetæ circumuolutus longitudinem ac latitudinem antè oculos constituat. Nam in ea Ecliptica parte quam secat semicirculus, verum alterum distinctionis punctum occupans esse planetæ non longitudinem est dubium: segmentũ vero, quod inter locum planetæ & intersectionem Eclipticæ prædictam intercipitur, inquisitam latitudinem patefacit, ac facilius idem expedire licet, si circino acceptam planetæ ab Eclipticæ loco, qui longitudinem indicat, distantiam in aliquem maximorum circulorum transferas. Nam eodem modo quo antè latitudinis segmentum deprehendes. Quæ figuram huius rei desiderant,





hanc exempli loco habeant. Sint duę fixę c & e, quorum arcus differentiæ longitudinis in Ecliptica a m polus, d planeta. Ex centro c secundũ quantitatem rectę c d describitur circuli segmentum g d h, secundò ex e ad magnitudinem d e alterius circuli arcus ducitur l d k. Hi duo sese intersecant in d signo superius & o inferius, erit ergo verus planetę locus in d o. Si ergo ex f per d semicirculus transeat in b signo Eclipticam secabit, atq; ibi locus planetę longitudinis cõstituimus. Hic verò nos sapienter admonuit Gemma Frisius, qua ratione totus motus Cometę loca in sphęra liceat depingere, si enim obseruaueris iuxta antegressam obseruationem & longitudinis & latitudinis Cometę loca, caput ipsius ibi designetur, ac semicirculus, qui sphęrę congruat, Solis & Cometę vera loca complectatur. Quantum hic cælestis circuli arcum totius Cometę longitudo occupauerit, tantum etiam ex aduerso Solis à centro Cometę cauda in oppositam partem reflectitur. Nam diligenter Appianus annotauit semper Cometarum caudas in contrarium à Sole partem extendi. De motu eorum multiplici, cùm non tantùm ab ortu in occasum primi motus vi rapiantur, sed aliâs in consequentia, aliâs in antecedentia signa insita vi deferantur, plura alij scripserunt. Georgij Trapezuntij ætate, quidam in Orientis angulo apparens, maxima velocitate in ortum ferebatur. Anno à Christo nato 1533 alius contra signorum ordinem ex Geminis in Taurum & deinceps in Arietem mouebatur. Alius anno 1240 in Oriente apparuit, qui crines in medium vsq; cæli extendens, intra sex menses vix est extinctus. Haly etiam se quendam vidisse asserit, qui ex decimaquinta parte Scorpionis contra signorum ordinem velocissimè vsq; in 15 Virginis gradum agebatur. Aliud exemplum motus Cometæ inuenitur in monimentis Iacobi Zigtieri, qui desumpsit hoc ex obseruationibus Ioannis Regiomontani, cuius verba sunt hæc. Idibus Ianuarijs, anno Domini millesimo quadringentesimo supra quintum & septuagesimum, visus est nobis Cometa sub Libra cum stellis Virginis, cuius caput tardi erat motus, donec propinquus esset spicæ, nunc incedebat per crura Bootis, versus eius sinistram. A qua discedendo die vno naturali portionem circuli magni quadraginta graduũ descripsit. Vbi cum esset in medio Cancri, maximè distabat ab orbe signorum sexaginta septem gradibus, & tunc inter duos polos Zodiaci & Aequinoctialis ibat, vsq; ad intermedia pedum Cephæi, deinde per pectus Casiopeiæ super Andromedę ventrem. Post digrediendo per longitudinem Piscis Septentrionalis, vbi valdè remittebatur motus eius, appropinquabat Zodiaco, transiens ipsum iuxta medium Arietis, donec cum stellis Ceti occasus Heliacus illum nobis occultauit in vltimis diebus Februarij. Hoc motu suo circuli magni portionem descripsit, quo in Septentrionem, & cum hoc contra signorũ successionem ferebatur à Libra in Arietem. In fine & principio tardè mouebatur, in medio verò apparitiones velocissimè, vno die ferè per quatuor signa à fine Virginis in principium vsq; Geminorum. Cauda verò eius minus mobilis continuè respiciendo stellas Geminorum, eas circumibat, nunquam ab eis per totum apparitionis tempus deuians. Ideoq; in prima emersione ad Occidentem illam extendebat, quoniam illic stellę Geminorum putarentur. In fine

verò Cometa ſub Ariete locato, propter Solis vicinitatem tantum in Occidente apparuit, cauda Orientem verſus protenſa, quia in hoc ſitu ſtellæ Geminorum ponebantur. In medio verò apparitionis caudam vertebat ad Meridiem, illic tunc erant ſtellę Geminorum, & contingebat eadem nocte, vt ſtatim poſt Solis occaſum cauda Orientem reſpiceret. Appropinquante medio noctis, reſpexit Meridiem, poſt medium noctis verò Occidentem. Antè Solis exortum indicabat locum Septentrionis. Hæc caudæ diuerſitas in ſitu ex motu diurno oriebatur, qui ſemper eſt ex conſequentia primi mobilis ab Oriente in Occidentem. Motu autem proprio extremitas caudæ quamuis tardius, quàm caput Cometę, ſemper tamen etiam ad Occidentem contra ſignorum ſucceſsionem deſcribens parallelum, à principio Libræ, vſq; ad medium Tauri mouebatur: vadens ſub pedibus vlulantis per Vrſam maiorem propinquando Perſeo: per quem circa Pleiades ad caudam Arietis ibat in medio ferè Tauri. Vndè patet, tam caput quàm caudam Cometæ verſus Occidentẽ, nunquam verò verſus Orientem proceſsiſſe, non ſolum motu diurno, ſed etiam proprio, atq; hæc de motu & conuerſione Cometarum hîc ſcripta ſufficiant.

Cùm autem ſciam non omnes ſtudioſos Matheſeos exquiſitam deſcriptionem ſtellarum ſecundum vera loca, quæ conſtitutis motuum obſeruationibus congruat habere, viſum eſt hîc tabulas expeditas, ac vſu faciles ſubnectere, quæ complectuntur illarum motus ſtellarum ad annum 1558 exquiſitè ſupputatos, quæ maiorem non ſortiantur latitudinem, quàm ſint maximæ remotiones planetarum ab Ecliptica.

ARIES

ARIES ♈

Longitudo. G.	M.	P.	Latitudo. G.	M.	Magnitudo.	Signa octauæ sphęræ.	Nomina stellarum.
2	0	B	5	45	6	Pisces.	Prima in lino Piscium
2	0	B	3	45	6		Secunda in lino
2	10	B	2	15	4		Tertia splendida in lino
2	46	A	1	10	4		Quarta in lino splendida
13	30	A	2	0	6		Zorealior iuxta linum.
14	0	A	1	0	4		Quinta in lino splendida
14	20	A	5	0	6		Austrina duarum exiguarum propę linum
17	30	A	2	20	4		Antecedens trium, post flexum Piscium
19	20	A	4	40	4		Media trium, post flexum Piscium
21	10	B	1	45	5		Austrina triũ, quæ sunt post eam, quę in lino Boreali
21	30	A	1	40	4		In Boreali lino Piscium
21	40	B	5	20	3		Media triũ, quæ sunt post eã, quæ in lino Boreali
27	30	B	5	30	5	Aries.	Ceruix Arietis
27	40	B	7	20	3		Præcedens cornu Arietis
28	20	A	4	10	4		Iuba Ceti

TAVRVS. ♉

Longitudo. G.	M.	P.	Latitudo. G.	M.	Magnitudo.	Signa octauæ sphæræ.	Nomina stellarum.
2	30	B	6	0	5	Taurus.	Australior in rictu Arietis
3	40	A	6	20	4		Capilli Ceti
8	0	A	5	0	4		Extremum posterioris pedis
8	40	B	6	0	6		Lumbus Arietis
9	0	A	1	30	5		Poplus Arietis
10	40	B	1	30	5		Posterior cruris Arietis
12	20	B	4	50	5		Radix caudæ Arietis
14	50	B	1	40	4		Præcedens in cauda Arietis
16	20	B	2	30	4		Media trium in cauda
17	0	A	7	15	4		Sequens in sectione Tauri
17	20	A	6	0	4		Borealior sectionis Tauri
18	0	B	1	50	4		Vltima caudæ Arietis
23	10	B	4	30	5		Ex Virgilijs
23	20	B	3	40	5		Ex Virgilijs
24	40	B	3	20	5		Ex Virgilijs
24	40	B	5	0	5		Ex Virgilijs
28	0	B	0	40	5		Præcedens in collo Tauri
29	0	B	5	0	5		Australior antecedentium quadrilateri in collo Tauri
29	30	B	7	20	5		Borealior antecedentium quadrilateri
30	0	B	1	0	6		Sequens in collo Tauri
3	0	A	5	15	3		Ex Suculis

GEMINI. II

Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Taurus	Nomina Stellarum.
1	20	A	4	15	3		Ex Suculis
2	40	B	4	0	5		Auſtralior in ore Boreali Tauri
2	40	B	5	0	5		Borealior ſequens quadrilateri in collo Tauri
2	50	A	3	0	3		Oculus Borealis Tauri
2	50	A	5	50	3		Ex Suculis
2	50	B	7	30	5		Borealior duarum in aure Boreali Tauri
3	0	B	3	0	5		Auſtralior ſequentium quadrilateri in collo Tauri
3	40	A	5	10	1		Oculus Tauri Auſtralis
6	40	A	4	0	4		Radix cornu Borealis Tauri
7	30	A	4	0	4		Radix cornu Auſtralis
11	0	A	3	30	5		Borealior in cornu Auſtrali Tauri
11	0	A	2	0	5		Extra formam Tauri
12	0	A	5	0	4		Auſtralior in cornu Auſtrali Tauri
11	20	A	1	45	5		Extra formam Tauri
16	40	A	5	0	4		Extremum cornu Borealis Tauri
16	40	A	2	0	5		Extra formam Tauri
17	0	B	0	40	5		Prima illarum,quæ ſunt extra formam ſub cornu Bo(reali Tauri
18	40	A	2	30	3		Cornu Auſtrale Tauri
18	0	B	1	0	5		Secunda illarum quæ ſub cornu Boreali Tauri
20	0	A	6	20	5		Extra formam Tauri
							Hic in 19 gradu incipit uia lactea,ac finitur in 30 gradu Geminorum
22	0	B	1	20	5		Tertia ſequens ex his,quæ ſub cornu Boreali Tauri
22	40	A	3	45	5		Summitas clauę Orionis
23	20	B	3	20	5		Quarta ſequens ex his
24	20	B	1	15	5		Quinta ſequens ex his
25	10	A	0	40	4		Extra formam Geminorum
25	40	A	4	15	5		Sequens in pede Geminorum
27	30	B	5	50	4		Extra formam Geminorum
27	30	A	1	30	4		Poples præcedentis Gemin.
28	30	A	1	15	4		Extremum pedis præcedentis Geminorum

CANCER

CANCER. ♋

Lõgitudo			Latitudo		Magnitudo	Nomina ſtellarum.
G.	M.	P.	G.	M.		
3	0	A	7	30	3	Extremitas ſiniſtri pedis ſequentis Geminorum
4	0	B	1	30	3	Siniſtrum genu præcedent. Gemin.
6	10	A	2	15	5	Extra formam Geminorum
7	0	A	3	30	4	Extremitas pedis dextri præcedent.
9	5	A	2	30	3	Siniſtrum genu ſequentis Geminorum
9	40	B	7	20	4	Brachium ſiniſtrum pręcedentium Geminorum
12	40	B	2	40	5	Dextrum latus ſequentis Geminorum
12	40	A	0	30	3	Siniſtra axilla ſequentis Geminorum
12	0	B	5	30	4	Occiput præcedentis Geminorum
15	0	B	4	50	4	Humerus eius dexter
17	10	A	4	30	5	Extra formam Geminorum
17	10	B	3	0	5	Siniſtrum latus præcedentis Geminorum
17	20	A	3	20	5	Extra formam Geminorum
17	40	B	2	40	4	Humerus ſiniſter præcedentis Geminorum
17	40	B	6	15	2	Hercules, ſiue caput ſequentis Geminorum
19	20	A	1	20	5	Extra formam Geminorum
21	40	A	2	40	4	Extra formam Geminorum
23	40	B	1	0	5	Poſterior pes Borealis Cancri
28	10	A	7	30	4	Poſterior pes Auſtralis Cancri
28	40	B	1	15	4	Borealior pręcedentium Quadrilateri
29	0	A	1	10	4	Auſtralior pręcedentium Quadrilateri

Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo.		LEO. ♌ Nomina Stellarum.
2	20	A	0	10	4		Auſtralior ſequentium Quadrilateri
4	0	B	2	40	4		Aſinus Borealior ſequentium Quadrilateri
5	0	B	4	50	5		Extra formam Cancri
7	30	A	5	30	4		Auſtrina forficis
8	0	B	7	15	5		Extra formam Cancri
10	10	A	2	20	4		Extra formam Cancri
12	10	A	5	40	4		Extra formam Cancri
12	10	B	7	30	4	Leo.	Os Leonis
15	10	A	3	40	6		Vola dextra Leonis
18	20	A	0	0	5		Genu dextrum Leonis
18	20	A	4	10	4		Vola ſiniſtra Leonis
21	0	A	0	15	5		Cuſpis cordis Leonis
21	40	B	4	30	3		Collum Leonis
23	40	B	0	10	1		Regulus, ſiue cor Leonis
23	30	A	4	15	4		Genu ſiniſtrum Leonis
24	30	A	1	50	4		Pectus Leonis
28	0	B	4	0	6		Prior in ventre Leonis

Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo		VIRGO. ♍ Nomina ſtellarum.
0	10	A	0	10	4		Maxilla ſiniſtra Leonis
3	10	B	2	20	6		Auſtralior ventris Leonis
4	0	B	5	20	6		Borealior ventris Leonis
8	10	A	1	30	5		Extra formam Leonis
8	30	B	1	10	4		Extra formam Leonis
9	0	A	2	40	5		Extra formam Leonis
11	20	B	5	50	3		Poſterior cruris Leonis
12	40	B	1	15	4		Poſterior poplitis Leonis
15	40	A	0	50	4		Cubitus Leonis
16	20	B	4	15	5		Auſtralior capitis Virginis
18	0	B	5	40	5	Virgo.	Septentrionalior capitis Virginis
18	30	A	3	12	5		Vola poſterior Leonis
20	0	B	0	10	3		Extremitas alæ Borealis Virginis
21	10	B	5	30	5		Auſtralior faciei Virginis
29	15	B	1	10	3		Præcedens 4 alæ ſiniſtræ

Longitudo			Latitudo		Magnitudo.		LIBRA. ♎
G.	M.	P.	G.	M.			Nomina Stellarum.
4	10	B	2	50	3		Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra Virginis
5	40	A	3	30	5		Extra formam Virginis
8	10	B	2	50	5		Quæ ſequitur ex quatuor in ala ſiniſtra
10	0	A	3	30	5		Extra formam
12	0	B	1	40	4		Poſtrema ex quatuor alæ ſiniſtræ
13	15	A	3	20	5		Extra formam (rum cruris Virginis
17	20	B	3	20	5		Septentrionalior earum quæ præcedunt quadrilate-
17	40	A	2	0	1		Spica Virginis
18	10	A	7	10	6		Extra formam
18	15	B	0	10	6		Auſtralis earum quæ antecedunt cruris quadrilaterũ
19	0	A	3	0	5		Auſtralis ſequentium quadrilateri cruris
21	0	B	1	30	4		Antecedens quadrilateri cruris Virginis
22	40	A	1	30	5		Genu ſiniſtrum Virginis
27	20	B	7	30	4		Media quæ eſt in ſyrmate
28	20	B	2	40	4		Auſtrina earum

Lõgitudo.			Latitudo.		Magnitudo.		SCORPIO ♏
G.	M.	P.	G.	M.			Nomina Stellarum
1	0	B	0	30	4		Siniſter pes Virginis
4	0	A	7	30	3		Extra formam Libræ
8	0	B	2	30	5		Septentrionalior in lance Meridionali
9	0	B	0	40	2		Splendidior in Auſtrina lance
11	15	B	1	40	4		Media lancis Auſtrinæ
12	20	B	1	15	4		Lancis Auſtrinæ præcedens
18	50	B	3	45	4		Media in lance Septentrionali
21	20	B	0	20	5		Extra formam Libræ
22	50	A	1	30	4		Extra formam Libræ
23	30	B	4	30	4		Septentrionalior in lance Septentrionali
24	40	B	0	30	6		Extra formam Libræ
24	40	B	6	40	4		Extra formam
26	40	A	1	40	3		Lucida ſequens frontis Scorpij
26	40	A	5	0	3		Vltima ſplendidarum in fronte
27	20	B	1	20	3		Splendida in fronte Scorpij
27	20	B	0	30	4		Auſtrina in pede Scorpij
28	0	B	1	40	4		Pes Scorpij
29	50	A	6	30	5		Pes alius

SAGITTARIVS. ♐

Lõgitudo G.	M.	P	Latitudo G.	M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum.
1	40	A	3	45	3	Lucida in corpore Scorpij
1	40	A	6	40	5	Quæ ſequitur in pede Scorpij
1	40	B	3	10	5	Quæ eſt in medio trium ſiniſtræ tibiæ Ophiulci
1	40	B	0	45	4	Planta Ophiulci
2	40	B	5	20	5	Septentrionalior trium in ſiniſtra tibia Ophiulci
3	20	B	0	40	5	Calcaneus ſiniſter Ophiulci
3	40	A	4	0	2	Antares, ſiue cor Scorpij
5	30	A	5	30	3	Quæ ſequitur ex tribus ſplendidis in corde Scorpij
						Hic in 5 parte eſt initium partis uiæ lacteæ finis in 15 Sagittarij.
12	10	B	7	30	3	Dextrum genu Ophiulci
14	0	B	2	15	4	Præcedens quatuor in dextro pede Ophiulci.
15	20	B	1	30	4	Quæ ſequitur de quatuor in dextro pede Ophiulci
16	0	B	0	20	4	Sequens tertia pars Ophiulci
16	30	A	1	10	5	Extra formam Scorpij
16	30	A	6	10	5	Extra formam
16	50	B	0	45	5	Vltima de quatuor in pede Ophiulci
17	40	B	2	15	3	Dextra tibia Ophiulci
18	10	B	1	30	5	Calcaneus Ophiulci
						Hic in 25 parte conſtituitur aliud initium partis uiæ lacteæ productum ad 4. partem Capricorni.
27	40	B	2	50	4	Borealior arcus Sagittarij
28	40	A	6	30	3	Capulus enſis Sagittarij.
30	0	A	1	30	3	Auſtrina arcus Sagittarij

CAPR

CAPRICORNVS. ♑

Lōgitudo G.	Lōgitudo M.	P.	Latitudo G.	Latitudo M	Magnitudo.		Nomina ſtellarum.
0	30	A	6	20	3		Cuſpis ſagittæ Sagitarij
4	0	A	3	30	4		Haſta cuſpidis
6	10	B	0	45			Nebuloſa in Sagittario
6	20	A	3	10	3		Siniſter humerus Sagittarij
6	40	B	2	10	4		Antecedens in capite Sagittarij
7	20	A	6	45	3		Poſtrema ſub axilla Sagittarij
8	40	B	1	30	4		Media in capite
8	40	A	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
10	10	B	2	0	4		Vltima capitis Sagittarii
11	0	A	2	30	5.		Scapula Sagittarij
12	20	B	2	50	5		Auſtrina in ſcapula
13	20	B	4	30	4		Media in ſcapula Sagittarij
13	40	A	1	50	5		Humerus dexter Sagittarij
13	50	B	6	30	4		Septentrionalis ſcapularum Sagittarij
15	50	A	2	50	4		Cubitus dexter Sagittarij
16	20	B	5	30	6		Obſcura in ſcapulis Sagittarij ſequens tres
18	20	A	4	50	5		Septētrionalis lateris antecedēs de 4 in radice caudę
18	40	B	2	0	6		Auſtrina duarum in ſiniſtro ſcoptulo
19	50	A	4	50	5		Quæ ſequitur in Boreali latere radicis caudæ
19	50	A	5	50	5		Præcedens Auſtrini lateris in radice caudæ
20	30	B	5	50	5		Septentrionalior duarum in ſiniſtro ſcoptulo
20	40	A	6	30	5	Capricornus	Sequens Auſtrini lateris in radice caudæ
27	10	B	0	40	5		Antecedens trium ſub oculo dextro Capricorni
28	20	B	5	0	3		Auſtrina trium in ſequenti cornu Capricorni
28	20	B	7	20	3		Septentrionalis triū in ſequenti cornu Capricorni
28	40	B	6	40	6		Media trium in ſequenti cornu
29	40	B	1	45	6		Antecedens duarum in rictu Capricorni
29	50	B	1	36	6		Sequens earum
30	0	B	0	45	6		Auſtrina trium quæ ſunt in rictu

AQVARIVS. ♒

Lõgitudo. G.	M.	P.	Latitudo. G.	M.	Magnitudo.	Nomina Stellarum.
1	50	A	6	30	4	Siniſter humerus Capricorni
2	40	B	3	50	6	Septentrionalior duarum in collo Capricorni
2	50	B	0	10	5	Auſtrina in collo Capricorni
2	50	A	0	10	3	Antecedens duarum in cauda Capricorni
7	40	A	0	0	4	Præcedens duarum in ſcapula
7	40	A	2	50	5	Septentrionalior duarum in corpore Capricorni
7	40	A	4	0	5	Auſtralior duarum reliquarũ in corpore Capricorni
8	40	B	5	30	3	In ſiniſtra manu Aquarij
9	40	A	4	15	5	Sequens trium in medio corpore Capricorni
11	20	A	6	0	5	Sequens duarum contiguarũ ſub ventre Capricorni
12	0	A	0	50	4	Sequens duarum in ſcapula Capricorni
14	50	A	4	45	4	Antecedens earum, quæ ſunt in cauda Capricorni
16	0	A	4	30	4	Sequens earum, quæ ſunt in cauda Capricorni
17	0	A	6	50	4	Antecedens duarũ contiguarũ ſub vẽtre Capricorni
17	20	A	2	0	3	Sequẽs de duabus, quę ſunt propè caudã Capricorni
17	50	B	3	20	4	Præcedens quatuor, quæ ſunt in Boreali cauda Ca-(pricorni
18	20	B	2	50	5	Media ex illis quatuor caudæ Capricorni
18	20	B	6	15	5	Sub axilla Aquarij
19	40	B	0	0	5	Auſtrina de illis quatuor caudæ Capricorni
19	40	B	4	20	5	Septentrionalis ex illis quatuor caudæ Capricorni
22	40	A	1	40	4	Auſtrina duarum, quæ in ſiniſtra vertebra Aquarij
24	10	B	0	15	6	Septentrionalior duarũ in ſiniſtra vertebra Aquarij
25	40	A	5	40	5	Crus Aquarij
27	10	B	3	0	4	Dextra vertebra Aquarij
28	0	B	3	10	5	Quæ ſequitur in dextra vertebra Aquarij
29	40	A	0	50	4	Altera in dextra vertebra

Lōgitudo.			Latitudo.		Magnitudo.	PISCES. ♓
G.	M.	P.	G.	M.		Nomina Stellarum.
2	20	A	5	0	4	Poples Aquarij
2	40	A	7	30	3	Dextra tibia Aquarij
5	50	B	0	10	4	Prima aquæ Aquarij
6	0	B	2	0	4	Secunda aquæ
8	40	A	1	0	4	Tertia aquæ
10	0	A	3	30	4	Quarta aquæ
10	50	A	4	10	4	Quinta aquæ
10	0	A	0	30	4	Sexta aquæ
11	30	A	1	40	4	Septima aquæ
11	40	B	7	30	4	Dorſum Piſcis
15	10	B	7	30	4	Cranium Piſcis
17	0	B	4	30	4	Præcedens duarum in ventre Piſcis
20	40	B	3	30	4	Sequens duarum in ventre Piſcis
21	40	A	5	30	4	Extra formam Piſcium
22	10	A	2	40	4	Extra formam Piſcium
23	15	A	2	30	4	Extra formam
23	20	A	5	30	4	Extra formam
27	0	B	6	20	4	Cauda præcedentis Piſcis

Sunt igitur omnes Zodiaci Stellæ quibus Planetæ corpore coniungi poſſunt 246.

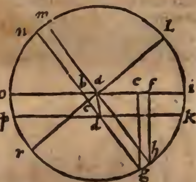
Insigniorum aliquot stellarum uera loca remotius ab Ecliptica distantium hac tabula ostenduntur.

Signa	Lõgitudo G.	Lõgitudo M.	P	Latitudo G.	Latitudo M.	Magnitudo	Nomina Stellarum.
♈	3	10	B	12	30	2	Ala Pegasi
♈	8	50	B	26	0	2	Vmbilicus Pegasi
♉	20	40	B	23	0	2	Caput Algol
♉	25	50	B	30	0	2	Dextrum latus Persei
♊	10	50	A	31	30	1	Pes Orionis
♊	15	20	A	17	30	2	Sinister Orionis humerus
♊	16	0	B	22	30	1	Hircus Aurigæ
♊	18	20	A	24	50	2	Cingulus Orionis
♊	23	0	A	17	0	1	Dexter humerus Orionis
♊	23	50	B	20	0	2	Dexter humerus Aurigæ
♋	8	40	A	39	10	1	Canis ardens vel canicula
♋	14	20	B	9	30	2	Apollo, siue caput Geminorum antecedens
♋	20	30	A	16	10	1	Canis minor, Procyon
♌	21	0	A	20	30	2	Splendida Hydræ
♌	23	10	B	8	30	2	Ceruix Leonis
♍	5	10	B	13	40	2	Dorsum Leonis
♍	15	30	B	11	50	1	Cauda Leonis
♎	18	0	B	31	30	1	Arcturus inter pedes Bootis
♏	5	40	B	44	30	2	Maior coronæ Borealis
♏	13	10	B	8	50	2	Luminosior lancis Septentri.
♐	15	50	B	36	0	3	Caput Serpentarij
♑	8	20	B	62	0	1	Vultur cadens in lira
♑	24	50	B	29	10	2	Vultur volans
♒	21	0	A	23	0	1	Fomahant in Aquario
♓	0	10	B	60	0	2	Cauda Cygni
♓	17	40	B	19	40	2	Dorsum Pegasi
♓	23	10	B	31	0	2	Crus Pegasi.

PROPOSITIO XX.

Qua ratione ſtellarum fixarum à punctis æquinoctiorum diſtantiæ deprehenduntur.

AD huius propoſitionis vſum abſoluendum in primis requiritur, vt exquiſitè poli eleuationem ſupra obſeruationis tuæ finitorem cognoſcas: Ac aſſumas ſtellam aliquam, quæ non longè deflectat ab Ecliptica: nam faciliorem admittet operationem, quàm aliæ procul aberrantes. Dehinc vbi ſereno cœlo ſtellam in Meridianum circulum incidiſſe conſpexeris, aſſumpto quadrante, diligenter ſemel atque iterum altitudinem eius ſupra Horizontem, aut à vertice diſtantiam dimetiaris, & ſi altitudo ſic inuenta, minor fuerit poli ſtellæ complemento ab eodem ſubtracta, declinationem ſtellæ ab Aequatore Auſtrinam reſtituet, ſed ſi diſtantiam à vertice poli eleuatio exceſſerit, illa ex hac ſubducta ſegmentum declinationis Borealis relinquet, atque hoc modo per ſuos canones operatur Ptolemæus. Exemplo ſubiecto euidentius tota res intelligetur. Ioannes Vermerus Norimbergenſis, vt Mathematicę artifex diſciplinę peritiſsimus, ita in obſeruationibus motuum ſtellarum vigilantiſsimus anno Domini 1514, die 16 Decembris Norimbergæ, vbi polus arcticus ſupra Finitorem eleuatur 49 partibus, 23 ſcrup. 30 ſecund. per Canones Ptolemæi ſpicæ Virginis primæ magnitudinis ſtellæ diſtantiam à vertice 57 part. 53 ſcrupul. dimenſus eſt. Cum hac minor ſit eleuatio poli 8. grad. 29 minut. 39 ſecund. habemus declinationem ſtellæ Meridionalem inuentam latitudo huius ſtellæ ab Ecliptica ex Claud. Ptolemæi tabulis inuenitur 2 par. 0 minut. Huc etiam requiritur maxima Solis declinatio, quæ noſtro tempore 23 grad. 30 minut. ab artificibus deprehenſa eſt. His conſtitutis, ne quid erres figuram huic obſeruationi congruentem ad abſoluendam ratiocinationem depingas, vt ſequitur. Ex a centro ſecundum quantitatem a r deſignetur circulus Meridianus r m l g, i a o linea Aequatorem repræſentet, m a h Eclipticam, cuius m pūctum eſt principium cancri, h capricorni. Septentrionalis Eclipticæ polus l, Auſtrinus r, circumferentia latitudinis Auſtrinæ h g, g n æquidiſtet m h. Arcum declinationis ſtellæ referat i k & k p æquidiſtet i o, ſegmentum i k h maximam Solis declinationem repręſentat. ſinus i h circumferentiæ ſit f h & i g ſinus e g, & i k ſinus a d. conſtituti ſunt ergo duo trigoni rectanguli æqualium angulorum f h a & e b g. Quare per quartam ſexti elementorum Euclidis, quæ eſt ratio f h ad a h, eadem erit e g ad g b. Circumferentia i h eſt 23 partium, 30 ſcrupulorum: cuius ſinus rectus 39874, & i g 25 partium, 30 ſcrupulorum, cuius ſinus 43051. Si multiplices igitur e g, hoc eſt 43051 in a h 100000 conſurgunt 4305100000, quæ partes diuiſæ in f h, ſcilicet 39874 conſtituunt lineam b g 107967: iterum aſſumantur duo trianguli f h a & a d b æquianguli: Quare per quartam ſexti Elementorum eandem rationem habet f h ad h a, quam a d ad b d. Ducas igitur a d 14766 in a h 100000, & productū 1476600000 in f h 39874 partiaris: hinc egrediuntur 37031 d b lineæ, qua ſubducta ex b g 107967 ſuperſunt 70936 lineæ d g. Præterea cum ex h k m ſemicirculo ſubduxeris duplam circumferentiam ipſius h g, reſtat n k g 176, cuius ſemiſsis r g eſt 88 partium, & ſinus e g 99939. Ex hoc ablato d g

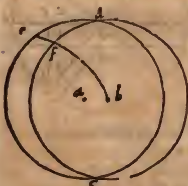


70936, relinquitur 29003 ipsius c d. Superest tandem, vt inueniamus quot partes contineat c d, quarum c g est 100000. Ductam igitur c d 29003 in 100000, per c g 99939 distribuo. Hinc mihi proueniunt 29020, quarum partium circumferentia est 16 grad. 53 scrupul. Tanta est spicæ Virginis ab intersectione Autumnali distantia ex hac obseruatione per ratiocinationem collecta.

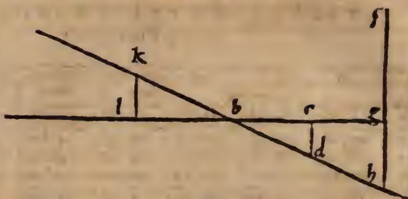
PROPOSITIO XXI.

De ortus & occasus Heliaci planetarum obseruatione.

DE multiplici ortu & occasu stellarum satis quidem copiosè in libellis sphæricis tractatur, quare nobis hîc tantùm est propositum de ratione ortus & occasus heliaci planetarum tractationem instituere. Hæc ortus & occasus species potißimum ratione luminis Solis constituitur. Nam tres inferiores planetæ, quando velocius Sole mouentur, cum propius accesserint, ipsius radios ingredientes nostro conspectui subtrahuntur, atque hi occasu matutino occidere & ortu vespertino oriri dicuntur. Cæterùm tres superiores, nec matutino occasu occidere, nec vespertino ortu ex Solis radijs propter motus tarditatem emergere possunt, tantùm manè oriuntur, & vesperi occidunt. Operæpretium est igitur, vt perquiramus quanta necessariò singulorum planetarum constituatur distantia, vt manè ante Solis ortum, aut vesperi post occasum conspiciantur. Multa quidem huc requiruntur, quæ rei difficultatem non mediocrem adferunt. Nam diuersis temporibus apparentes planetarum magnitudines nunc propter accessum ad terræ centrum propinquiorem incrementa sumunt, nunc propter longiores ab eodem recessus sub minori angulo apparent, quin etiam inclinationes Horizontum non exiguam varietatem habent. Interim scire licet apparitionem aut occultationum distantias frustra inquiri, nisi arcus visionis, (qui nihil aliud est, quàm segmentum maximi circuli, qui per signum τῶν κορυφῶν, & Solis centrum ducitur, inter Horizontem & Solem interceptum) dimensio sit antegressa. Horizontis circulus sit d f c, cuius polus b, d e c Zodiacus, & polus eius a, b f e segmentum circuli maximè ex b polo in e centrum Solis sub Horizonte ductum, f locus stellæ in Horizonte. Circumferentia e f dicitur arcus visionis stellæ, e d apparitionis aut occultationis, tam in ortu, quam occasu distantia. Progrediamur hinc ad inuentionem arcus visionis in hunc modum. Diligentior sereno cœlo, potißimum quando Sol cancri tropico propinquiores partes peragrat, stellæ primò ex Solis radijs egredientes, aut in eosdem incidentis distantiam ab eodem secundum signorum ordinem, non neglecta interim latitudinis Austrinæ, vel Septentrionalis ratione dimetiaris.



Hinc secundum doctrinam Claudij Ptolemæi, libro decimotertio magnæ Constructionis explicatam arcus visionis inuestigabimus. Inuenit ipse sub altitudine poli 33 grad. 18 scrupul. Saturnum principio apparitionis in prima Cancri parte à Sole destitisse 14 grad. Iouem 12 gradibus 45 minut. Martem 14 grad. 30 minut. cum latitudine 12 scrupul. Venerem vespertinam 5 gradibus 40 minut. Mercurium 11 part. 30 scrupul. Ex his distantijs singulorum planetarum arcus visionis supputauit eo modo, vt sequitur. Sit Horizontis circulus l b g, zodiaci k b h, circulus ex Horizontis polo in h Solis



Solis cētrum descendens f g h. In b sit stella rectè sub Ecliptica citra omnem latitudinem, altera in l habeat latitudinē Austrinam, altera in c Borealem. Sit hîc propositum ratiocinari arcum visionis Saturni g h. Per traditionem Libri 2 capitis 11 angulus Horizontis & principij Cancri, nempe h b g offertur 51 grad. 30 scrupul. quorum totus circulus continet 360. Igitur sinus rectus est 78260, qui multiplicatus per sinum rectum 14 partium 24192 constituit 1893265920, & hic distributus in totum reddit 18932, cuius sinus arcus est 10 partium, 54 scrupul. 30 secund. Vt etiam exemplum habeas planetæ ab Ecliptica deflectentis assumamus Venerem, cuius latitudinem Septentrionalem in eodem situ Ptolemæus deprehendit 1 partis, cuius sinus est 1745, vt in præsenti schemate c d. Vt hîc inueniamus b d, cuius ratio ad c d, est sicut 62441 ad 78260. Dispositis igitur numeris in ordinem, vt sequitur 78260 |1745| 62441, & secundo in tertium multiplicato & producto in primum distributo exurgit sinus 1391, cuius arcus 48 scrupul. 5 part. 40 scrupul. coniunctus totum b h 6 part. 28 scrup. constituit. Hinc g h est 5 partium 4 scrup. Eodem modo arcus visionis Mercurij g h inuentus est 10 partium, Iouis 10 & Martis 11 part. 30 scrupul. Ex his arcubus constructa est tabula occultationum & apparitionum quinque planetarum sub eleuatione poli prædicta ad omnium signorum principia. Quòd si volueris ad huius imitationem ad aliam poli eleuationem similem extruere in primis, vt nos in canonibus primi motus explicauimus, vel secundum rationem 11 cap. libri secundi μεγάλης συντάξεως angulorum, quos Eclipticæ signorum principia cum Horizonte constituunt, quantitates inuenias, quorum sinus recti primum sibi locum in operis processu vendicant, secundum, sinus maximus, arcus visionis sinus, tertium. Habita insuper latitudinis ratione, quando secundum in tertium multiplicatum in primum partitus fueris, sinus apparitionis aut occultationis innotescet.

TABVLA ORTVS ET OCCASVS quinq; Planetarum.

	♄ Ortus matutinus		♃ Ortus matutinus		♂ Ortus matutinus		ortus uespertinus ♀		Occasus matutinus ♀		Ortus uespertinus ☿		occasus matutinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	29	28	19	33	29	0	15	31	4	25	24	10	12	24
1	26	26	18	21	27	11	13	48	4	29	21	15	12	18
2	22	10	14	15	22	14	10	39	7	38	17	10	13	37
3	17	18	11	44	18	15	8	38	8	58	14	9	14	19
4	14	8	9	44	16	7	7	5	8	59	12	53	16	39
5	13	8	9	7	15	8	6	53	10	46	12	8	20	23
6	12	15	9	0	14	12	6	57	11	9	12	10	23	50
7	13	1	9	7	15	8	7	11	11	26	12	41	23	49
8	13	47	9	44	16	7	7	56	12	27	14	8	20	44
9	16	36	11	44	18	15	9	18	9	28	16	19	16	19
10	21	16	14	14	22	14	12	47	8	29	20	15	14	7
11	26	46	18	11	27	11	15	28	7	43	24	38	12	14

	♄ Occasus uespertinus		♃ Occasus uespertinus		♂ Occasus uespertinus		ortus matut. ♀		Occasus uespertinus ♀		ortus matutinus ☿		occasus uespertinus ☿	
S.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
0	13	46	9	28	14	12	3	36	2	27	22	43	12	9
1	14	7	9	38	15	8	4	9	3	30	21	23	12	12
2	15	5	10	16	16	7	5	14	8	47	22	28	14	44
3	17	9	11	44	18	15	10	12	10	44	18	48	19	48
4	14	48	13	32	22	14	17	45	11	30	15	18	23	25
5	22	0	15	23	27	11	23	40	7	43	13	18	26	37
6	22	32	16	7	29	0	22	27	6	40	12	29	25	38
7	21	20	15	23	27	11	15	14	6	17	12	10	20	35
8	18	35	13	32	22	14	7	1	5	12	12	16	17	41
9	16	36	11	44	18	15	2	18	2	18	12	15	12	30
10	14	40	10	16	16	7	1	36	1	14	14	25	11	32
11	14	0	9	38	15	12	2	43	1	31	18	22	11	47

Hinc quolibet constituto tempore ad quamcunque poli eleuationem, an planeta ante Solis ortum, aut post eiusdem occasum cõspiciatur, supputare licet. Inquisito enim angulo horizontis & Eclipticæ sinum eius diuisoris loco statuas, & cum visionis arcus sinum duxeris in totum, & productum in sinum anguli prædicti diuiseris, exorietur sinus distantiæ, qua primum appareret planeta, si hæc maior fuerit, quàm distantia Solis à planeta secundum ordinem signorum, manifestum erit ipsum videri non posse: sin minor apparere conclu das. Sub altitudine poli 48 partium Sole 2 partem 26 Geminorum minutum occupante, stella Mercurij cum 19 parte & 43 scrupul. Tauri supra horizontem ascendat, est igitur angulus horizontis & Eclipticæ 22 graduum 41 scrup. cuius sinus rectus 38563, & cum arcus visionis sit 10 partium, sinus eius 17364 in totum multiplicatus, cum in primum diuiditur, exoritur 45028, sinus cuius arcus 26 partium, 46 minutor. Tantam oportet hîc esse Solis distantiam, vt Mercurius in ortu videatur. Si nunc à 19 grad. 43 minut. Tauri 26 grad. 46 minut. secundum ordinem signorum numeraueris, finem in 16 grad. 29 minu. Geminorum incidere videbis. Distantia Solis & Eclipticæ partis vnà cum Mercurio in horizonte constitutæ tantum est 12 grad. 46 minut. Quare manifestum est hoc tempore Mercurium videri non posse. Eadem ratione comperies, an paulò post Solis occasum videatur. Occidebat Mercurius cum 9. grad. 4 minut. Tauri, & cum Sol constituatur 2 parte 26 Geminorum scrupulo, certum est eum neque post occasum conspectum iri.

PROPOSITIO XXII.
Quomodo ex aspectu cuius Planetæ naturam stellæ fixæ referant, agnoscamus.

STellæ candidissimæ & splendidæ sunt naturæ Iouis, splendidissimę buxeę sunt Venereæ, cãdidæ pallentes, & debilioris luminis, Lunares. Rubeæ, fuscæ, siue sint splendidæ, siue non, Martiales. Claræ, splendidæ valde, & modicè rubentes, Solares. Plumbeæ omnes siue splendidæ sint, siue non, Saturninæ. Splendidæ, cinerei coloris, Mercuriales. Obscuræ, sunt naturæ Saturni & Lunę. Nubilosæ omnes & maculosæ, Lunæ & Martis.

PROPOSITIO XXIII.
De Stellarum magnitudinibus.

VT cognoscamus qua ratione intelligant artifices stellarũ diuersas esse magnitudines, & quomodo hę debent obseruari: scire licet stellas primę magnitudinis, vt sunt Venus & Iupiter, habere diametrum minutorum 8, Saturnus, Mars & omnes stellæ magnitudinis secundæ dimetientem habent 6 minut. quæ sunt magnitudinis tertiæ, minut. 4, quę sunt quartæ, minut. 3, vt etiam est Mercurius. Quæ sunt quintæ magnitudinis diametrum habent 2 minut. & quæ magnitudinis sextæ, minut. 1, Saturnus etiam, Iupiter & Mars in absidis opposito, crescunt 1 minut. & eodem decrescunt in abside. Quando Venus est in abside dimetientem ostendit minut. 7, sed in opposito, minut. 10, Sol in abside excentrici apparet, sub minut. 31, at in opposito minut. 33 & Luna in abside sub minut. 31, sed in opposito sub 35, atque ita maior apparet Sole, quando in loco proximi ad terram accessus est. Atque hinc etiam corporales cõgressus Planetarum & fixarum agnoscere licet ex cõiunctione semidiametrorum, exemplum Cardanus hoc constituit. Sit Luna in parte 19, minut. 25 Capricorni in longitudine media, vbi semidiameter est minut. 16, secund. 30, in parte 19, scrupul. 8, constituitur Borealior sinistri scoptuli Sagittarij: differentia vtriusque longitudinis est scrupul. 17. Et cum Lunæ semidiameter sit 16 scrup. 30 secun.

semidiameter stellæ, quæ est magnitudinis quintæ, sit 1 scrupul. si coniungātur semidiametri exurget quantitas 17 scru. 30 secund. quæ maior est 17 min. differentiæ, scilicet longitudinis. Dicendum ergo stellas sese mutuò contingere. Porrò hos contactus ad vnguem scire, præsertim exorientium stellarum, aut in cæli medio existentium nemo facilè potest nisi per experientiā. Nam huiuscemodi præcisionem, vt rectè dixit Ioannes Regiomontanus in opere Directionum primi mobilis, nullum capit instrumentum.

PROPOSITIO XXIIII.

Ad quantam distantiæ Stellas fixas planetæ occultent.

OMnes stellas nostro conspectui adimit Sol: sed in exortu admittit Venerem vt videri posit, donec supra terram ad qualemcunque altitudinem eleuetur: quandoque etiam vnà cum Sole in medio cæli conspicitur, id quod aliqui miraculi instar sunt admirati. Lunam verò tegit manifestè vsque ad distantiā quindecim partium, interdum etiam ad viginti, fixas stellas omnes, quæ primæ sunt magnitudinis, Luna ad interuallum vnius partis, eas verò, quæ secundæ magnitudinis sunt, ad tres partes occultat, nisi cælo valde sereno & ea vacua existente, reliquas autem longius tantùm in occasu vel exortu. Planetas nunquam è conspectu aufert: nam Iupiter & Venus nihil splendoris in ipso etiam contactu perdunt. Saturnus & Mars, etsi multum obscurentur, tamen omnino non teguntur. Mercurium vltra duas partes non abscondit omnino. Contingit hoc non propter Mercurij lumen: sed quia Luna, quoties eidem copulatur necessariò exiguæ magnitudinis videatur. Iupiter & Venus stellas omnes secunda quantitate minores in cōtactu occultant: quæ secundæ quidem magnitudinis sunt, offiscantur plurimum, quæ primæ licet debilioris luminis esse videantur, in quātitate earum tamen nulla apparet diminutio. Saturnus & Mars propè Iouem aut Venerem hebetiores apparēt, decrementi tamē aut occultationis nullum admittūt indicium. Mercurius aūt cum Ioue & Venere, licet exiguus admodum appareat, tamen nullo modo sub radijs euanescere videtur. Nullus etiam planeta sui generis, alium omnino potest è conspectu submouere. Iupiter interim & Venus fixas minimas ad distantiam 8 part. obscurant. Saturnus & Mars cum Bebenijs siue stellis fixis primæ magnitudinis lumine contendunt, & quanuis superentur, hebetiores tamen non euadunt, cum stellis secundæ quantitatis etiam decertant, & cum lumine splendidiores videātur, eas tamen radijs non tegunt, sed paulò hebetiores reddunt. Si propè Saturnū aut Martem fuerint stellæ magnitudinis tertiæ, aut quartæ obscurantur plurimū, sed propè eosdem quintæ & sextæ prorsus euanescūt. Mercurius nullas occultat, & vicissim non occultatur, à stellis primæ magnitudinis tamen offuscatur. Porrò stellarum omnium in nostro climate apparentiū pulcherrima est Canicula, & splendidissima, quæ in ore Canis maioris existit: maxima omnium est Canopus, licet nobis non appareat, sed quāuis Caniculam vincat magnitudine, splendore tamen ab eadem magno vincitur interuallo.

PROPOSITIO XXV.

Quomodo Polus mundi proximè & simplicissimè ex obseruatione stellarum fixarum, sine omni instrumento cognoscatur.

EXplicauimus quidem breuiter, quomodo per instrumentum ex obseruatione circūuolutionis alicuius stellæ fixæ supra Finitorem semper apparentis mundi polus exquisitissimè cognoscatur, id quod ad obseruationes omniū φαινομένων maximè necessarium est: nunc etiam quomodo proximè sine instrumento certiùs tamen quàm soleant obseruare nautæ & agricolæ eundem

inueniamus

inueniamus, ex traditione Cardani subijciemus. Ad Septentrionem in Vrsa maiori conspiciuntur stellæ septem, ex quibus quatuor schematis quadranguli speciem ostendunt, reliquæ tres in figuram caudæ inflectuntur. Harum omnes sunt magnitudinis secundæ, præter Borealiorem quadrilateri antecedentem, quæ minor etiam sex reliquis est designata, & est magnitudinis tertię, paulò reliquis minor. Omnes simul exprimunt figuram currus cum temone flexo. In recta linea duarum sequentium ab exteriori parte versus incuruationem Temonis, est stella Polaris magnitudinis tertiæ, naturæ Saturni & Veneris, distans ab ipso mundi Polo partibus 4, scrupu. 9, & consistit in 19 parte, min. 48 Geminorum, & appellatur Cauda minoris Vrsæ. Ita autem rectè in eadem linea, cum prædictis duabus quadrilateri consistit, vt per instrumentum obseruanti in eodem ferè circulo maximo, cum ijsdem iacêre videatur. Etsi autem non vsq; adeò magnæ quantitatis videatur, tamen quia circumiacentes omnes valde sunt exiguę, quasi sola locum occupare videtur. Hæc circum Polum tempore 24 horarum æqualium circumuoluitur, in cuius locum intra spaciū 1000 annorum ingredietur, ita vt loco Poli cōspiciatur. Eidem alia stella quartæ magnitudinis valde est propinqua, distans à Polo tantùm nostro tempore scrupul. 50, quàm rectè stellam Poli nominamus, alteram quę remotior est, stellam Polarem. Sequitur figura huius obseruationis.



PROPOSITIO XXVI.

Qua obseruatione inueniatur Polus Zodiaci.

Zodiaci Polus semper est proximus duabus stellis, quæ sunt in triangulo Draconis sextæ magnitudinis, & vix apparētibus. Cōsyderes igitur stellam polarem, propè quam in Vrsa minore, præter septem stellas Vrsæ maioris animaduertas duas alias secundę magnitudinis, quarum superior est in eadem recta duarum antecedentium quadrilateri prædicti, quæ sunt propè Temonem. Ex prima igitur quadrilateri versus Septentrionem, per superiorem duarum Vrsæ minoris imaginatione deducas lineam rectam vsq; ad Draconem, quæ subsistet ad duas stellas in eo constitutas, & vix (vt dictum est) apparentes. Hæ proximæ sunt Zodiaci Polo, distantes ab eodem partibus 2, scrupul. 30, nec ab eo digrediuntur vnquam, nec eidem appropinquant. Ex hoc igitur schemate manifestum est Polum Zodaici paulò longius per lineam rectam à Borealiore sequentium distare, quàm polares mundi ab Australiore sequentium distet, quàm polaris mundi ab Australiore sequentium distet. Obserues etiam quomodo pes Cephei in eadem recta linea, cum stella Polari & Australiore antecedentium quadrilateri consistat.

PROPOSITIO XXVII.

De obseruatione Zodiaci & circuli Solstitij.

AGnita poli Zodiaci stella versus Austrum in oppositam partem conuertas faciem, per quam partem imagineris duci circulum maximum totum cælum bifariam secantem, cuius semisses supra Finitorem apparet semper. In hoc est Zodiacus pluribus & frequentioribus stellis insignitus, quàm vlla pars cæli, in quo ferè semper aliquis apparet planeta. Dehinc imaginaberis lineam, aut circumferẽtiam circuli ex polo Zodiaci per mundi polum procedentem, quæ totum cælum in duas æquales portiones dispescat. Et consyderes vtrum Cancri, an Capricorni initium supra horizontem appareat: nam horum alterũ necessariò videbitur cum sint opposita signa. Quoties igitur fuerit primũ Cancri punctum supra terram, erit etiam pars Tropici coluri per illud punctum ducta in conspectu: idem etiam de Capricorni signo velim intelligas, id quod non difficulter deprehendes, si ascendentem Eclipticæ partem, aut temporis nocturni momentum obseruaueris. Et si principium Cancri supra terram apparuerit, ab Orientali coluri circuli parte primo Geminorum capita magis Septentrionalia conspicies, huic procedenti ab eadem parte versus Austrum Canis minor, siue Procyon offeretur, inde Canicula, quæ est splẽdidior Canis maioris, & hæc magis in Meridiem inclinatur. Ab Occidentali eiusdem circuli parte versus Septẽtrionem offendes, primò dextrum humerum Aurigæ, inde Orionis constellationem à capite ad pedes, tanquàm prędicto circulo æquidistantem, ita vt pedes versus Austrum, caput versus Septentrionem extẽdantur: postremò sex Stellas glomeratas, è quibus duę sunt magnitudinis in naui valdè Australes. Ab Orientali verò coluri circuli, quę per initium Capricorni ducitur parte, primò stellam Vulturis cadentis inuenies, dein stellam vlterius in Austrum tendentem, quę vocatur Vultur volans: vltimò secundę magnitudinis stellam, quę est in genu Sagittarij benè Australis, ita vt parum supra terram maneat. Ab Occidentali verò huius coluri parte, nulla insignis magnitudinis stella conspicitur.

PROPOSITIO XXVIII.

Quomodo stellas fixas semel obseruatas semper agnoscamus.

SEx potissimùm signa, quibus stellas fixas ab inuicem distinguunt artifices, obseruare docent. Primò magnitudinem, quia nõnullę sunt primę magnitudinis, nonnullę secundę, alię tertię, alię quartę, alię quintę, alię sextę, quę omnium inter has minimè apparent. Quę pręter has minoris quantitatis sunt vix obseruari possunt. Secundò colorẽ: nam quędam videntur albę, quędam pallentes, quędam buxeę, quędam plumbeæ, quædam aureæ, alię rubeę. Tertiò splendorem: nam alię plurimum, alię mediocriter, alię valdè parum, alię nihil omnino splendent, quapropter etiam nebulosę, licet magnę inter eas sint, appellantur. Quartò obseruamus configurationes viciniorũ stellarum. Inter has alię rectam lineam, alię triangulum, alię quadrangulum & alias etiam figuras cõstituunt. Vt cingulus Orionis cõstat tribus magnis & splendidis stellis, quę ita in rectã lineam cõstituuntur, vt cinguli speciem reprę sentent, similiter Hœdi sunt duę paruę stellę ita coniunctę, vt vnam quasi longam referant. Ita Pleiades à multitudine cõglomerata facillimè agnoscuntur, eodem modo septẽ stellę maioris & minoris Vrsę. ex tribus quę figuram incuruatę caudę, & reliquis quatuor quadrangulum schema exprimentibus addiscũtur. Quintum signum est scintillatio: nã quędam frequẽtissimè micãt, vt Procyon, quędam rarissimè vt Regulus, quędam mediocriter, vt pes & humerus Orionis. Sextũ signũ est stellarũ situs tam in Zodaico, quàm in mundi cardinibus. Nam stellę fixę propter

pter maximā motus octauę sphęrę tarditatē per multos annos ijsdem locis supra Horizontē ascendunt, ad cæli medium uoluuntur, & sub Horizontem demergũtur. Vnde ex earũ situ semel deprehenso facilè quiuis, qui non sit omnino nullius memoriæ, ipsas retinere & alio tēpore cōspectas agnoscere potest. Similiter ex ipsarũ à planetis distātia facilè agnoscũtur, videlicet si antares stella Saturno posterior fuerit 12 part. cognito Saturno, quā stellā ab ipso 12 gra. in orientē tendere maximè splendere cōspexeris eā cordis Scorpij esse indubitatò noueris. Cōsultißimũ tamē in omnibus fuerit adhibita sphęra stellifera, quę ad singulos mundi cardines & propositi tēporis constitutionē exquisitè dispo sita sit, per has rationes & obseruationes altitudinũ & locorũ stellas obseruare.

PROPOSITIO XXIX.

Quomodo ex imaginum zodiaci aspectu solo stellę agnoscuntur.

COgnitis iam & obseruatis pręcipuis octauę sphęrę stellis, sequitur, vt etiā ad obseruationes imaginũ cœlestiũ, quas stellæ nobis repræsentant, progrediamur. Cōmodißimũ hîc fuerit, vt exordiamur ab obseruatione figurarũ zodiaci, quas ante omnes nouisse expedit, nā cũ harũ stellis, quę nō longius ab Ecliptica distant planetę corpore cōiungi possunt. Ad huiusmodi obseruationes maximè requiritur, quoties sphęris stelliferis caruerimus, vt omnes zodiaci figuras cũ suis stellis, sicut in ipso cœlo apparēt, depictas habeamus. Hîc iam scire licet duas in cœlo stellas esse, quarũ semper altera, eo quòd in oppositis locis cōstituantur, supra Horizontē statuatur, quarũ vna est aldebara, altera antares, ambę regiæ, quas à reliquis frequēti obseruatione ita distinguere discas, vt statim apparētes eas sine errore agnoscas. Dehinc ex præmißis tabulis nomina, situs, & magnitudines stellarũ zodiaci inquisitas diligēter adhibitis & identidem cōsultis picturis obserues procedendo ab altera harũ cognitarum, quæ apparuerit secundũ succeßionē signorũ ad orientē finitoris partem. Obserues etiā diligēter 27 illas valde splendidas, quę extra zodiacũ collocātur vnà cum sex vrsę maioris & duas vrsę minoris, quas in capite obseruationis polorũ Aequatoris & zodiaci adscripsimus. Et cũ ad Horizontē descēderis, iterũ à loco prioris obseruationis, nimirũ stellę regię cōtra signorũ ordinē figuras ad occidentē descēdentes eadē omnino ratione, qua antea vsus es, obseruabis. Memineris tamē hîc diligēter, vt lineas ex polo zodiaci ad ipsas stellas ductas imagineris. Poteris etiā per instrumentũ illarũ à polo zodiaci distātias, an cũ tabulis cōueniant experiri, ita certius argumētũ inuentę stellę cōsequeris, pręsertim si alijs ꝓxima nō fuerit, sed tribus aut quatuor partibus ab ijs distiterit. Primùm aũt memorię cōmendes eas, quę sunt nobiliores aut magnitudine, vt est canicula, aut multitudine, vt pleiades & suculæ, paruitate vt hœdi, similitudine vt asini, loco, vt scapula Capricorni, quę pręcisè in ipsa est ecliptica. Et dextrũ genu Ophiulci, quod in extremo zodiaci constitutũ initiũ prębet vię lacteę. Etiā eas obserues, quę sunt nebulosę, vt pręsepe, & quę dignitate pręstant, vt regulus & spica, quę magnitudine fortitudinis & forma insigni, vt totũ sydus Orionis, quod facillimè cognosci potest: vt dixit Poeta: *Orion magni pars maxima cœli.*

Hac obseruādi ratione paucißimis diebus omnes stellę & asterismi cœli, qui supra finientē loci, in quo fiũt obseruationes, apparēt, sine magno negocio cognosci possunt. Porrò, vt eorũ etiam succurramus industriæ, qui tabulis caret, omnes imaginũ zodiaci stellas, quę formā cōplectũtur, exquisita descriptione suis asterismis intexā, vt ex mutua collatione cōgruentię in situ ac positione à studiosis, qui attētè eas inquirēt in cœlo facilè agnoscātur. Atq; in has imaginũ picturis nō solùm quantũ ex correctißimis tabulis didicimus, verā stellarum in situ symmetriā cōstituimus, verumetiam singulas magnitudinũ differentias certis discretas signis ante oculos constituimus, eo modo qui hîc apparet.

Vt ergo ueram iconum positionem explicemus, ſcire licet artifices omnes Arietis conſtellationi primum locum attribuiſſe. Hæc autem Higinij tempore proximè interſectioni uernæ Æquatoris & Eclipticæ conſiſtebat, ſed elapſo multorum annorum ſpatio ad hæc noſtra tempora longius indè in conſequentes partes proceſsit. Caput ipſum conuertit in ortum, ac conſtituitur infra ſydus cœleſte, quod Triangulum appellant. Cæterùm formam duntaxat ingrediuntur ſtellæ 13, quarum magnitudinis tertiæ duæ, quartæ quatuor, quintæ ſex, ſextæ una. Ex his, præter duas extremas, quarum una eſt in poplite, altera in extremo poſterioris pedis ab Ecliptica in Septentrionem deflectunt.

SEQVITVR IMAGO ARIETIS.



Tauri ſydus imperfectum eſt. Nam poſterior medij corporis pars deeſt, ut non inerudite ſcripſerit Ouidius: Poſteriora latent. Reliqua anterior per medium ab Ecliptica ſecatur. Poſt caudam Arietis in ſectione uerſus Auſtrum quatuor ſtellæ conſpiciuntur. In tergo ſunt Virgiliæ Græcis πλειάδες appellatæ, infra caput Meduſæ. Caput ita flectit, ut frons occaſum reſpiciat, & caput orientem. Cornu Septentrionali altero pede inſiſtit Erichtonius. Totum uerò conſtituitur ex ſtellis 32, præter eam quæ in extremo cornu Septentrionali: una ex his primæ magnitudinis in oculo lucens à Romanis Palilicium appellata. Tertiæ magnitudinis ſunt ſex, quartæ undecim, quintæ tredecim, ſextæ una.

SEQVITVR IMAGO TAVRI.



Geminorum pedes in Occaſum uerſus cornua Tauri extenduntur, capita uerò, quæ appellantur Caſtor & Pollux magis Orientem ſpectant, ac in Septentrionem ab Ecliptica deflectunt. Tota uerò conſtellatio conſtat ſtellis 18, quarum magnitudinis ſecundæ duæ, tertiæ quinq;, quartæ nouem, quintæ duæ. Ac omnes ſtellæ, quæ numerantur à principio uſq; ad ſiniſtrum genu ſequentis Geminorum in Septentrionem deflectunt, reliquæ in Auſtrum.

SEQVITVR IMAGO GEMINORVM.



Conſtellatio Cancri in medio ab Ecliptica ſecatur, conſtat autem exiguis ſtellis, ex quibus duæ in teſta aſini appellantur, ac una in pectore nebuloſa, præſepe. Magnitudinis quartæ ſunt ſeptem, quintæ una,

SEQVITVR IMAGO CANCRI.



Caput Leonis occaſum ſpectat, ac maior pars corporis ab Ecliptica in Septentrionem deflectit: nam ultra ſectionem Eclipticæ pedes duntaxat in Auſtrum extenduntur. In corde, ſiue pectore eſt ſplendida ſtella, quam Regulum ac Baſiliſcum uocant primæ magnitudinis. Totum ſydus conſtat ſtellis 27, quarum altera primæ magnitudinis fulget in extremo caudæ. Secundæ magnitudinis ſunt duæ, tertiæ ſex, quartæ octo, quintæ quinq;, ſextæ quatuor.

SEQVITVR IMAGO LEONIS.



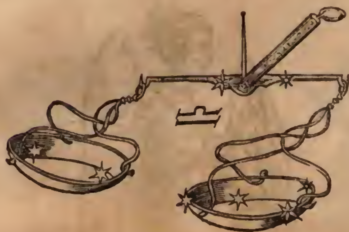
Totum Virginis ſydus in Septentrionem ferè deflectit, conſtituitur caput poſt Leonis caudam Eclipticę propius, in ſiniſtra manu, quam in Auſtrum porrigit, ſplendidam geſtat ſtellam, quæ ſpica nominatur. Supra corpus Virginis ulterius in Septentrione apparet Bootis, inter cuius pedes ſtella ſplendida, quæ Arctu- rus nominatur. Conſtat autem 26 ſtellis, quarum 1 magnitud. una tertię 6, quartæ 6, quintæ 11, ſextæ duæ.

SEQVITVR IMAGO VIRGINIS.



Propter nimiam magnitudinem constellatio Scorpij in duas imagines distribuitur, quarum antecedens appellationem Libræ sortitur, quæ apud Ptolemæum Chelæ dicuntur. Hæc tota in Septentrionem deflexa, sub Virginis pedibus constituitur. Constat autem stellis octo, quarum magnitudinis secundæ duæ, quartæ quatuor, quintæ duæ.

SEQVITVR IMAGO LIBRAE.



Scorpionis conſtellatio maiore ſui parte in Auſtrum deflectit, quatuor in fronte lucidæ occaſum ſpectant, dextram corporis partem in Septentrione pede premit Ophiuchus, cauda magis in ortum circumflectitur. Conſtat ſtellis 21, quarum ſecundæ magnitudinis 1, tertiæ 13, quartæ 5, quintæ 2.

SEQVITVR IMAGO SCORPII.



Sagittarius Centauri ſpecie pingitur, ſagittam uerſus Occaſum dirigens in caudam Scorpionis toto ferè corpore in Auſtrum conuerſus, excepto capite & ſtellis aliquot exiguis in contactu, quæ in Septentrionem uergunt. Conſtat ſtellis 31, quarum magnitudinis 2, duæ, tertiæ 9, quartæ 9, quintæ 8, ſextæ duæ, nebuloſa una.

SEQVITVR IMAGO SAGITTARII.



Poſt con-

Poſt contactum Centauri ſequuntur cornua Capricorni unà cum capite in Septentrionem deflexa. Inde reliqua pars corporis ab Ecliptica ſecta in Auſtrum uertitur, reflexa in Septentrionem cauda. Conſtituitur autem ſtellis 28, quarum magnitudinis tertiæ 4, quartæ 9, quintæ 6, ſextæ 6.

SEQVITVR IMAGO CAPRICORNI.



In medio corpore Aquarius secatur ab Ecliptica, ut superior pars in Septentrionem, inferior in Austrum deflectat. Sinistram manum in Occasum supra tergum Capricorni porrigit. Vrna in exortum effundit aquam, quæ statim ultra Eclipticam in Austro uersa in Occasum refluit. Vltima in aqua stella splendida ore Piscis, qui solitarius figuratur, absorbetur. Constat stellis 42, quarum primæ magnitudinis 1, tertiæ 9, quartæ 18, quintæ 13, sextæ 1.

SEQVITVR IMAGO AQVARII.



Postremum

Poſtremum Piſcium ſydus exiſtit, quorum alter in Occaſum ſpectans Aquarium in Septentrione ex cauda linum educit, quod ultra Eclipticam in Auſtrum productum & nodo contractum ac ligatum, iterumq; in Septentrionem reflexum annectitur caudæ, alterius piſcis, cuius caput eſt infra humerum ſiniſtrum Andromedæ.

SEQVITVR IMAGO PISCIVM.



PROPOSITIO XXX.

De signis quibus errantes stellæ à fixis octauæ sphæræ distinguuntur.

FAcillima ratio, qua ad cognitionem stellarum fixarum introducimur, constat signorum, quibus erraturæ stellæ à se inuicem & à fixis octaui cœli distinguũtur obseruatione. Triplici autem signorum discrimine à stellis fixis planetæ differre cognoscuntur. Primò quòd stellarum fixarum aliàs rarius, aliàs frequentius scintillare obseruemus, planetas verò nunquam. Secundò, quòd inerrantium semper à se inuicem æqualis distantia deprehendatur, sed planetarum (quia infinitis partibus velocius fixis stellis moueãtur) ab ijsdem octauæ sphæræ stellis diuersis temporibus obseruatę distantię semper manifestam differentiam sortiantur. Tertiò quòd illis, qui frequentibus obseruationibus fuerint assuefacti, planetæ, vel primo aspectu stellis fixis inferiores appareãt, sed fixæ longæ à terræ superficie altiores conspiciantur. Etiam inter se planetæ satis euidenti discrimine differre videntur. Primò Sol & Luna, quomodo à reliquis omnibus stellis differant, nemo, nisi communis sensus expers, ignorare potest. Stella Saturni, Martis magnitudini aspicientibus æqualis videtur, distinguitur tamen ab eodem, quòd plumbei coloris & minus splendida, & altiorem cœli regionem occupare videatur, etiam inspecta Ephemeride vtriusq; locus differre cognoscitur. Iupiter stellæ Veneris omnium aliarum simillimus deprehenditur, sed minus splendoris obtinet, & quantitatis minoris videtur, nec Solem, vt Venus semper comitatur, quæ nunquam à Sole antè aut retro longius 48 partibus digreditur, etiam ex motuum tabulis vter horum orientalior sit, inueniri potest. Agnito igitur Ioue, qui omnes alias stellas præter Venerem excellit, non difficulter ipsa etiam Venus cognoscetur. Stella Martis subobscura, cum rubore quodam micare, & scintillare videtur, à Ioue autem & Venere plurimum rubere, magnitudinis defectu, & obscuritate discrepare obseruatur. Venus omnium, quæ in cœlo conspiciuntur, stellarum & maxima & splendidissima est: ita vt sola tantùm luminis effundat, quo corporum vmbræ euidenter distingui possunt, neque Lunæ propinquitate offuscatur, sed in ipsius contactu splendidior apparet. Mercurij stella semper ipsi Soli propinqua, nec ab eodem vltra 28 partes diuagatur, exiguæ magnitudinis, non candida sed luminosa existit.

PROPOSITIO XXXI.

Ratio, qua tempus congressus planetarum cum stellis fixis præscire possimus.

AD huius congressus prædictionem in primis requiritur, vt quolibet tempore, vel ex motuum tabulis, vel ex certissima Ephemeride verum planetæ locum inuentum habeas. Deinde ex zodiaci tabula superius descripta longitudinem & latitudinem stellæ, cuius congressum cum planeta nouisse diligenter inquiras, & quo tempore planeta ad eandem zodiaci partem & minut. pertingat, consideres. Quo inuento, si vtriusque stellæ eandem latitudinem calculo oblatam videris, congressus corporalis dicetur, sed si discrepante latitudine vtranq; in longitudine tãtùm coire perspexeris, longitudinis congressus appelletur. Vtrum verò hæc prædictio experientię cõsentiat, non difficulter aspectu iudicare licet: nam cum zodiaci poli locum diligenter notaueris, si ex eo lineam rectam, aut segmentum circuli per stellam & planetam simul transire videris, vtriusq; loci eandem esse longitudinem non dubitabis.

Et quanuis

Et quamuis superiorum planetarum tam apparens, quàm vera coniunctio sit eadem, in inferioribus tamen παράλλαξεως ratio præsertim in Luna & Mercurio diligentissimè est obseruanda. Nam in Mercurio coniunctionum loca interdum 10 scrupulis differre videntur. Lunæ diuersitas interdum ad quantitatem integrè partis increscit. Nam siue citra siue vltra nonagesimam ab ascendente zodiaci partem constiterit, nunquam in ea parte exquisitè, quàm linea ex mundi centro per centrum lunæ ad zodiacum extensa, designat, in superficie terræ consistentibus apparere potest. Cum enim in Oriente fuerit, partem veri motus excessisse conspicitur: sed in Occidente verum locum antecedere iudicatur. Quare diligenter ad tempus propositum ex tabulis motuum cœlestium Nicolai Copernici, aut Ioannis Verneri, aut Erasmi Rheinoldi, quę omnium sunt exactissimæ, Lunæ locum supputare oportebit. Eodem modo etiam cognoscitur quando fixa zodiaci stella radios planetæ oppositos, quadratos, trinos, aut hexagonos, siue iuxta sententiam Ioannis Regiomontani, qui omnes eos in Eclipticam deducit, siue opinionem Ioannis Blanchinij, qui in omnibus exceptis tetragonis, obseruationem latitudinis requiri vult, ingrediatur. Obseruationem nobis hîc excellentissimus nostri temporis philosophus Hieronymus Cardanus talem reliquit. Anno 1538 die decimotertio Aprilis, inuenit verum stellæ Iouis locum in parte 26 minut. 23 Tauri cum latitudine austrina part. 0 scrupul. 46. Quæritur ergo in tabulis stellarum zodiaci, an vltra 26 part. 23 minut. Tauri aliqua stella inueniatur, quæ latitudinem ab Ecliptica partis 0, minut. 46, aut paulò minorem obtineat, siquidem Iupiter versus Septentrionem ascendat, & latitudo minuatur. Hîc nulla propinquior inuenitur, quàm præsepe in parte 29 minut. 58 Cancri per obseruationem Cardani in latitudine Septentrionali part. 0 scrupul. 20 consistens. Hanc zodiaci partem stella Iouis ex motuum tabulis anno 1540 die octauo Iunij egrediebatur, eodem tempore deflectens ab Ecliptica via in Septentrionem parte 0, minut. 26. Quare differentia latitudinis tantùm est 6 scrupul. qui comprehenduntur à semidiametris Iouis & stellæ prædictæ. Dicendum igitur in sequenti nocte coitionem corpoream fuisse. Vnde etiam his, quibus in angulo contingebat, nebulosa tempestas effecta est. Hinc manifestum est, quàm rarò fiant planetarum cum stellis fixis, præterquàm Lunæ corporei congressus. Nam hæc non tantùm propter motus velocitatem, sed etiam semidiametri magnitudinem stellis fixis sæpius cõmiscetur. Vnde frequẽtiores etiam cœli mutationes & euidentiores euenire quotidiana docet experientia.

PROPOSITIO XXXII.

Quomodo nouis obseruationibus tota cœli stellati facies explorata describi posit, ut singulæ stellæ repræsentent eam in situ congruentiam ac symmetriam, qua in ipso cœlo constitutæ apparent.

VEteres artifices mirabili industria ac artificio totam cœli stellati faciem, vsi obseruationibus per instrumentum Armillarum factis, ita depinxerunt, vt singulas stellas sphærico corpori imponentes, in eum situm ac ordinem distribuerent, qui cœlestium corporum symmetriæ ac distantijs exquisitè congrueret. Ex his alias animantium imaginibus, quarum formæ huic similitudini ac positioni optimè conuenirent, intexebant: reliquas verò passim dispersas, neque constitutioni alicuius imaginis congruentes proximè quasi extra ordinem formis annumerabant. Hac solertia cõsequebantur eum vsum ac fructum, vt non tantùm existeret iusta in constitutione proportio, ac sin-

gularum magnitudinis exquisita distinctio, verumetiam singulæ certis denominationibus ab alijs discretæ, facilius agnoscerentur, ac posteritati communicarentur. Atque hac ratione Claudius Ptolemæus 1022 stellas manifestiores à se instrumento exploratas ac in tabulas artificiosè distributas posteritati reliquit. Sed, vt in his rebus fieri solet, inscitia ac negligentia describentium multis in locis errata ac corruptelæ irrepserunt. Quare vtilissimum laborem humano generi nostro tempore artifices subirent, si ea loca, quæ in tabulis Ptolemæi deprauata sunt, instrumentorum adminiculo stellarum situs explorantes, in integrum restituerent. Vtinam verò Gemma Frisius, vt promiserat, studiosis Matheseos hoc operis absoluisset. Equidem eleganter exponit, quomodo per radium Astronomicum obseruationes hæ fieri possint, sed nos eadem commoditate per Quadrantem, vt quilibet huius artificij studiosus rem ipsam experiri debeat, ante oculos constituemus. Hic autem ea commoditas offertur, vt sine vlla longitudinis, aut latitudinis obseruatione quocunque anni tempore ac loco stellas omnes in nostro hemisphærio apparentes, quæ sint alicuius magnitudinis per Quadrantem obseruatas sphærico corpori exquisitè fabrefacto secundum verum situm, quo in cœlo constituuntur, imponere liceat. In hunc vsum optimè fecerimus, si dimetientem sphærici corporis trium aut quatuor pedum assumamus. In superficie eius corporis designabimus circulum maximum obscura linea, vt postea deleri possit, more Astronomico in 360 æqualia segmenta distributum, cuius vsus erit, vt exploratas instrumento stellarum distantias ipsi superficiei rectè applicemus. Primùm igitur, per Quadrantem obseruabimns, vt superius explicatum est, duarum quarumuis stellarum interualli segmentum, quas secundum similem eius magnitudinem in designato circulo deprehensam, quam circino facilè licet explorare, in superficie sphæræ constituemus. Deinde alterius alicuius ab vtraque harum metiemur interuallum, ac iuxta eam rationem superficiei imponemus, quæ in obseruationibus Planetarum & Cometarum longitudinum est exposita. His per idem artificium dimensionis succedet quarta, deinceps quinta, & reliquæ omnes donec certis obseruationibus exploratæ congruentem symmetriæ cœlesti situm sortiantur. Vt autem operationi sua constet certitudo interdum stellarum, quæ fuerint obseruatæ distantias omnium à se inuicem cum sitibus descriptarum in superficie sphæræ conferemus. Aut interdum vnius stellæ, quæ constituenda erit, à septem aut octo alijs designatis experiemur interualla, quæ si in idem punctum concurrant, nullum inter operandum errorem incidisse, certum erit. Cæterùm hic memineris certa opus esse memoria conspectarum stellarum, vt ne si eædem repetantur, totius operis confusio ac perturbatio oriatur. In magnitudinum quoque distinctionibus non minorem adhibere oportet industriam, quantum ad faciliorem operis absolutionem attinet, interdum per Quadrantem experiemur quænam stellæ in eodem maximi circuli segmento consistant Hunc situm occupant illæ, quæ per eandem instrumenti planam superficiem intuentibus apparent. Quòd si eędem stellę similem positionem obtineant in sphętico corpore, non dubium est, quin rectè sint collocatæ. Id autem hic explorabimus æneũ circulum, aut Quadrantem congruentem conuexo sphęrę accõmodantes. Manifestum est igitur, quo artificio omniũ stellarũ, quæ in nostro apparent hemisphærio vera pictura ac constitutio in sphærico corpore absolui debeat. Superest deinceps, vt expendamus quibus rationibus facillimè harũ stellarũ longitudines latitudines, ac declinationes ante oculos cõstituantur. In hũc vsum primò per Quadrantem metiemur 3 aut 4 stellarũ, quę in eandem mundi partem vergant eleuationes in Meridiano circulo. hinc earũ declinationes eo modo, quē

in princ

in principio operis expoſuimus, innoteſcent, ſed complementa earum à Polo interualla pateſacient. Quare iuxta magnitudinem vniuſcuiuſq; complementi ſiue interualli maximi circuli ſegmentum circino deſignabimus. In eo ſigno, in quo ſingula concurrent, Polum ipſius ſphæræ conſtitutum intelligemus, & in oppoſito ex diametro pũcto alterum. Excipiemus deinde circino deſignati in ſuperficie circuli Quadrantem, ſecundum cuius quantitatem ſuper inuento Polo circulum maximum deſignabimus, qui Aequinoctialis vicem ſuſtinebit. Hinc ſtatim apparebunt omnium ſtellarum declinationes. His conſtitutis, ad deſignandam Eclipticam progrediemur in hunc modum. Explorantes Lunam propè initium alterius Tropici, nempe Cancri aut Capricorni, cum aliqua ſtella conſtituta in cæli culmen aſcendentem, aut per vmbram ſtyli in ſuperficie Horizontis πρὸς ὀρθὰς erecti in Meridianam lineam proiectam, aut per planiciem inſtrumenti in eandem collocati, ſi vtraq; ei videatur applicari, per Lunæ curſum ex tabulis collectum, cognoſcemus ipſius ſtellæ fixæ & aſcẽſionem rectam & diſtantiæ magnitudinem ab Eclipticę verna ſectione iuxta partes Aequinoctialis. Quare ducentes ex Polo per cõſtitutam ſtellam circulum in Aequatorem, numerabimus à ſectione vtriuſq;, quę deprehenſa fuerit aſcenſionem rectam. Hinc innoteſcit punctũ vernæ ſectionis in Aequatore. Quare & oppoſita ſectio nempe autumnalis, vnà cum intermedijs Cancri & Capricorni locis in Aequatore pateſiunt. Atq; hoc operis abſoluto, facillimum fuerit iuxta artificium ſphæricum, Eclipticam vnà cum ſuis polis cõſtituere. Hinc manifeſtè conſtat, quomodo ſtatim omnium ſtellarum longitudines ac latitudines citra vlteriorem inquiſitionem antè oculos conſtituantur. Cæterùm ſi quis voluerit inuerſo ordine hoc negocium expedire, nimirum vt primò in ſphęrico corpore circulos deſignet, ac deinceps ſingularum ſtellarum vera loca in longitudine ac latitudine eo ordine, quo Planetarum ac Cometarũ ſitus ſuprà inquiſiuimus, ſiue circino, ſiue per ſcientiam Triangulorum ſphæricorum, inueſtiget, per me quidem id licebit, cum vtraque obſeruationis ratio exiſtat certiſsima.

PROPOSITIO XXXIII.

Quomodo ex reuolutione alicuius Stellæ fixæ certa nocturni temporis hora poſsit deprehendi.

EXplicabimus hìc deinceps, quomodo ex reuolutione alicuius ſtellæ fixæ, quæ ſupra Horizontem ſemper appareat, certa nocturni temporis hora poſsit deprehendi. Vtq; tota res facilius intelligatur, repetẽda ſunt aliqua eorum, quæ in veſtibulo huius operis ſunt expoſita, in eum vſum, vt per obſeruationem declinationis, manifeſtè conſtet, quænam ſtellæ ſupra Horizontẽ perpetua circumuolutione agantur. Nam, vt expoſitum eſt, nunquam illæ ſtellæ infra Horizõtem deſcendunt, quarum declinationis circumferentię eleuationis Poli complementum excedunt, ſed quarum declinatio dicto complemento, eſt æqualis, tantùm leuiter Horizontem ſtringunt. Vt ergo facillima obſeruatione negocium abſoluatur, exquiſitam alicuius ſtellæ ſemper apparẽtis declinationem officio Quadrantis, vt in principio demonſtratum eſt, explorare oportet: quo conſtituto, innoteſcit eiuſdem à Polo mundi diſtantiæ ſegmentum, atq; hoc conſtituit ſemiſſem dimetientis eius circuli, in quo primi motus vi circum mundi Polum ſtella reuoluitur. Manifeſtum eſt igitur, ſi huius reuolutionis circulo alium exquiſitè congruentem in Quadrante conſtituerimus, futurum vt ex centro ſtellam obſeruanti appareat ſemper illud circumferentię ſegmentum, quo illa diſtiterit à Meridiano. Quare ſi veri loci Solis & huius ſtellæ aſcenſiones rectę conſtiterint, qua ratiocinatione temporis differentia

ſit elicienda non erit obſcurum. Primùm enim conſtabit ex apparenti à Meridiano ſtellæ diſtantia, quænam pars Aequatoris in medio cæli conſiſtat. Et ex oppoſiti loci Solis aſcenſione recta vtriuſque patefiet differentia, qua in tempus conuerſa more Aſtronomico, quanta Solis à media nocte ſit diſtantia ratiocinamur. Sed hæc euidentiùs exponemus paulo pòſt, cum ex obſeruatione altitudinis ſtellæ fixæ certum temporis momentum colligemus. Supereſt igitur vt hîc ſtructuram eius circuli, qui conſtitutæ ſtellæ reuolutioni congruat, expendamus. Si ergo exploratam habuerimus ex obſeruatione declinationis à polo ſtellæ diſtantiam, in ipſo Quadrante ſimiliter eandem conſiderabimus, ab eo puncto, qui Poli reſpondeat altitudini. Huius diſtantiæ ſinum rectum duplicantes ipſi puncto in Quadrante vice Poli deſignato prætendemus. Super hanc chordam in medio puncto ad quantitatem ſemiſsis circulum deſignabimus, cuius plana ſuperficies ipſius Quadrantis planiciem πρὸς ὀρθὰς ſecet, vt nimirum neutram in partem ad eandem inclinet. Diſpoſito igitur Quadrante ſuper tabellam planam ad Horizontis ſuperficiem ſtratam in Meridiana linea, circumferentia in Septentrionem conuerſa, erit deſignatus circulus in ſitu congruenti conſtitutæ ſtellæ reuolutioni, ac radij viſus ex centro Quadrãtis emiſsi, ad hunc circulum ſemper aliqua in parte ſtellam deprehendent. Qua diligenter obſeruata, eiuſdem à Meridiano diſtantia patefiet. At ne hîc obſcuritas verborum aliquam pariat difficultatem deſignato ſchemate rem euidentiùs ante oculos conſtituemus. Super a centrum deſignemus Meridianum circulum b p c, quem ſecet Horizon z a m. Superior pars ſecetur in ſemiſſes m n & n z per rectam n a. Per idem a centrum ducatur Aequinoctialis b a c, & à ſigno b numeretur circumferentia b p æqualis z n, ſiue n m. Erit ergo p Polus mundi, ex quo deſcendat in centrum a axis p k a, eiuſdem eleuatio eſt p m & complementum n c. Quod ergo de ſtellarum declinationibus dictum eſt, his exemplis intelligetur: conſtituamus primò ſtellam in d cuius declinatio b d, cui æqualis ſtatuatur in inferiore loco c f, quam manifeſtum eſt minorem eſſe Poli complemento c m. Itaque ſtella ex d per reuolutionem paralleli circuli Aequatori infra Horizontem in f deſcendit. Sit alia ſtella in h, & declinatio h b ſit æqualis Poli complemento, tum euidenter ſtellam ex h infra m deuolui non poſſe apparet. Tertiò conſtituamus aliam in l, cuius declinatio l c complementum Poli c m exuperat. Itaque hæc ſuprà Horizontem perpetuo motu circumuoluitur in circello Aequatori parallelo l f r, cui debeamus hîc in terra alium congruentem fabricari. Vt hoc operis abſoluamus, Quadrantem a g x ſuper Meridianam lineam a x m verſus Septentrionem collocantes, notetur in circumferentia ſignum k, per quod axis mundi p a procedit. Iam verò ex altitudine n l obſeruata, patefit diſtantia ſtellæ l à Polo, quæ eſt l p, cui ſimilis ſit in Quadrante k r inferior, & h k ſuperior. Segmento h r ſubtendatur chorda h k r, & in medio deſignetur circellus h x r ad quantitatem ſemiſsis k r, cuius planum ſit erectum ad planam ſuperficiem Quadrantis. Hoc conſtituto circellus h x r, eſt in ſimili ſitu cum ipſo r x l. Quare viſus radij ex a centro per circumferentiam propioris circuli emiſsi in remotiorem r f l incidunt. Sit ergo ſtella reuoluta ex l in f, tum radius viſiuus circulum h r in f delatus, attingit in x ſigno. Eſt autem ſimilis f ſtellæ à cæli medio

medio r distantia ipsi x h, quæ in Quadrante apparet. Si ergo constiterit Aequatoris pars, quæ cum f Meridianum ingreditur ex f r constabit punctum Aequatoris, quod Meridianum occupat cum r. Reliquum operis, quomodo sit absoluendum ex differentia ascensionum rectarum, quarum altera sit loci Solis oppositi, altera cæli medij exemplo sequentis propositionis intelligetur.

PROPOSITIO XXXIIII.

Quomodo certum nocturni temporis momentum per obseruatam apparentis stellæ altitudinem ratiocinemur.

IN præcedenti propositione crassiori Minerua per reuolutionem alicuius stellæ fixæ supra Horizontē semper apparentis, horas noctis inueniri posse declarauimus: verùm quia hoc modo temporū minuta, non tam exquisitè inueniantur, nisi maxima cum difficultate, qua ratione artifices exactissimè eundem finem ex eleuatione alicuius fixæ stellæ supra Horizontem, & tabulis sinuum consequantur, deinceps expediemus. Maximè enim in obseruationibus τῶν φαινομένων exactissima munitorum temporis cognitio necessaria est. Nihil hîc nobis officij aut vsus ex Quadrante sperandum est, præter alicuius stellæ supra Horizontem altitudinis dimensionem. Primò cum alicuius insignioris fixæ stellæ altitudinem dimensus fueris, inquirere oportebit eiusdem declinationem, ascensionem rectam, altitudinem Meridianam, & declinationis complementum. Deinde etiam complementum altitudinis Poli, & Solis ascensionem rectam in promptu habeas. Multiplices inde altitudinis Meridianæ sinum in totum, & productum per sinum complementi altitudinis Poli diuidas: & quod extractum fuerit, seorsim conserues. Secundò sinum altitudinis stellæ supra Horizontem in totum ducas, productum per sinum complementi altitudinis Poli partiaris, quod hinc eduxeris à paulo antè reseruato numero subtrahere debes (nam posterior hic numerus semper à maiore superatur) residuum ducas in totum, atque iterum productum in sinum complementi declinationis stellæ diuidas in Quotiente occurret inuentum tertium. Hoc si minus inueneris sinu toto, ab eo abstrahas, cuius residui arcu è 90 sublato, portio circumferentiæ, qua stella à Meridiano distat, remanebit. Quòd si tertium inuentum maius fuerit sinu toto, hic sublatus ex illo differentiam relinquit, cuius arcui 90 partes adijcies. Porrò si stella tibi in Orientis plaga apparuerit, quam hîc distantiam inuenisti, ex ipsius ascensione recta tollere debes, sinautem in Occidentis plaga eandem conspexeris, distantiam prædictam ascensioni rectæ copulabis, vt hinc verum Aequatoris gradum Meridianum possidentem ratiocineris. Quòd si tum ascensio recta eius Eclipticæ gradus, qui Meridianum possidet, minor inueniatur, quàm sit ascensio recta loci Solis oppositi: certum erit mediam, siue 12 noctis horam nondum prætersjsse. Quare subducta minori ascensione à maiori distantia loci Eclipticæ Soli ex diametro oppositi, à Meridiano apparebit. At si ascensio loci, qui in Ecliptica Soli ex aduerso est, parte Aequatoris, quæ in Meridiano sit, minor deprehendatur, differentia vtriusque tempus, quo Sol à media nocte loci obseruationis versus ortū processerit, indicabit. Nam 15 gradus Aequatoris 1 horam, & 1 grad. 4 minuta significāt. Obscura satis & difficilia hæc viderentur, nisi per exemplum manifestius eadem explicaremus. Anno 1559 Nouiomagij, vbi Geldriæ metropolis est, cum Sol nonum Tauri gradum peragraret, nocte altitudinem spicę Virginis primæ magnitudinis stellæ supra Horizontem 23 grad. per Quadrantem obseruauimus, ex qua supputare velim quota tunc temporis hora noctis fuerit. Vera spicæ longitudo desumpta nobis erat ex tabulis Cardani 16 grad.

18 minut. Libræ. Altitudo eius in Occidentis plaga obseruationis tempore 24 grad. apparebat, cuius sinus rectus est 40673, declinatio 8 grad. 16 minut. complementum 81, grad. 44, sinus rectus huius arcus 98970, altitudo spicæ Meridiana 32 grad. 44 minut. & sinus 54072, ascensio recta 194 grad. Altitudo Poli est 49 partium, cuius complementum 41 & sinus 65605. Loci Solis recta ascensio 36 grad. 35 minut. & loci huic oppositi 216 grad. 35 minut. Primò si ducas sinum altitudinis stellæ maximæ, qui est 54072 in sinum maximũ 100000, habebis 5407200000, qui diuisus per sinum complementi altitudinis Poli 65605 producet 82420 & $\frac{35900}{65605}$. Secundò si multiplices sinum altitudinis spicæ supra Horizontem, qui est 40673 in totum, exorietur 4067300000, qui per sinũ cõplementi Poli 65605 diuisus, producit 61996 & $\frac{524420}{65605}$. Sed neglectis his fragmentis, quæ parum erroris adducũt, posteriorem numerum priori adimam, tum residuus 20424 inuenietur. Hic multiplicatus in sinum maximum, profert 2042400000, qui diuisus per 98960, nempe stellæ complementi declinationis sinum, 20638 & $\frac{6352}{9896}$ constituit. Et cùm hic sit minor sinu toto, ab eodem sublatus, 79362 relinquit, cuius arcus 52 grad. 32 minut. 90 ademptus, arcum distantiæ spicæ à Meridiano 37 grad. 28 minut. restituit. Iam verò cum stella in Occidentis plaga apparuerit, ascensioni eius rectæ arcum 37 grad. 28 minut. proximè inuentum adijcio, hinc consurgunt 231 partes cum 28 scrupu. Constat igitur punctum Aequatoris, quod obseruationis tempore Meridianum possidebat. Ascensio recta loci Soli ex diametro oppositi, quem Barbari Nadir vocant, est partium 216 scrupul. 35, qua sublata ex Aequatoris arcu medium cæli occupante, relinquitur differentia 14 part. 53 scrupul. Cum ergo vna pars Aequatoris ex 360 quatuor scrupulorum temporis spatio ascendat, efficient 14 part. temporis, 56 scrupul. & 53 qui supersunt, constituent 3 scrupul. & 32 secun. Ex his collectis cõsurgit tempus à media nocte 59 minut. & 32 secun. quod huic congruit obseruationi.

SECTIO SECVNDA, DE CANONIBVS PRIMI MOTVS.



HACTENVS explicauimus, quantum industria consequi potuimus, obseruationes ferè omnium φαινομένων ita, vt quæ pluribus instrumentis, nempe Armillis, Torqueto, Radio Astronomico, & Astrolabio absoluũtur, ea omnia faciliùs per Quadrantem expediri posse manifestis demonstrationibus constet. sequitur nunc vt versa vice consideremus, quomodo per sinuum tabulas congruentem calculum ipsis apparentijs ad quoduis tempus constitutum liceat exhibere. Si enim obseruationes præterito tempore factæ, fuerint exquisitę per ratiocinationem triangulorum planorum ac sphæricorum, ad quoduis futurum tempus alias prædicere licebit. Id quod eruditè demonstrarunt in Epitome Ptolemæi summi artifices Georgius Peurbachius & Ioannes Regiomontanus. Petrus Apianus ex assumptis illorum demõstrationibus calculum instituit, & praxin earundem studiosis simpliciter exhibuit. Nos verò, vt veritatis amantes & vsum triangulorum & tabularum sinuum, ac quomodo calculus congruat obseruationibus, euidentius perspiciant, hos artifices sequemur, vt eos qui veros fontes nobis aperuerunt. Atq; hic duntaxat præcipuos primi motus canones delegimus, vsi aliquibus in locis Apiani exemplis, quia propter tẽporis breuitatem alium

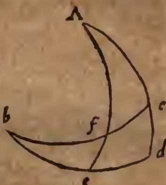
calculum

calculum experiri non licuit. Praeterea structuram propositionum quibusdam in locis pro ratione nostri instituti indicauimus, nũc ad rem ipsam veniamus.

PROPOSITIO XXXV.

Quomodo uera Lunæ latitudo per sinuum tabulas colligatur.

PRimò videamus, quomodo Lunæ latitudo ab Ecliptica sit ratiocinanda per triangulos ac sinuum tabulas. Primùm ex vera Ephemeride, aut motuum tabulis veri Lunæ loci & eiusdem eccẽtrici sectionum in Ecliptica, quarum vna caput, altera cauda Draconis appellatur, petita cognitio requiritur. Deinde per 15 quarti Regiomontani negocium absoluemus. Est enim eadem ratio sinus totius ad sinum maximæ latitudinis, quæ est sinus minoris Quadrante circumferentiȩ ad sinum suæ latitudinis. Videndum igitur veri puncto sectionis, nempe capitis an caudæ Luna propior fuerit, sinum huius distantiæ multiplicantes in sinum maximæ latitudinis, productum partiemur in totum. Hinc sinus latitudinis inquisitæ prodibit. Sit igitur exempli gratia b caput Draconis, b d Quadrans Eclipticæ, b f c deferentis Lunæ, a Polus Eclipticæ, a c d Quadrans circuli transiens per maximam Lunæ latitudinem, c d in signum Eclipticæ d πρὸς ὀρθὰς, ac sit angulus c b d 5 partium, Lunæ locus in f per quod punctum agatur circumferentia a f e. Erit igitur vera Lunæ latitudo f e. Iam autem demonstratum est à Regiomõtano eandem esse rationem sinus b c ad c d, quȩ est b f sinus ad f e: quare multiplicantes sinum b f in c d, productum distribuemus in b c. Hinc sinus latitudinis f e patefiet. At experiamur, quomodo calculus ex hac demonstratione instituatur. Segmentum c d semper est 5 partium, cuius sinus 8715, sed b f constituamus 60, cuius sinus 86602. Hic multiplicatus in alterum si diuidatur in sinum maximum, producit 7551, quarum partium sinus est 4 grad. 20 minut. Tantam esse dicimus latitudinem f e, quæ erat inuenienda. Hinc non difficile fuerit ratiocinari, quomodo vice versa ex data Lunæ latitudine eiusdem ab altera sectione eccentrici distancia colligatur.



PROPOSITIO XXXVI.

Cuiuslibet Eclipticæ circumferentiæ ascensionem rectam supputare.

NIhil aliud per ascensionem rectam intelligũt artifices, quàm circumferentiam Aequatoris, quæ concluditur inter punctum mutuæ ipsius & Eclipticæ intersectionis, & circulum magnum, qui ex mundi Polis per illam Eclipticæ partem, cuius ascensio recta inquiritur, in ipsum Aequatorem ad rectos angulos sphæricos ducitur. Hinc sequitur, cum circulus Solstitiorum & Aequinoctiorum Eclipticam & Aequatorem in quatuor æqualia segmenta distribuat, singulos illius Quadrantes à mutuis intersectionibus numeratos suis ascensionibus rectis adæquari, ita vt primo Cancri puncto ex Aequinoctiali quarta circuli statuatur, & ascensio Eclipticæ semissis (quia per 19 tertij Regiomontani omnes circuli magni in sphæra in æquales partes sese diuidunt) Aequatoris semicirculum contineat. Quare cum vnius Eclipticæ Quadrantis partium ascensiones supputatæ fuerint, quomodo etiam aliarũ omnium ascensiones inueniantur, patefiet. Constat punctis eandem ab orbe medio declinationem sortitis æquales ab altera sectionum, cui propiora fuerint, circum-

ferentias Aequinoctialis competere. Nam segmentum Aequatoris inter sectionem autumnalem, & arcum declinationis 30 partis Cancri interceptum, ęquale est alteri inter sectionem vernam & arcum declinationis 30 partis Tauri concluso. Si igitur complementum ascensionis 30 gradus Tauri ascensionis 90 partium adieceris, prodibit ascensio recta 30 partis Cancri. Exempli gratia 30 Tauri gradus ascensio recta est 57 grad. 47 minut. qui ex 90 subducti relinquunt complementum 32 grad. 13 scrupulorum, qui iterum Quadranti coniuncti, constituunt 122 grad. 13 scrupul. nempe circumferentiam ascensionis 30 partis Cancri. Eadem via reliquarum Eclipticæ partium ascensionis vltra principium Cancri ad initium vsq; Libræ, sine repetitione supputationis inquiruntur. Sed nunc modum has circumferentias minores Quadrante numerandi subijciemus. Propositæ partis Eclipticæ à sectione verna numeratæ complementa declinationis & à primo sectionis puncto distantiæ perquiras, & horum alterius sinum, qui minor fuerit, in maximum sinum multiplices, & productum per maiorem partiaris. hinc prodibit sinus περιφέρειας, cuius complementum declinationem quæsitam patefaciet. Sit verbi gratia propositum rectam ascensionem 21 Tauri partis supputare, cuius complementum 39, & sinus rectus 62932. Declinatio huius partis 18 grad. 3 minut. & complemētum 71 grad. 57 minut. huius sinus est 95078, ductis ergo 62932 in 100000, & producto diuiso in 95078, exurgunt 66199 quarum partium arcus 41 grad. 27 minut. ex 90 sublatus relinquit ascensionem 48 grad. 33 minut. Nec ratio dissimilis est reliquarum Eclipticæ partium, quæ vltra 30 Virginis gradum, scilicet post sectionem autumnalem numerantur, ascensiones supputandi. Nam circumferentiarum quæ sunt inter hanc sectionem & principium Capricorni, ascensiones inueniuntur non alio modo, quàm partium, quæ sunt ab Arietis principio, vsq; ad primam partem Cancri, nisi quod illis semper 180 gradus adijciantur. Cum autem multiplex sit harum ascensionum in Astronomia scientia vsus, tabulam earundem, quæ tam sphæræ rectæ, quàm reliquis omnibus conueniat, ad omnes Eclipticæ partes, quæ sunt à sectione verna vsq; ad finem 30 gradus Virginis subscribemus,

	♎ ♈		♏ ♉		♐ ♊		♑ ♋		♌ ♒		♓ ♍	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	0	55	28	50	58	50	91	6	123	15	153	4
2	1	50	29	48	59	53	92	11	124	17	154	1
3	2	45	30	46	60	56	93	17	125	19	154	58
4	3	40	31	44	61	59	94	22	126	21	155	55
5	4	35	32	42	63	2	95	28	127	23	156	52
6	5	30	33	40	64	5	96	31	128	24	157	48
7	6	25	34	38	65	9	97	38	129	26	158	45
8	7	20	35	36	66	13	98	43	130	27	159	41
9	8	16	36	35	67	17	99	48	131	29	160	37
10	9	11	37	34	68	21	100	53	132	29	161	33
11	10	6	38	33	69	25	101	58	133	29	162	29
12	11	1	39	32	70	29	103	3	134	30	163	25
13	11	57	40	31	71	33	104	8	135	30	164	21
14	12	52	41	30	72	37	105	13	136	,0	165	17
15	13	47	42	30	73	42	106	18	137	30	166	12
16	14	43	43	30	74	47	107	22	138	29	167	8
17	15	39	44	30	75	52	108	27	139	29	168	3
18	16	35	45	30	76	57	109	31	140	28	168	59
19	17	31	46	31	78	2	109	35	141	27	169	54
20	18	27	47	31	79	7	111	39	142	26	170	49
21	19	23	48	32	80	12	112	43	143	25	171	44
22	20	19	49	33	81	17	113	47	144	24	172	40
23	21	15	50	4	82	22	114	51	145	22	173	35
24	22	12	51	36	83	27	115	55	146	20	174	30
25	23	9	52	37	84	33	116	58	147	18	175	25
26	24	5	53	39	85	38	118	1	148	16	176	20
27	25	2	54	41	86	43	119	4	149	14	177	15
28	25	59	55	43	87	49	120	7	150	12	178	10
29	26	56	56	45	88	54	121	10	151	10	179	5
30	27	53	57	47	90	0	122	13	152	7	180	0

PROPOSITIO XXXVII.

Cuilibet ascensionis rectæ circumferentiæ conuenientem Eclipticæ arcum restituere.

HAec propositio præcedentem conuertit, ita vt qui eam intellexerit, hanc etiam facilius assequatur. Ratio tamen supputationis hîc alia inuenitur. Aut enim vna cum rectæ ascensionis arcu eiusdem declinatio cognoscitur, aut solius ascensionis περιφέρεια proponitur. Si declinationis segmẽtum etiam detur, multiplicet ipsius sinum per maximum sinum, & quod productum fuerit, in sinum maximæ Solis declinationis partiaris. Hinc tibi sinus Eclipticæ partis prodibit, quæ cum segmento ascensionis datæ in rectæ sphęrę situ supra Horizontem emergit. Exemplum antecedens repetamus. Arcus ascensionis rectæ sit 48 partium, 33 scrupulorum, cuius declinatio 18 partium, 3 scrupul. detur, & sinus rectus 30984, hic multiplicatus per sinum totum constituit 3098400000, qui distributus in sinum maximæ Solis declinationis 39874 producit 77704 sinum 51 partium. Hæ numeratæ ab intersectione verna finiuntur in 21 Tauri gradu. Quòd si detur sola rectæ ascensionis circumferentia sine declinatione, sinum illius complementi, si Quadrante minor fuerit, per maximæ declinationis sinum multiplices, & productum in sinum maximum diuidas, cuius arcus è nonaginta subductus, relinquet alium, cuius sinus, modò ascensionis rectæ sinu minor extiterit, per maximum multiplicatus, in sinum maiorem diuidatur: sin autem sinus ille ascensionis datę sinu maior fuerit, operationem conuertas. Hinc exorietur tibi sinus Eclipticæ partis ascensioni propositæ respondentis. Exemplum præcedens iterum assumamus. Complementum ascensionis datæ est 41 grad. 27 minut. cuius sinus rectus 66196 per sinum maximæ declinationis 29874 multiplicatus, producit 2639499304, hic diuisus in 100000 profert 36394 cum fragmentis $\frac{99304}{100000}$ & hic sinus est 15 partium, 18 scrupulorum, & complementum 74 graduum, 42 min. & sinus rectus 96455. Et quia hoc minor est sinus ascensionis propositę, multiplices 74953 in 100000, hinc exoriũtur 7495300000, quę diuisę in 96455, producunt 77707, quarum partium circumferentia est 51 graduum, hinc subtractis 30 gradibus dodecatemorij Arietis, relinquitur 21 pars Tauri. Quotiescunq; verò arcus Aequatoris maior extiterit 90 partibus, attamen 180 minor, subductus ex semicirculo relinquet complementum, cuius Eclipticę arcum simili modo supputatum, si ex circuli Zodiaci semisse abstuleris, segmentum Eclipticę huic ascensioni respondens apparebit. Sed si ascensionis arcus mediam circuli partem excesserit, hinc erunt subtrahendę 180 partes, & cum residuo eadem via procedes, quam anteà ostendimus, ac inuento Zodaici segmento 180 adijcies.

PROPOSITIO XXXVIII.

Segmentum ascensionis obliquæ propositæ Zodiaci parti conueniens ad quamlibet Poli altitudinem supputare.

EXpedita nunc ascensionum rectarum tractatione, quę facilior existit, sequitur vt rationem singularum Eclipticę partium ascensiones obliquas inueniendi proponamus. Vt autem studiosi intelligant quidnã artifices ascensionem obliquam vocent, scire licet, quemadmodum in rectæ sphæræ situ arcum Aequatoris cum certa Eclipticę parte ascendentem rectam ascensionem appellant, ita circumferẽtiam eiusdem Aequatoris, cum aliqua Eclipticæ

parte

parte in obliquo sphæræ situ supra Horizontem emergentem obliquam vocant. Contingit autem in omnibus sphæris obliquis, semper minores Aequatoris portiones cum punctis Eclipticæ Borealibus supra Finitorem ascendere, & quanto maior obliquitas fuerit, tanto etiam pro ratione ascensionis ipsas decrescere, ita vt in diuersis locis, quæ obliquam sphæram sortiuntur, eædem Eclipticæ partes cum ijsdem Aequatoris arcubus non ascendant. Contrarium Austrinis partibus habita ratione altitudinis arctici Poli euenire necessarium est. Sed in omnibus locis, quæ vtrumque mundi Polum in Horizonte habent ijsdem Eclipticæ partibus omnino æquales ascensionum circumferentiæ manent. Quibus vero supra Finitorem antarcticus Polus eleuatur, illis versa vice signa Eclipticæ Septentrionalia maiores ascensionum arcus sortiuntur, & Austrina vicissim minores, quæ omnia vel vnico intuitu in sphera solida perspicere licet. Inter omnes propositiones nulla facilior existit, qua obliquæ ascensionis inuentio cognoscitur, si modò ascensionalis differentiæ, & ascensionis rectę cognitio, quam suprà explicuimus, antegressa sit. Vt ad institutum veniamus, si punctum Eclipticæ, cuius ascensio obliqua inuestigatur, ab Aequatore in Septentrionem declinauerit, differentiam ipsius, vt vocant, ascensionalem, per quam longitudo dierum supputatur, ab eiusdem ascensione recta auferes: sed si idem punctum in Austrinam partem deflexerit, differentiam ascensioni rectę adijcies, ita vtriusque obliqua ascēsio cognita prodibit. Sit huius rei exemplum tale. In regione supra quam Polus arcticus eleuatur 48 partibus, 40 scrupulis, inuestigandus sit arcus ascensionis obliquę 26 partis Geminorum, cuius ascensio recta inuenitur 85 part. 38 scrupul. & eiusdem ascensionalis differentia 29 part, 30 scrupul. quibus subtractis ab illis, relinquitur obliquę ascensionis circumferentia 56 part. 8 scrupulorum. Cæterùm adiectis 29 grad. 30 scrupul. gradibus 85 minut. 38 vnà cum semicirculo, prodibit ascensio obliqua puncti ex diametro oppositi, scilicet 26 Sagittarij 295 partium 8 scrupul. Eodem modo sequentes tabulę, quę omnium Eclipticę graduum ascensiones obliquas complectuntur, ad eleuationem Poli 48 part. 40 scrupul. constructæ sunt.

	♈		♉		♊		♋		♌		♍		*Signa Septentrionalia.*
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	
1	0	28	15	5	33	51	61	29	98	48	140	7	
2	0	56	15	36	34	37	62	37	100	10	141	30	
3	1	23	16	9	35	22	63	44	101	32	142	53	
4	1	50	16	40	36	8	64	52	102	54	144	16	
5	2	19	17	13	36	54	65	59	104	15	145	39	
6	2	47	17	47	37	44	67	10	105	37	147	1	
7	3	15	18	20	38	32	68	20	106	59	148	24	
8	3	44	18	55	39	22	69	31	108	21	149	47	
9	4	12	19	28	40	10	70	41	109	43	151	10	
10	4	40	20	2	41	0	71	51	111	5	152	32	
11	5	9	20	37	41	52	73	4	112	27	153	55	
12	5	37	21	14	42	45	74	18	113	50	155	18	
13	6	6	21	49	43	38	75	30	115	12	156	39	
14	6	34	22	26	44	31	76	44	116	35	158	2	
15	7	3	23	1	45	23	77	57	117	57	159	25	
16	7	32	23	39	46	20	79	13	119	20	160	48	
17	8	1	24	16	47	16	80	30	120	43	162	10	
18	8	30	24	54	48	12	81	45	122	6	163	33	
19	8	59	25	31	49	8	83	2	123	29	164	55	
20	9	28	26	9	50	5	84	18	124	52	166	18	
21	9	58	26	49	51	5	85	36	126	16	167	40	
22	10	27	27	29	52	5	86	54	127	39	169	2	
23	10	58	28	11	53	6	88	12	129	2	170	25	
24	11	27	28	51	54	6	89	30	130	25	171	47	
25	11	57	29	31	55	5	90	48	131	49	173	9	
26	12	28	30	14	56	8	92	8	133	12	174	30	
27	12	59	30	56	57	12	93	28	134	35	175	53	
28	13	30	31	40	58	15	94	47	135	58	177	16	
29	14	1	32	22	59	19	96	7	137	21	178	38	
30	14	32	33	5	60	22	97	27	138	44	180	0	

	♎		♏		♐		♑		♒		♓	
G.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.
1	181	22	222	39	263	53	300	41	327	38	345	59
2	182	44	224	2	265	13	301	45	328	20	346	30
3	184	7	225	25	266	32	302	48	329	4	347	1
4	185	30	226	48	267	52	303	52	329	46	347	32
5	186	51	228	11	269	12	304	55	330	29	348	3
6	188	13	229	35	270	30	305	54	331	9	348	33
7	189	35	230	58	271	48	306	54	331	49	349	2
8	190	58	232	21	273	6	307	55	332	31	349	33
9	192	20	233	44	274	24	308	55	333	11	350	2
10	193	42	235	8	275	42	309	55	333	51	350	32
11	195	5	236	31	276	58	310	52	334	29	351	1
12	196	27	237	54	278	15	311	48	335	6	351	30
13	197	50	239	17	279	30	312	44	335	44	351	59
14	199	12	240	40	280	47	313	40	336	21	352	28
15	200	35	242	3	282	3	314	37	336	59	352	57
16	201	58	243	25	283	16	315	29	337	34	353	26
17	203	21	244	48	284	30	316	22	338	11	353	54
18	204	42	246	10	285	42	317	15	338	46	354	23
19	206	5	247	33	286	56	318	8	339	23	354	51
20	207	28	248	55	288	9	319	0	339	58	355	20
21	208	40	250	17	289	19	319	50	340	32	355	48
22	210	13	251	39	290	29	320	38	341	5	356	16
23	211	36	253	1	291	40	321	28	341	40	356	45
24	212	59	254	23	292	50	322	16	342	13	357	13
25	214	21	255	45	294	1	323	6	342	47	357	41
26	215	44	257	6	295	8	323	52	343	20	358	10
27	217	7	258	28	296	16	324	38	343	51	358	37
28	218	30	259	50	297	23	325	23	344	24	359	4
29	219	53	261	12	398	31	326	9	344	55	359	32
30	221	16	262	33	299	38	326	55	345	28	360	0

Ex iïſdem tabulis etiam deſcenſiones facillimè inueniuntur. Nam ſi arcus Eclipticæ à verna ſectione initium ſumpſerit, ex oppoſitæ partis aſcenſione ſemiſsis circuli ſubductus, deſcenſionis ſegmentum relinquet. Eundem etiam ſcopum attinges, ſi eiuſdem arcus aſcenſionalem differentiam rectæ aſcenſioni adieceris, aut ab eadem ſubtraxeris pro ratione Poli ſupra Finitorem loci eleuati. Sit verbi gratia 30 partis Arietis deſcenſio inuenienda, aſſumes 30 partis Libræ aſcenſionem, quæ eſt 221 graduum, 16 minut. hinc ablatus ſemicirculus relinquit 41 partes & 16 ſcrupulos.

PROPOSITIO XXXIX.

Cum quota Eclipticæ parte cognita obliquæ aſcenſionis circumferentia Finitorem loci, cuius Poli eleuatio conſtiterit, attingat.

QVamuis ex obliquę aſcēſionis tabulis facillimè partes Eclipticę videantur, cum quibus ſingulæ Aequatoris circumferentię ſupra Horizōtem aſcendant, tamen vt peritioribus etiam ſatisfaciamus, qui ſubtiliores inquirūt rationes, quomodo per numeros eædem inueniantur, expediemus. Laborioſiſsimam huius propoſitionis tractationē nō tamē iniucundam Appianus eruditè explicat. Facilius quidem hoc operis abſolues, ſi oblatæ aſcēſionis circumferentiæ à proxima interſectione Eclipticę & Aequatoris initiū numeraueris. Quoties igitur obliqua offertur aſcēſio nō ſecus acſi recta eſſet, ex antegreſsis

propositionibus arcum Eclipticæ, qui cum in recta sphæra conscendit, inquiras. Huius inuenti arcus declinationem ab Aequatore supputabis. Dehinc illius Aequatoris circumferentiæ, quam tibi velut ascensionem rectam proposuisti, sinum rectum ducas in totum, & productum per sinum Eclipticæ arcus simul ascendentis diuidas, & Quotientis arcum ex semicirculo tollas, modò arcus Eclipticæ finiatur in semicirculo ascendente, hoc est inter principium Capricorni & oppositum punctum Cancri secundum signorum ordinem, sed si finis arcus Eclipticę inter principium Cancri & Capricorni fuerit, arcũ Quotientis conseruabis. Quod autem ex altero huius supputationis modo fuerit oblatum, dicetur inuentum primum. Deinde multiplices sinum altitudinis Poli per sinum declinationis arcus Eclipticæ propositi, & productum in sinũ totum partiaris, arcus Quotientis (vt loquũtur) erit inuentum secundum Ad hæc proponas tibi sinum complementi huius inuenti secundi, & sinum complementi altitudinis Poli, quorum minorem in maximum sinum multiplicatũ in maiorem distribuas, arcus Quotientis erit inuentum tertium. Hoc ipsum si subtrahas ab inuento primo, & sinum residui ducas in sinum complementi secundi inuenti, atq; diuidas in totum, deinde Quotiẽtis arcum subtrahas à 90, sinum quoq; residui tibi proponas, cum sinu inuenti secundi, minorem ex ijs in sinum totum ducas & productum in maiorem diuidas, tandem Quotientis arcus quæstioni satisfaciet, si ipsum adieceris arcui Eclipticæ, qui propositæ ascensioni in recta sphęra respondet, quando finis huius arcus Eclipticæ inter principia Cancri & Capricorni fuerat, aut subtraxeris eidem, quando arcus ille inter principium Cancri & Capricorni secundum ordinem signorum fuerit. Vt autem pleniùs res, quæ satis obscura videtur, intelligi posst, exemplum ipsius diligenter animaduertas. Proponitur arcus Aequatoris ab Arietis principio numeratus 35 partium, 32 scrup. ad eleuationem Poli 48 grad. qui cum Eclipticę arcum ascendentem inuenire debeas. Primò inquiritur segmentum Eclipticę cum hoc Aequatoris arcu in recta sphæra ascendens hoc modo. Ducitur sinus complementi, quod est 54 grad. 28 minut. datę ascensionis scilicet 81377 in sinum maximæ Solis declinationis 39874, & productum per totum diuiditur, hinc consurget sinus 32448. cuius arcus 18 grad. 56 minut. & complementum 71 grad. 4 minut. Si huius sinus, vnà cum sinu ascensionis rectę scilicet 58117 proponatur, & minor in totum ducatur, & productum in maiorem diuidatur, proueniet 61441, cuius arcus 37 grad. 55 minut. qui est arcus Eclipticę à principio Arietis respondens arcui Aequatoris, qui cum in recta sphęra ascendit. Vlterius inquiritur huius Eclipticę arcus ab Aequatore declinatio, & quia est 37 grad. 55 minut. attingit 7 gradum & 55 min. Tauri, cuius declinatio ita supputatur. Multiplicatur sinus 37 gra. 55 minut. in sinum maximę Solis declinationis, scilicet 39874, & productum in sinum totum distribuetur, hinc prodit 24499, cuius arcus 14 grad. 11 minut. declinatio videlicet propositi Eclipticę puncti. Insuper sinus arcus ascensionis rectę Aequatoris 58117 in totum multiplicatus per sinũ arcus Eclipticæ, illi in recta ascensione respondentis diuiditur, & exoriuntur partes 94589, quarum arcus 71 grad. 4 minut. Et quia hic finitur in media parte Eclipticę ascendente, subducuntur 71 grad. 4 min. ex semicirculo, ac supersunt grad. 108, minut. 56. Atqui hoc est inuentum primum. Deinde sinus altitudinis Poli 48 grad. 74314 in sinu declinationis datę partis Eclipticæ scilicet 14 grad. 11 min. 24499 multiplicatus diuiditur in totum & exoriuntur 18206 partes, quarum arcus 10 gra. 29 min. dicitur inuentum secundum. Insuper sinus complementi altitudinis Poli, quia minor existit, si ducatur in sinum totum & productum in sinũ complementi secundi inuenti 79 grad. 29 minut. 98330 distribuatur, prodibunt

in Quot

in Quotiente 68049, quarum partium arcus 42 grad. 53 minut. appellatur Inuentum tertium. Hoc à primo inuento 180 grad. 56 minut. subtracto, restant 66 grad. 3 minut. quorum sinus 91390 cum ducitur in sinum complementi secundi inuenti 79 grad. 31 minut. 98330, & productum in sinum totum diuiditur, prodeunt in Quotiente 89864, quarum partium arcus 63 grad. 59 minut. è 90 subtractus, restituit 26 grad. & 1 minut. Tandem proposito sinu 26 grad. 1 minut. scilicet 43863 & sinu inuenti secundi 18206 hic minor in totum multiplicatus per 43863 distribuitur. Hinc prodeunt in Quotiente 41506, cuius arcus grad. 24, 31 minut. si iuxta modum operandi præscriptum arcui Eclipticæ 37 graduum 55 minut. adijciatur, cum sit in semisse ascendentis Eclipticæ, prouenient 62 grad. 26 minut. Eclipticæ, qui cum arcu ascensionis 35 grad. 32 min. sub eleuatione Poli 48 grad. supra Horizōtem ascendunt. Incidunt autem 62 grad. & 26 minut. in secundam partem Geminorum & 26 minut. Nec silentio hîc prætereundum est, in reliquis tribus quartis à Cancro ad Libram, à Libra ad Capricornum, & à Capricorno ad Arietem, interdum alios operandi modos euenire, quos per se facilè quiuis intelliget, qui hanc rationem benè fuerit assecutus.

PROPOSITIO XL.

Quænam Eclipticæ pars constituto temporis minuto Meridianum circulum attingat, supputare.

IN huius quæstionis solutione, necesse est, vt æqualium horarum tempus, quo Sol à Meridie distiterit, assumas. Hoc in partes & scrupulos Aequatoris conuersum, si ante Meridiem Solem inueneris, ab ascensione ipsius recta tolles, sin à Meridie discedentem conspexeris, ascensioni adijcies, atque hinc recta medij cæli ascensio cognoscitur. Et si deinceps gradum Eclipticæ, qui cum Meridianum tangat, cognoscere velis, repetenda fuerit operatio 37 propositionis, sicut in exemplo patefiet. Quidam natus est anno 1540, die 11 Iulij horis 15, minut. 30 à Meridie, Sol eo tempore sub horoscopo constitutus 28 part. 45 minut. Cancri occupabat, cuius ascensionem rectam ex tabula 120 partium, 56 scrupul. inueni, & 15 horis cum 30 scrupulis, respondent 232 part. 30 scrupul. hę coniunctæ faciunt 353 part. 26 minut. Hinc ascensionis arcui quærendus est Eclipticæ gradus, qui cum in recta sphæra ascendat, & cum semissem circuli excedat, subtractus ex toto restituit 6 partes 34 scrup. complementum huius 83 part. 26 scrup. cuius sinus 99343, sinus maximæ Solis declinationis 39874. hic per illum multiplicatus constituit 3961202782, qui diuisus in totū 100000, constituit 39612 & arcus huic respondens 23 grad. 20 minut. est, cuius complementum 66 partium, 40 scrupul. & sinus 91821. Multiplico tandem 11435 in totum, & productum in 91821 partior: huic nascuntur 12453, quarum partium arcus 7 grad, 9 minut. His ex semicirculo sublatis, restant 172 grad. & 51 min. quibus semicirculo coniunctis, prodeunt 352 grad. 51 minut. atque hi diuisi per 30 conficiunt 11 dodecatemoria, siue signa, 22 partium 51 scrupul. Erat igitur 22 Piscium pars & 51 minut. in medio cæli tempore huius γενέσεως.

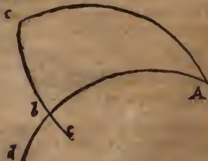
PROPOSITIO XLI.

Quantitates angulorum quos Ecliptica cum Meridiano singulis momentis constituit, inuenire.

SCire licet hoc loco ex cognitione vnius angulorū, ad quos Ecliptica quouis tempore Meridianum intersecat, reliquos etiam tres facillimè inueniri. Noueris etiam in primo Zodiaci Quadrante, qui est à principio Arietis ad

finem Geminorum, inueniri angulum Septentrionalem Orientalem, in secundo à primo Cancri puncto, vsque in finem Virginis angulum dici Orientalem Austrinum, in tertio ab initio Libræ ad primum Capricorni punctum dici Meridionalem Orientalem, & vltimo assignari Septentrionalem Orientalem. Huius quæstionis praxis instituitur in hunc modum. Constituto Eclipticæ Quadrante, in quo punctum, cuius angulum inquiris, consistit, quære gradum Aequatoris, qui cum in recta sphæra Horizontem contingit, & distantia puncti à proxima Aequatoris intersectione notata, huius complementi sinum per maximæ declinationis sinum multiplices, & productum in totum distribuas. Hinc arcus egredietur, qui ex 90 sublatus, angulum quęsitum restituat. Inquiratur, verbi gratia, quantum constituat angulum cum Meridiano 2 pars Geminorum & 26 scrupul. Circumferentia rectæ ascensionis huius partis est 60 grad. 21 minut. cuius complementi 29 partium, 39 minutor. sinus rectus 49470 in sinum maximæ declinationis 39874 ductus in sinum totum diuiditur. Hinc sinus exurgit 19726, cuius arcus 11 grad. 37 scrupul. ex Quadrante subductus restituit 78 grad. 37 minut. anguli, scilicet Borealis Orientalis, & hic subtractus ex semicirculo relinquit alterum ipsius lateri adhærentem 101 grad. 23 scrupul. Eundem etiam angulum faciliori negocio licet inuenire, nimirum si distantiæ puncti Eclipticę à proxima intersectione, & eiusdem ascensionis rectæ sinus inter contuleris, & minorem ex his in totum multiplicatum per maiorem diuidas. Hinc enim sinus egrediens circumferentiam anguli quæsiti patefaciet, in primo quidem Quadrante Borealem Orientalem, in secundo Orientalem Meridionalem, in tertio etiam Orientalem Meridionalem, in quarto iterum Oriẽtalem Borealem. Idem hic exemplum retineamus. Distantia propositæ partis Eclipticæ à proxima, scilicet Arietis & Aequatoris intersectione grad. 62 minut. 26 numeratur, cuius sinus 88647, ascensio recta est 60 grad. 51 minut. cuius sinus 86906, quia altero minor est, in totum multiplicatus, per maiorem diuiditur. hinc prouenit sinus 98036, cuius arcus 78 grad. 37 minut. eandem anguli quantitatem superius inuentam ostendens. Si demonstrationes harum propositionum, & aliquot sequentium Lector studiosus requirat, diligenter libros Regiomontani de Triangulis sphæricis, præcipuè quartum euoluat. Nobis hic non est propositum singula adiuuium resecare, quin potius aliquid studiosorum industriæ relinquendum existimamus.

Vt tamen aliquem huius rei gustum percipiant Lectores, quomodo proxima propositio ex sphæricis Triangulis Regiomontani sit extructa videamus. In contextu ad inuentionem anguli Eclipticæ & Meridiani assumuntur tantùm sinus duarum circumferentiarum, nimirum ascensionis rectę & distantię 2 Geminorum partes, & 26 scrupul. ab intersectione verna, cui proxima existit. Iam constat Aequatorem ad rectos angulos Meridianum dissecare. Quare tria maximorum circulorum segmenta, scilicet 2 grad. 26 minut. Geminorum ab Aequinoctij puncto, distantia eiusdem partis ascensio, & declinatio sphęricum trigonon rectangulum constituũt, vt in hac figura manifestè patet. Communis Aequatoris & Zodiaci intersectio fiat in a, punctum sit b 2 graduum, 26 scrupul. Geminorum, cuius ab a distantia est b a, eiusdem ascensio recta c a, & declinatio c b: nẽpe segmẽtum Meridiani inter vtrũque circulũ interceptũ. Angulus a c b est rectus.



rectus, & hic angulus d b e, cui æqualis est interior a b c, est inueniendus. Propositio 25 libri 4. Triangulorum Regiomontani docet in sphæricis trigonis vnicum habentibus rectum angulum ex cognitione duorum laterum, reliquos angulos & tertium latus inueniri posse. Atque hic duo latera nempe a c & b a cognita sunt. Quare ex eadem propositione inueniemus angulum c b a hoc modo, vt in explicatione sequitur. Sinum lateris oppositi angulo quæsito per sinum Quadrantis extende, productumque per sinum lateris rectum subtendentis partiaris, exibit enim sinus anguli quæsiti, cuius arcus tabula sinuum quęsitus anguli propositi quantitatem patefaciet. Vides igitur cur sinus 60 grad. 51 minut. in totum sit multiplicatus, & in sinum lateris a b distributus. Nam a c latus angulo c b a quęsito opponitur, & a b rectum angulum a c b subtendit. Hoc modo quilibet mediocriter ingeniosus, reliquarum primi mobilis propositionum structuram facilè perspiciet. Nobis hic exemplo rem declarasse sufficit.

PROPOSITIO XLII.

Quanta sit distantia Zenit (ut loquuntur) à nonagesimo ab Ascendente gradu.

HVius propositionis vsus ad instituendam aliquot sequentium aliarum praxin conducit. Quare hic eam breuissimè exponemus. Ex antegressis propositionibus inuento Eclipticæ & Meridiani angulo maiori, qui Oriẽtem spectat, sinum eius in sinum complementi altitudinis Meridianę ductum per totum diuidas, ex quo egredientis sinus arcus propositę quęstioni satisfaciet. Exempli gratia, statuatur in Meridiano 16 grad. & 40 scrup. Arietis, angulus vtriusque intersectionis inuenitur 67 part. 23 minut. cuius sinus 92309, ducitur in sinum complementi altitudinis Meridianę, scilicet 66174, & productum diuiditur in sinum totum. Hinc exit 61084, cuius arcus 37 partium 39 scrup. distantiam inquisitam patefacit.

PROPOSITIO XLIII.

Quotus Eclipticæ gradus quolibet tempore ubiuis terrarum in Horizonte consistat.

DIligenter etiam hanc primi motus propositionem explicauit Apianus: quò fit, vt nos aliam rationem hic effingere superuacaneum existimemus. Sed qua ratione sit inuenta, qui sphæricos Regiomontani triangulos, sicut etiam paulò antè indicauimus, intellexerit, facilè perspiciet. Nos igitur hic ipsam praxeos rationẽ proponemus. Primò inquiritur nonagesimi ab Ascendente gradus numerati à cęli medio interuallum, hoc modo. Multiplicatur sinus distantiæ partis medium cæli occupantis ab intersectione Zodiaci & Aequatoris cui proxima astiterit, per sinum maximę Solis declinationis, & qui productus est in sinum maximum distribuitur. Hinc sinus declinationis medij cęli ab Aequatore innotescit. Secundò inuenitur angulus Meridiani & Eclipticę, qui recto minor fuerit, & ad partem Orientis, si propositis maximę declinationis & medij cęli declinationis complementorum sinibus, minor ex his per totum multiplicatus in maiorem diuidatur, arcus Quotientis est quantitas eius anguli. Insuper cum sinus distantię verticis à parte medij cęli ducitur in sinum anguli iam inuenti & productus in totum diuiditur, sinus arcus distantię verticis à nonagesimo ab Ascendente gradu innotescit, qui arcus semper ad rectos angulos sphęricos in circulum maximum ex polis Zodiaci per verticem capitis procedentis cadit. Deinceps inuestigatur quãtum 90 ab Horoscopo gradus à cęli medio distiterit, & propositis sinibus arcus cõplementi

distantiæ verticis à 90 ab Ascendente gradu, & complementi distantiæ verticis à cæli medio, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Hinc tibi sinus egredietur, qui arcum Eclipticæ inter cæli medium & Occidentem Finitoris partem interceptum patefacit. Et si hunc subtraxeris è 90 grad. restabit arcus distantiæ 90 gradus ab Ascendente à supremo cæli. Si deinde partem Eclipticæ Occidenti ex diametro oppositam sumpseris, gradus supra Horizontem ascendens apparebit. Quòd si medij cæli punctum fuerit in semisse Eclipticæ descendentis, adijcies arcum Quotientis cæli medio, & prodibit gradus Ascendentis, cui oppositus in Occidētis Finitoris parte consistit. Si verò Quotientis arcum subduxeris è nonaginta, & residuum ex cæli medij parte, restabit 90, tam ab Oriente quàm Occidente gradus, qui semper est summus Eclipticæ supra Finitorem apparentis. Exemplo res euidentius intelligitur. Constituatur 15 pars 40 scrupul. Arietis in cæli medio. Sinus distantiæ ab intersectione proxima est 28680, quem ducas in sinum maximæ declinationis, & producto in totum diuiso, inuenies 11435, cuius arcus 6 part. 34 scrupul. est cæli medij declinatio. Et cum multiplicatur sinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 in totum, & productus in sinum complementi declinationis cæli medij 99343 diuiditur, consurgit 92312, cuius arcus 67 partium 25 minut. angulum Eclipticæ & Meridiani Orientalem Septentrionalem patefacit. Dehinc multiplices hunc Quotientem per sinum distantiæ verticis à cæli medij puncto, scilicet 66174, & productum in sinum perfectum diuidas. Hinc prodibit 61084 sinus, cuius arcus 37 partium, 39 minut. significat distantiam verticis à 90, qui computatur ab Ascendente gradu. Porrò si duxeris sinum altitudinis cæli medij, qui sinus est complementi distantiæ verticis à cæli medio, in totum, & productum in sinum complementi distantiæ verticis à 90 ab Ascendente gradu diuiseris, inuenies 94691, cuius arcus 71 partium, 15 scrupul. quem si contra ordinem signorum à cæli medio numeraueris, incidet in quintam partem 25 minut. Aquarij, quæ tum in Occidua Finitoris parte consistit. Huic opponitur ex diametro 5 pars 25 min. Leonis in Ascendente numerum constituta. Si hîc subtraxeris 71 gradus, 15 minut. ex 90 remanebunt 18 gradus 45 minut. distantiæ 90 ab Ascendente gradus à cæli medio versus Orientem. Et cum adieceris 15 Arietis parti 40 scrupul. 18 grad. 45 minut. incidet finis in 4 partem Tauri, 25 minut. quæ est 90 ab Ascendente.

PROPOSITIO XLIIII.

Dimensio angulorum, quos Eclipticæ partes cum quouis obliquo Horizonte constituunt.

CVm ascendentem Eclipticæ partem inueneris, quærendus est angulus, quem Zodiacus præcisè in gradu Ascendentis cum Meridiano versus Orientem efficit. Hinc quando cognoscere volueris angulum, quem Ecliptica in ipso Ascendentis cum Horizonte puncto constituit, propositis sinibus complementi declinationis huius Eclipticæ partis, & eleuationis Poli supra Finitorem, minorem ex his per totum multiplicatum in sinum maiorem partiaris, arcus hinc exeuntis sinus dicitur angulus communis, maximè si punctum Eclipticæ ascendens, cuius angulum cum Horizonte inquiris, fuerit in aliquo signo descendente. Nam tunc adijcies angulum communem angulo, quem facit idem punctum in cæli medio cum Ecliptica & Meridiano. Hac summa ex semicirculo subducta, restabit angulus, quem prædictum Eclipticę punctum cum Horizonte constituit. Et si proposita Zodiaci pars fuerit ex

semisse

semisse Eclipticæ ascendente, angulum communem ex angulo Meridiani subduces, & restabit angulus Eclipticæ & Horizontis quæsitus. Sit igitur 5 pars 25 minut. Leonis in Ascendente, cuius declinatio est 18 grad. 58 minut. & complementum 71 grad. 2 minut. cuius sinus 94570, sinus complementi maximæ declinationis 91706, hic minor ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in 94570, hinc prodit sinus 96971, cuius arcus 75 grad. 52 minut. ostendit angulum, quem facit 5 pars 25 minut. Leonis cum Meridiano. Prçterea multiplicatur sinus eleuationis poli 48 grad. 74314, cum sit minor in totum, & productum in sinum complementi declinationis puncti propositi 94578 distribuitur. Hinc exit sinus 79581, cuius arcus 51 grad. 48 minut, dicitur angulus communis. Et cum Leo sit in semisse Eclipticæ descendente, nimirum inter principia Cancri & Capricorni, adijcitur angulus communis angulo medij cæli 75 grad. 52 minut. & proueniunt 127 grad. 40 minut. quibus è semicirculo ablatis, supersunt 52 gradus, 20 min. anguli Eclipticæ & Horizontis. quando 5 pars, 25 minut. Leonis in Horizonte constituitur sub altitudine Poli 48 graduum. Hîc etiam diligenter memineris, quando Eclipticæ punctum in Horizonte constitutum fuerit ex semisse Ascendente, scilicet inter principium Capricorni & finem Geminorum, vt est 2 pars 26 scrup. Geminorum, vt inuenias angulum huius partis & Meridiani, qui est 78 grad. 37 minut. & sinum altitudinis Poli 48 graduum, scilicet 74314, vt minorem in sinum totum multiplices, & productum in sinum complementi declinationis Solis 93544 diuidas. hinc exit 79335, cuius arcus 52 grad. 30 minut. anguli communis ab angulo medij cæli subductus, relinquit angulum Horizontis & Eclipticæ Orientis partis 26 grad. 7 minut. Idem etiam angulus facilius potest inueniri, quando medij cæli gradus cognitus fuerit. Nam inuento angulo quem Ecliptica cum Meridiano efficit, sinus huius rectus in sinum distantię verticis à parte medij cæli ducitur, & productus in totum diuiditur. Complementum arcus hinc prodeuntis sinus est angulus Eclipticæ & Horizontis, quicumque etiam in Ascendente gradus constiterit. Sit iterum in cæli medio 15 pars 40 scrupul. Arietis, cuius angulus, quem cum Meridiano constituit, est 67 partium, 23 scrupul. & sinus 92309, qui ducitur in sinum distantię verticis à cæli medio, quę est 41 partium 26 scrup. puta 66174, & diuiditur in sinum maximum. Hinc egreditur sinus 61084, cuius arcus complementum 25 parti 21 min. patefacit quãtitatem anguli, quem Ecliptica, tam ex parte Orientis, quàm Occidentis cum Horizonte facit.

PROPOSITIO XLV.

Quantitates angulorum, quos Eclipticæ partes cum Horizonte in Occidente conficiunt, metiri.

HAec conuersa prçcedentis propositionis dici potest. Nam quod illic ad inquisitionem anguli Horizontis & Eclipticę adijcitur, hîc detrahitur, & vicissim quod hîc aufertur, illic assumitur. Quare tota res exemplo facilius innotescet. Sit igitur constitutum inquirere anguli Eclipticę & Horizõtis quantitatem, cum 5 pars, & 25 scrupul. Leonis in Occidente consistit. Primò inuenietur angulus quem hîc efficit Ecliptica cum Meridiano 75 partium 52 scrupul. Deinde angulus communis inquiritur hoc modo. Sinus altitudinis Poli, 48 partium, est 74314. Et hic cum sit minor multiplicatur in totum, & productus distribuitur in sinum complementi declinationis 5 part. 25 minut. Leonis, scilicet 94570, hinc exurgit sinus 78581, cuius circumferentia 51 part. 48

ſcrup. conſtituit angulũ cõmunem ex quo inueniri poteſt angulus, tam Orientalis, quàm Occidentalis. Cum aũt Leo ſit pars Eclipticæ ſemiſsis deſcẽdentis, cõmunem angulum ſubduces ex angulo Meridiani & Eclipticę, qui cõſtat 75 par. 25 ſcrup. Supereſt igitur angulus Eclipticæ & Horizõtis Occidentalis 24 part. 4 min. Aliud exemplum ſumatur ex ſemiſſe Eclipticæ aſcendente, nimirũ 2 par. 26 min. Geminorũ. Hæc pars Eclipticæ cum Meridiano conſtituit angulum 78 part. 37 minut. Deinde ad inquiſitionem anguli communis aſſumitur ſinus eleuationis Poli 48 part. nempe 74314, & ſinus complementi declinationis propoſitæ partis 93544: ex his ducitur ſinus altitudinis Poli in totum, & productus in alterum ſinum diſtribuitur. Atq; hinc emergit ſinus 79442, cuius arcus 52 part. 36 minut. efficit communem angulum. Si hunc adieceris angulo Meridiani & Eclipticæ, inuenies 131 part. 13 ſcrupu. anguli Eclipticæ & Horizontis occidui, qui Septentrionem ſpectat, qui ſublatus ex 180 partibus, reſtituit alteri angulo, qui Meridiem ſpectat, 48 partes 47 ſcrupulos. Et hunc inueniri oportebat.

PROPOSITIO XLVI.

Quanta ſingulis temporis momentis, ubicq; terrarum Solis ſupra Horizontem altitudo ſit, exquiſita ſupputatione inuenire.

IN principio operis explicauimus, quomodo per Quadrantem Solis ſupra Horizontem altitudines metiendæ ſint, verùm hîc qua ratione quantum ſingulis momentis ſupra cuiuslibet loci, cuius tamen eleuatio Poli conſtiterit, Horizontem eleuetur, certa calculatione inuenire docebimus. Conſtituta certi diei hora, ac minuto, diligenter ex tabulis vel Ephemeride accuratè ſupputata, verum Solis motum deprehendas, quo cognito, eiuſdem ab orbe medio declinationem inuenias, & hac ex nonaginta partibus ſubducta, ſinum rectum reſidui per ſinum differentiæ aſcenſionalis multiplices, & productum in maximum diuidas: hinc tibi ſinus exibit, qui adiectus ſinui complementi declinationis, ſinum operationis perfectum conſtituet. Præterea tempus, quo Sol à Meridiano diſtiterit, in partes & ſcrupulos Aequatoris conuerſum ex Quadrante circuli tollas, & reſidui ſinum rectum ex toto ſinu ſubducas. Hinc tibi conſtabit ſinus verſus temporis propoſiti, quem duces id ſinum complementi declinationis Solis, & productum in maximum diſtribues. Abſoluta deinde operatione exeuntem ſinum ſinui operationis perfecto adimes, & relictum in ſinum complementi altitudinis Poli multiplicabis, & qui collectus fuerit, eum in maximum partieris. Ex hac operatione ad conſtitutum temporis momentum ſinus altitudinis Solis ſupra Finitorem tibi innoteſcet. Interim diligenter hîc memineris, hanc quidem operandi rationem abſolutam eſſe, quando Sol in ſignis Septentrionalibus extiterit, ſed cum Auſtrinam Eclipticæ partem pererrauerit, ſinus differentiæ aſcenſionalis per regulam proportionis conuerſus, à ſinu complementi declinationis eſt ſubtrahendus, ex quo tibi ſinus operationis perfectus remanebit. Exemplum huius tractationis ex ſuperiori obſeruatione repetamus. Inquiſiuimus anteà ex obſeruatione altitudinis Solis, quam anno 1559 Coloniæ Agrippinæ fecimus, cum Sol 15 Geminorum partem peragraret, verum illius temporis momentum, quod ex accurata ſupputatione deprehendimus, conſtare quatuor horis, o ſcrupul. 48 ſecund. quibus Sol à Meridiano diſtabat. Hinc verſa vice inuenire velim, ſi fortaſſe non obſeruaſſem, quanta Solis eo momento ſupra Finitorem Colonienſem fuerit eleuatio. Declinationem 15 Geminorum partis 22

tis 22 grad. 39 minut. 9 ſecund. conſtare ſupputaui, complementum huius eſt 67 gradus, 20 minut. 51 ſecund. & ſinus rectus 92278. Differentiam aſcenſionalem inueni 31 part. 1 ſcrupul. cuius ſinus rectus eſt 51528. Hunc multiplicaui in ſinum complementi declinationis 92278, & exurgebant 475490078 4, quem in ſinum totum diſtribui, & inueni 47549, ſinus hic ſi adijcitur ſinui complementi declinationis, & prodit 139827. Deinceps tempus quatuor horarum, & 48 ſecund. in partes Aequatoris tranſmutatum, efficit arcum ſexaginta graduum, 12 ſcrupul. cuius complementum 29 grad. 48 minut. & ſinus 49697, qui ſublatus ex ſinu maximo relinquit 50303. Hunc multiplicaui in ſinum complementi declinationis, & inueni 4641860234, quem partitus ſum in maximum, & exiuit 46418, ſinus quem ſubduxi ex ſinu operationis perfecto, qui eſt 139827, & relictus eſt 93405. Hunc etiam duxi in ſinum Poli complementi, ſcilicet triginta nouem part. qui eſt 62932, & productus eſt 5878163460, quem diſtribui in ſinum totum, & egreſſus eſt 58781, cuius circumferentia eſt triginta ſex partium exactè. Ita vides, quomodo calculationes obſeruationibus & obſeruationes calculationibus exquiſitè ferè reſpondeant: nam anteà ex obſeruatione altitudinis triginta ſex partiũ, tempus quatuor horarum, o ſcrupul. 48 ſecund. ſupputaueram. Sunt plures etiam modi, quibus idem negocium non minori facilitate ac certitudine poſsimus expedire. Nam ſi inueneris partem Eclipticæ in Orientali Finitoris parte conſtitutam, & quantum angulum cum Horizonte faciat, diſtantiam motus Solis ab eadem numerabis, cuius ſinum rectum in ſinum anguli Eclipticæ & Horizontis duces, & productum in ſinum totum diſtribues, circumferentia ſinus hinc exeuntis altitudinem Solis quæſitam patefaciet. Memineris hic etiam iiſdem temporibus, quibus Sol à Meridiano diſtiterit, tam ante quàm poſt Meridiem eaſdem eleuationes competere. Nam eadem eſt altitudo Solis ſupra Finitorem hora vndecima ante Meridiem, quæ eſt prima poſt eandem: item decima, quæ eſt ſecunda, eiuſdem tamen diei. Tertius modus eſt, vt cognitis altitudinis poli complemento, & declinatione Solis, & quanto tempore Sol à Meridiano diſtiterit, primum ducas ſinum complementi Solis declinationis in ſinum diſtantiæ à Meridiano, & productum in ſinum totum partiaris, ſinus Quotientis indicat arcum diſtantiæ Solis ab ortu Aequatoris: hunc ſinum conferas cum ſinu declinationis, minorem multiplices per totum, & eum qui producitur in ſinum maiorem diuidas. Quòd ſi Sol Eclipticæ partem Septentrionalem occupauerit, arcum hinc inuenti ſinus complemento altitudinis Poli adijcies, ſed ſi partem Zodiaci Auſtrinam Sol peragrauerit, inde ſubduces. Quicquid ex hac additione vel ſubtractione prouenerit, dicetur angulus operationis. ſi hic Quadrans circuli fuerit, altitudinem Solis quæſitam habebis, at ſi angulus hic maior nonaginta gradibus fuerit, ſubductus ex ſemicirculo verum operationis angulum relinquit, ſinum deinde huius anguli ducas in ſinum Quotientis primi, & productum in ſinum totum diſtribuas, arcus hinc exeũtis ſinus quæſitam Solis altitudinem patefaciet. Quartus modus eſt, vt conſtituta cæli medij ab ortu vel occaſu, cui propius fuerit, diſtantia, eiuſdem etiam ſupra Finitorem altitudinem conſideres, & minorem ex his per totum ſinum multiplicatum in maiorem partiaris, & prodeuntem in ſinum diſtantiæ Solis ab Aſcendente multiplices, ac productũ in totum diuidas. Quotientis arcus optatã oſtendet altitudinem. Quòd ſi principiũ Cancri vel Capricorni medium cæli occupauerit, conſiderabis ſinus altitudinis meridianę & diſtantiæ Solis ab Oriente vel Occidente, ex his minorẽ multiplicabis in totum

& productum in maiorem diuides. Sinus hinc egredientis arcus etiam altitudinem Solis inquisitam producet. Noueris autem quod arcus primi Quotientis metiatur angulum, quem Horizon eodem momento cum Ecliptica constituit. Quintus modus est talis: Sol hic omnibus conspicuus, aut distat à Meridiano præcisè 90 partibus, atqui tum semper est hora sexta, aut pluribus his, vt si ante sextam, quartam, vel quintam, scire velis altitudinem, aut denique paucioribus ab eodem distat, vt semper contingit post horam sextam. Eandem intelligas rationem temporis pomeridiani. Si igitur altitudinem horæ sextę prȩcisè inquisiueris, ducas sinum eleuationis Poli in sinum declinationis Solis, & productum diuidas in sinum totum, hinc altitudinis inquisitę sinus innotescet. Porrò si distantia Solis à Meridiano Quadrante circuli minor fuerit, multiplices sinum illius in sinum complementi altitudinis poli, & productum in sinum totum partiaris, arcus Quotientis ex circuli Quadrante sublatus, restituit arcum primum. Præterea huius arcus primi sinum rectum conferas cum sinu eleuationis Poli: minorem ex his in totum multiplicatum in maiorem distribuas, & exibit sinus arcus, cuius complemento adiecta Solis declinatio, si in parte Septentrionis fuerit, aut ab eodem subducta, si in Austrum Sol deflexerit, quando minorem circuli Quadrante arcum produxerit, ostendet arcum secundum, sed cum 90 partes excesserit, subtrahetur ex 180, & residuus arcus dicetur secundus. Tandem sinum arcus primi multiplices in sinum arcus secundi, & productum in totum diuidas, hinc arcus Quotientis petitam altitudinem patefaciet. Iterum si ad datum tempus distantia Solis à cæli medio nonaginta partes superauerit, subduces eam ex semicirculo, & residui sinum in sinum complementi altitudinis Poli multiplices, & productum in totum diuidas arcus Quotientis è nonaginta subtractus, reddet arcum primum. Huius primi arcus sinum, cum sinu eleuationis Poli conferas, & minorem ex his in totum ducas, & quod exortum est, in maiorem diuidas: ex Quotientis arcu declinationis complementum sustollas, & remanebit arcus secundus. Postremò si duxeris arcus primi sinum in sinum arcus secundi, & productum in totum partitus fueris, ex Quotientis arcu veram altitudinem obtinebis. Interdum contingit, vt arcus secundus sit exactè nonaginta partium, & tum veram altitudinem habes, nec vlteriori opus est inquisitione. Nec silentio prætereundum est, quando Sol principium Arietis aut Libræ occupauerit, vt multiplices sinum complementi distantiæ Solis à Meridie, in sinum complementi eleuationis Poli, & productum in sinum totum partiaris, tum Quotientis arcus eleuationem Solis petitam in lucem proferet. Exempla harum rationum industrius Lector sibi ipse fingere potest, ne in hac tractatione prolixiores simus. Obserues hîc etiam, quęcunq; de Sole scripsimus, nimirum arcum diurnum, eleuationem supra Finitorē, & id genus alia, etiam in stellis fixis eundem vsum obtinere.

PROPOSITIO XLVII.

Distantiam cuiuslibet Stellæ à uero Aequatoris ortu uel occasu uersus Austrum, uel Septentrionem, aut à Meridiano ad Orientem uel Occidentem expeditè numerare.

DIximus alibi, quid sit verus Aequatoris ortus & occasus. Iam verò circulus ille magnus à vertice per Aequinoctiorum puncta, quæ sunt in ortu & occasu

& occasu ductus, dicitur circulus verticalis, à quo plerunque solet hæc Solis & stellarum distantia numerari, & si idem sic quoque appelletur cum distantia à Meridiano versus ortum vel occasum supputatur. Præterea verticalis circuli nomen sortitur, quicunque circulus maior ex vertice cælesti per centrum Solis, aut stellæ quocunque loco constitutæ ad Horizontem descendit, vt in vestibulo huius operis explicauimus. Hîc autem distantia in Horizonte veri ortus Aequatoris, aut verticalis circuli per hunc ducti à circulo per centrum Solis transeunte appellatur distantia Solis Horizontalis ab ortu. Cum autem numeratur in Horizonte distantia Meridiani à circulo altitudinis siue verticalis, dicitur distantia Solis Horizontalis Austrina versus ortum. Atque hæc distantia à plerisque artificibus Arabum idiomate dicitur Azimuth, quam Appianus Latinè vertendam esse dicit, quorsum Germanicè **wo hinaus.** Diligenter autem nobis hanc propositionem explicauit, & vtilem fecit idem Appianus: nos igitur quæ sit eius praxis hîc consideremus. Primùm ad constitutum tempus inquiritur angulus, quem Ecliptica cum Horizonte ab Orientis parte constituit, vnà cum gradu in Ascendente constituto & altitudine Solis supra Horizontem. Dehinc numeratur segmentum Eclipticæ inter Ascendentem & Solis centrum interceptum. Huius segmenti complementum inquiras, & eiusdem sinum rectum cum sinu complementi altitudinis Solis conferas, & minorem ex his per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus Quotientis producet Finitoris circumferentiam, quæ inter punctum, vbi Ecliptica secat Horizontem, & locum verticalis circuli, qui ex vertice per centrum Solis ductus est, concluditur. Si ergo compereris gradum Ascendentis declinare in Septentrionem eiusdem ortiuam amplitudinem ab inuenta circumferentia subduces, sed si in Austrum deflexerit, amplitudinem Ascendentis inuentæ circumferentiæ adijcies, & hinc voti compos fies. Exemplum huius rei tale proponitur. Sit altitudo Solis supra Horizontem 44 grad. 52 minut. & in Ascendente 5 pars Leonis, 25 minut. distantia centri Solis ab Ascendente 62 grad. 59 minut. Angulus Horizontis & Eclipticæ inuenitur 52 grad. 21 minut. Sinus ergo complementi distantiæ Solis ab Ascendente 45424 ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Solis supra Horizontem, scilicet 70875. Hinc egreditur 64090, cuius arcus 39 gradus, 54 minut. ex Quadrante circuli subductus, restituit 50 gradus 6 minut. arcum nimirum Horizontis inter punctum Eclipticæ ascendentem & circulum Solis verticalem interceptum. Insuper inquiritur arcus amplitudinis 5 partium, 25 minut. Leonis in hunc modum. Ducitur sinus declinationis huius partis 18 gradus, 58 minut. scilicet 32465 in totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Poli 66913, & exoritur in Quotiente 48563, cuius arcus est 29 gradum 4 minut. amplitudinis 5 partis, 25 minut. Leonis sub eleuatione Poli 48 part. Et quia pars Leonis est in semicirculo Eclipticæ Septentrionali, subducenda est amplitudo ipsius à prius inuenta Solis Horizontali distantia, quæ ab intersectione Horizontis & Eclipticæ numerata est, quæ inuenta est grad. 50, minut. 8, & restabunt 21 grad. 4 min. nimirum Azimuth Solis ab ortu Aequinoctiali versus Meridiem. Hæc quidem regula in vniuersum certa est, quando Solis altitudo supra Horizōtem maior est, eiusdem altitudine in circulo verticali, qui per ortum & occasum Aequinoctiorum procedit. Quòd si altitudo Solis ad tēpus propositū minor fuerit, quàm sit altitudo eiusdem in circulo verticali, certū est tunc Solem esse in aliquo signorū Septentrionalium, & tum subtrahes seruatam circumferentiā ex inuēta amplitudine, restabit distantia Solis ab Horizontalis Septentrionalis, hoc est, arcus ab ortu

Aequatoris versus Septentrionem numeratus. Quoties verò gradus Eclipticæ ascendens fuerit Austrina, adijcies amplitudinem ascendentis ad seruatam circumferentiam, & prodibit distantia Solis horizontalis meridionalis, id est quæ ab exortu Aequinoctiali versus Meridiem supputatur. Hinc subijcit etiã aliam rationem eandem distantiam Horizontalem inueniendi, quæ etiam ad omnes stellas fixas & erraticas poßit accommodari. Ducitur sinus complementi declinationis Solis in sinum distantiæ illius à Meridiano, s. in Aequatore, semper pro 1 hora 15 grad. numerando, productum diuiditur in sinum totum, & Quotiens seorsim conseruatur. Deinde confertur is cum sinu complementi altitudinis Solis, ex quibus minor ducitur in totum, & productus diuiditur in maiorem, Quotientis arcus ex 90 subtractus, relinquit distantiam Solis Horizontalem quæsitam. Exemplum sequitur huiusmodi. Cum Sol 2 part. 26 minut. Gemin. occuparet, hora 9 ante Meridiem, declinatio eius erat 20 grad. 42 minut. cuius complementum 68 grad. 18 min. & sinus rectus 93544, qui ducitur in sinum distantiæ Solis à Meridiano, quæ est 45 grad. (quòd hora 9 distantia Solis à meridie sit 3 horarum) scilicet 70710, & productus diuiditur in sinum totum, in Quotiente emergit 66145, sinus qui deinceps ducitur in sinum totum, & productus diuiditur in sinum complementi altitudinis Solis, quam 9 hora obtinebat. hæc erat 44 grad. 52 min. & complementum eius 45 grad. 8 minut. & sinus 70876, in Quotiente prodit 93316, cuius arcus 68 grad. 56 minut. Si hunc ex Quadrante subduxeris restabit 21 grad. 4 min. distantia Solis quæsita. Intelligas tamen arcum Horizontis, qui ad tempus propositum à puncto Aequinoctialis & Horizontis vsq; ad circulum verticalem è vertice per centrum Solis ad Horizontem ducitur. Atqui hic modus inquirendæ distantiæ, tam in Sole quàm in planetis & stellis fixis locum habet. Tertius modus quo eandem inquirit, est talis. Sinus complementi distantiæ Solis à puncto intersectionis Horizontis & Aequatoris cum sinu cõplementi altitudinis Solis supra Finitorem cõfertur, ex his minor ducitur in totum & productus diuiditur in maiorem. Arcus hinc prodeuntis sinus è Quadrante circuli subductus, relinquit distantiam Solis Horizontalem ab exortu Aequatoris. Exemplum hoc proponitur: altitudo Solis inuenta est 44 grad. 52 min. cuius complementum 45 grad. 8 minut. huius sinus est 70875. Distantia verò Solis ab ortu Aequatoris in hoc loco est 48 partium, 35 minut. cuius complementum 41 part. 25 minut. Huius sinus rectus 66145, cum sit minor altero ducitur in sinum totum: & si productus diuidatur in maiorem, exurget 93326, cuius arcus 68 part. 56 minut. ex 90 sublatus, relinquit 21 part. 3 minut. Secundus inuestigandi modus declinationis stellarum, quæ sunt in circulo transeunte per tropica puncta Cancri & Capricorni, est talis. Si latitudinem oblata stella Septentrionalem sortiatur in semicirculo per initium Cancri ducto, maximam Solis declinationem, cum segmento latitudinis coniunges. Hinc declinatio inquisita constabit, in eodem semicirculo, si ab Ecliptica in Austrum stellæ deflexerint ad latitudinem inclinationi Aequatoris & Eclipticæ, æqualem nullam omnino declinationem habebit, sed exquisitè locum in Aequatore occupabit. Quòd si Austrina latitudo minor fuerit dicta circulorum inclinatione, illa ex hac sublata, relinquetur declinatio Septentrionalis: sin autem constituta latitudo inclinationem illam excedat, vtriusq; differentia dicetur Austrina stellæ declinatio. Porrò si aliqua stella occupauerit semicirculum per tropicum punctum Capricorni ductum, totius operationis processus conuerso ordine erit instituendus.

PROP

PROPOSITIO XLVIII.

Quantæ stellarum declinationes sint, ex sinuum tabulis colligere.

STellarum declinationes ab Aequinoctiali circulo, pro ratione partiũ Zodiaci, quas occupant, diuersis modis inuestigantur. Nam alio modo inquiruntur earum declinationes, quæ sunt in aliqua parte circuli per polos Zodiaci & Aequinoctiorum puncta circumducti, alio verò earum, quæ partem circumferentiæ occupant per initia Cancri & Capricorni transeuntis. Quæ verò passim extra hos circulos dispersæ conspiciuntur, adhuc variatam rationẽ sortiuntur. Vt autem à primo modo exordiamur, si stellam aliquam in circulo per initia Arietis & Libræ procedente conspexeris, multiplicabis eiusdem latitudinis sinum in sinum complemẽti maximæ Solis declinationis & productum distribues in maximum sinum. Huius Quotientis arcus oblatæ stellæ declinationem producet. Tertius modus illarum, videlicet stellarum, quæ in locis intermedijs constituuntur, plus negocij requirit. Nam hîc primò omnium considerandum, vtrum oblata stella propiùs accedat ad principium Cancri, an Capricorni, idq; secundum successionem signorum, an contra: & inuentæ distantiæ sinum multiplices in sinum maximæ Solis declinationis, & productum diuidas in totum. Hinc sinus exeuntis arcus ex Quadrante circuli sublatus, relinquit circũferentiam primam, cuius complementi sinum vbi contuleris, cum sinu complementi maximæ Solis declinationis, duces minorem ex his in totũ, & productum in maiorem diuides. Sinus Quotientis ex 90 partibus subductus, secundam circumferentiam reddit, quæ appellationem sortietur ab illa Zodiaci parte, in qua stella collocata fuerit, & si constiterit in parte Septentrionis, dicetur secunda circumferentia Septentrionalis. Hanc autem stellæ latitudini adijcies, si vtraq; Septentrionalis fuerit, aut minorem subtrahas à maiori, si latitudo stellæ & altera Zodiaci pars diuersis appellentur nominibus. Quicquid ex huiuscemodi additione coaluerit, aut subtractione reliquum fuerit, argumentum declinationis appellabitur. Sed maioris differentiæ causa, si ex additione confletur, appellationem argumenti, si ex subtractione relinquatur maioris numeri denominationem cõseruabit. Insuper multiplicabis sinum complementi primæ circumferentiæ in sinum declinationis argumẽti, & productum distribues in totum. Quotiẽtis arcus declinationem stellæ inquisitam patefaciet, quæ etiam argumenti nominis cõmunionem suscipiet. Interim hîc memineris, vt si nihil in argumento restiterit, declinationem etiam nullam esse noueris. Exempli gratia, quartam stellam Agitatoris, Apianus secundum Alphonsi Regis hypotheses, constituit in longitudine part. 19 minut. 59 Geminorum, & in latitudine Septentrionali 26 part. 0 minut. Huic longitudini propter motum absidum Planetarum & stellarum fixarum ab eiusdem Alphonsi tempore, vsq; ad annum 1517, adiectæ partes 2 & 37 minut. eandem constituunt in partem 22, minut. 35 Geminorum. Cuius latitudinem fixam & immotam, vnà cum artificibus retinemus. Est igitur huius stellæ secundum obliqui circuli ordinem à primo Cancri puncto distantia 7 part. 25 scrupul. cuius sinũ 12908, si multiplices in sinum maximę Solis declinationis 38974 & productũ in totum partiaris, emergit 5147, cuius circumferentia 2 part. 57 scrup. est prima. Insuper sinus complementi maximæ Solis declinationis 91706 multiplicetur in totum, & productus numerus diuidatur in sinum complemẽti primæ circumferentiæ 99867. Hinc prodit 91829, cuius arcus scilicet 66 part. 41 minut. complementum est circumferentia secunda & Septentrionalis, propter signi sui declinationem. Præterea hæc circumferentia s. 23 part. 19 scrup. adiecta stellæ latitudini, quę est 20 part. cum eiusdem partis appellationẽ habeant,

profert argumenti declinationis partes 43 ſcrup.19. Supereſt tandem vt multiplices primæ circumferentiæ complementi ſinum, ſcilicet 99867 in ſinum argumenti declinationis, ſcilicet 68603, & productum in totum diſtribuas: ex quo reſultabit ſinus 68512, cuius arcus 43 part.15 minut. inquiſitam declinationem oſtendit. Et cum argumentum ſit Septentrionale, eodem nomine appellabitur & declinatio. Eandem etiam declinationem alia ratione licet inuenire, & aliquorum iudicio cōmodiore forſan. Inſtituitur autem huiuſcemodi operis proceſſus in hunc modum. Conſiderandum eſt primò, vtrum oblata ſtella Zodiaci ſemiſſem poſsideat, & vtri Aequinoctiorum puncto vicinior fuerit, cuius diſtantia è Quadrante circuli ſublata, complemēti ſinum ducas in ſinum complementi ſtellæ latitudinis. Et producto in totū diuiſo in Quotiente proueniet ſinus, cuius arcus complementum erit circumferentia prima. Adhæc ſinum latitudinis ſtellæ multiplices in totum, & productum diuidas in ſinum primæ circumferentiæ. In Quotiente prodibit ſinus circumferentiæ ſecundæ, quam maximæ Solis declinationi adijcies, ſi nomen latitudinis nō differat ab Eclipticæ ſemiſſe. Ex his conflatur ſumma, quæ dicitur argumentum declinationis. Hoc eius Eclipticæ ſemiſsis, in quo oblata ſtella conſtiterit, appellationem conſequitur. Sed ſi latitudo ſtellæ aliam denominationem habuerit, quam ſemiſsis Eclipticæ, quem occupauerit, ac circumferentia ſecunda minor fuerit, maxima Solis declinatione, illa ab hac eſt ſubducenda, & reſidua pars dicetur argumentum declinationis, quod denominabitur à ſemiſſe Eclipticæ. Sin autem ſecunda circumferentia maximam Solis declinationem exceſſerit, hanc auferas ab illa. Differentia relicta argumētum declinationis erit, quod denominationem latitudinis ſortietur. Tandem multiplices argumenti ſinum in ſinum primę circumferentiæ, & productū in totum diſtribuas. Quotientis arcus declinationis ſegmētum in lucem proferet. Exemplum eiuſdem quartæ Agitatoris ſtellæ, quæ ſupra dextrum ſcoptulum cōſiſtit, hîc repetitur. Huius ſtellæ complementum diſtantię ſecundum Eclipticæ ductum à ſectione verna eiuſdem, & Aequatoris, eſt 7 part.25 ſcrup. cuius ſinum ſi duxeris in ſinum complementi latitudinis, qui eſt 93969, & productum diuiſeris in ſinū maximum, prodibit 12129, cuius arcus 6 part.58 ſcrup. complementum 83 par. 2 ſcrup. conſtituit circumferentiam primam. Porrò cum ſinus latitudinis ſtellæ multiplicatur in totum, & productum diſtribuitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, prodit in Quotiente 34456 ſinus, cuius circumferentia 20 part.10 ſcrup. hîc dicitur ſecunda. Cum autem ſtella poſsideat ſemiſſem Eclipticæ Septentrionalem, & in eandem partem deflectat latitudo, ex maximę Solis declinationis, & ſecundæ circumferentiæ ſumma conſurgit argumētum declinationis Septentrionale 45 part.40 ſcrup. Huius argumenti ſinus nimirum 69046 cum ducitur in ſinum primæ circumferentiæ, ſcilicet 99261, & productum diuiditur in totum, exoritur 66536, ſinus cuius arcus 43 part.15 minut. oblatę ſtellę declinationem patefacit.

PROPOSITIO XLIX.

Quæ'nam Æquatoris pars, cum oblata ſtella Finitorem rectum aut Meridianum circulum attingat, inuenire.

QVando ex præmiſſa propoſitione ſtellæ declinatio fuerit inuenta, eiuſdem complementi ſinum proponas tibi vnà cum ſinu primę circumferentiæ, quem duces in totum, & productum diſtribues in alterum. Quotientis arcus erit aſcenſionis radix, & ſi fuerit ſtella in primo Zodiaci Quadrante, eius radicis complementum aſcenſionis arcum oſtendet: ſi in ſecundo Quadrāte, qui eſt à principio Cancri ad finem Virginis, eadem ſtella inuenietur, radicem

ipſam,

ipſam adijcies 90 partibus, ſi fuerit inter principium Libræ & finem Sagittarij, radicis complementum adijcias ſemicirculo: ſi fuerit inter principium Capricorni & finem Piſcium, radicem addas 270 circuli partibus, & aſcenſio recta prodibit. Quartæ Agitatoris ſtellæ inuenta eſt declinatio 43 part. 15 ſcrup. cuius complementum 46 part. 45 ſcrup. cuius ſinus diuiſoris locum ſubibit. Primæ circumferentiæ complementum erat 6 part. 58 ſcrup. & ſinus eius 12129, quem ſi multiplices in totum & productum diſtribuas in alterum ſinum, inuenies 16652 ſinum, cuius circumferentia 9 par. 35 minut. eſt aſcenſionis inquiſitæ radix, quæ ex 90 circuli partibus ſublata, relinquit aſcenſioni oblatæ ſtellæ 80 part. 25 ſcrup. Aequatoris, quæ pars cum ipſa cæli culmen attingit.

PROPOSITIO L.

Cum quota Eclipticæ parte oblata ſtella cæli culmen conſcendat, expedite colligere.

VT inuenias illam Eclipticæ partem, quæ cum oblata ſtella cæli medium attingit, ex antegreſsis propoſitionibus eiuſdem aſcenſionem rectam, & quæ ipſi Eclipticæ pars in recto Horizonte reſpondeat, inquiras. Id quod hac ratione fiet: multiplices ſinum aſcenſionis rectæ complementi in ſinum maximæ declinationis, & productum in totum partiaris. Quotientis arcus complementum ſeorſim conſeruabis, cuius ſinus erit diuiſor. Dehinc ſinum aſcenſionis rectæ duces in totum, & productum diſtribues in diuiſorem. Ex hoc ſinus prodeuntis circumferentia punctum Eclipticæ, qui cum oblata ſtella in cæli culmine conſtiterit, producet. Quòd ſi arcus aſcenſionis rectæ Quadrantem circuli exceſſerit, complementum eius in opere ſubſtituas, & inuẽtam circumferentiam contra obliqui circuli ductum à principio Libræ dinumeres. Si integrum ſemicirculum aſcenſio exceſſerit, ſecundum ſignorum ſucceſsionem ab initio Libræ procedas: ſi eadem maior fuerit 270 partibus inuẽtam circumferentiam à prima Arietis parte contra ſignorum ordinem computabis. Quartæ Agitatoris ſtellæ aſcenſio recta eſt inuenta 80 part. 25 ſcrupul. cuius complementi, ſcilicet 9 part. 35 ſcrup. ſinus rectus cum ducitur in ſinum maximæ declinationis, & productum diuiditur in totum, exurgit ſinus 6639, cuius arcus eſt 3 part. 49 minut. Eſt igitur huius complementi ſinus diuiſor 99778. Præterea ſi multiplicaueris aſcenſionis rectæ ſinum 98604 in totum, & productum in diuiſorem diſtribueris, naſcetur in Quotiente 98823 ſinus, cuius arcum ſi ab interſectione verna Eclipticæ & Aequatoris ſecundum partiũ ſucceſsionem numeraueris, finem in 21 part. 12 ſcrup. Geminorum deprehendes, quæ cum prędicta ſtella Meridianum circulum ingreditur.

PROPOSITIO LI.

Quanta ſit circumferentia amplitudinis ortiuæ & occiduæ, cuiuſuis oblatæ ſtellæ, dinumerare.

MEmineris hîc illis tantùm ſtellis amplitudinem ortiuam & occiduam competere, quarum declinatio ſit minor complemento eleuationis Poli: ſicut alibi etiam demonſtrauimus. Nam ſi illa fuerit ęqualis huic, ſtella tantum leuiter continget Horizontem: ſin maior fuerit, ſtella continuis motibus ſupra Finitorem loci circumuoluetur. Nullam igitur amplitudinis partem ſortiuntur ſtellæ in illis locis, ſub quorum Finitorem nunquam demerguntur. Vt ſuperius tractata Agitatoris ſtella, cuius declinatio 43 part. 15 ſcrup. conſtat. Hanc, conſtituta Poli altitudine 48 part. 20 ſcrup. ipſius complementum 41 part. 40 ſcrup. ſuperat exceſſu 1 partis 35 ſcrup. Nunquam igitur huius loci

attingit Horizontem. Constituta igitur stellæ declinatione, quę sit minor Poli complemento, sinum illius multiplices in totum, & productum partiaris in sinum complementi eleuationis Poli, si modò ipsum declinationem excesserit, sin minus operationem conuertas in contrariam partem. Hinc tibi sinus amplitudinis inquisitę prodibit. Vt autem exemplum hîc aliquod habeamus, constituit Apianus Mercurij stellam in 10 grad. 12 minut. Tauri, cuius latitudo fuerit 3 grad. 20 minut. ac declinatio 11 part. 59 scrup. cuius sinus rectus cum multiplicatur in totum & productum distribuitur in sinum complementi altitudinis poli, prodit in Quotiente 31238 sinus, cuius circumferentia 18 par. 12 scrup. quæsitam amplitudinem patefacit, quę tam in parte Occidentis, quàm Orientis Septentrionalis dicitur.

PROPOSITIO LII.

Circumferentiam Æquatoris, quæ metitur tempus reuolutionis oblatæ stellæ ab Oriente in Occidentem metiri.

QVemadmodum anteà de Sole demonstrauimus rationem supputationis diurni temporis: ita nunc in reliquis stellis inuestigabimus temporis quantitatem, quo ab Oriente in Occidentem primi motus raptu in circulis Aequatori parallelis circumferuntur. Primum inuentis oblatæ stellæ amplitudine & declinatione, complementi amplitudinis sinum multiplices in totum, & productum diuidas in sinum complementi declinationis. Et Quotientis circumferentia è Quadrante circuli sublata, remanebit ascensionalis differentia. Si igitur stellæ declinatio fuerit Septentrionalis, differentiam hanc adijcies 90 partibus, sin Meridionalis ex ijsdem subduces. Hinc semisis inquisitæ circumferentię consurget, cuius duplum in horas & scrupulos conuersum, totius circumuolutionis tempus quæsitum producet. Exempli gratia loci Mercurij, quem in antecedente propositione occupabat, declinatio est 11 part. 59 scrup. & complementum 78 part. 1 scrupul. cuius sinus rectus cum in totum ducitur, & productus numerus in sinum complemēti amplitudinis distribuitur, exoritur sinus 97114, cuius arcus 76 part. 12 minut. è 90 sublatus, restituit ascensionalem differentiam, quæ est 13 part. 48 minut. Et cum Mercurius in Septentrionem declinet, hæc 90 partibus coniuncta conficit 103 part. 48 scrup. semissis motus, quo in superiori hemisphærio ab Oriente in Meridiem conscendit. Duplum huius est 207 part. 36 scrup. Quare tempus totius motus superioris constat 13 horis, 48 minut.

PROPOSITIO LIII.

Quanta sit obliquæ ascensionis Stellarum circumferentia, inquirere.

EX antegressa propositione facillimè hæc absoluitur. Nam si in Austrum stella deflexerit, ascensionis ipsius rectæ circumferētiæ differentiam ascensionalem adijcies: si in Septentrionem declinauerit, hanc ex illa subduces. Ac ita sine omni negocio propositæ stellæ obliqua ascensio occurret. Cum in superiori exemplo stella Mercurij in Septentrione constituatur, & ascensio eius recta constet 39 part. 37 minutor. Ex hac subtracta ascensionalis differentia, relinquit part. 25, scrup. 49 Aequatoris. Tanta est in hoc situ obliqua Mercurij ascensio. Iam verò cum quota Eclipticæ parte eadem stella in obliquo Horizonte consistat, ex obliquarum ascensionum tabulis facillimè cuiuis innotescit.

PROPOSITIO LIIII.

Quantæ sint altitudines Stellarum ad certa tempora & loca quæsitæ, ex sinuum tabulis colligere.

IN vestibulo huius operis ostendimus, quomodo ex obseruata alicuius stellæ supra Finitorem loci altitudine, verùm temporis momentum ratiocinemur: hîc vice versa qua ratione ex oblato tempore stellarum altitudines inueniantur, explicabimus. Primò sinum distantiæ propositæ temporis, qua stella distiterit à Meridiano, multiplices in sinum declinationis cōplementi, & productum distribuas in sinum maximum. Hinc tibi sinus egredietur, cuius circumferentia dicetur prima, cuius complementi sinum conferes cum sinu declinationis stellæ. Ex his minorem ducas in totum, & productum diuidas in maiorem. Et si hinc prodeuntis sinus arcum eleuationi Poli adieceris, habebis circumferentiam secundam. Tandem multiplices circumferentiæ primæ complementi sinum, in circumferentiæ secundæ complementi sinum, & productū partiaris in totum. Nam hinc tibi sinus altitudinis quæsitę prodibit. Exempli gratia, assumamus spicam Virginis, ex cuius altitudine anteà inquisiuimus certum nocturni temporis momentum, verum hîc ex eiusdem stellę à Meridiano distantia ipsius altitudinem vicissim colligamus. Huius stellæ distantia à Meridiano inuenta nobis erat 37 part. 28 scrupul. cuius sinus est 60829, declinatio verò 8 partium & 16 scrupul. ferè cuius sinus est 14378, cuius complementum est 81 part. 44 scrupul. & sinus 98960. Cum igitur multiplicatur huius complementi sinus in sinum distantiæ à Meridiano, exurgit 6019637840, qui diuisus in totum restituit 60196. Atq; huius circumferentia 37 part. 1 scrupul. est prima, & complementum 52 part. 59 scrupul. cuius sinus 70846. Quare sinum declinationis cum sit minor altero, si ducamus in totum, consurgit 1437800000, qui numerus distributus in sinum complementi primæ circumferentiæ, restituit 18007, cuius arcus est 10 part. 23 scrup. Hinc adijciemus Poli altitudini, quæ constituta nobis erat, 46 part. & prodibit circumferentia secunda 59 part. 23 scrupul. cuius complementum est 30 part. 37 scrupul. & sinus 50929, quem multiplicauimus in sinum complementi circumferentiæ primæ, & prodijt 4066476934. Si hic diuidatur in totum, exurget sinus 40664, cuius arcus ex sinuum tabulis inuenitur 24 partium, qualium totus circulus habet 360. Tāta igitur est ad propositum tempus huius stellæ altitudo, cui etiam obseruatio nostra exquisitè respondet.

PROPOSITIO LV.

Angulum inclinationis planorum Æquatoris & Eclipticæ quolibet anni tempore intra paucos dies ex obseruatione Solis ortus & alicuius stellæ fixæ ad Meridianum accessum, ratiocinare.

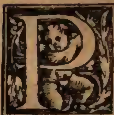
ET si in principio rationem obseruandi angulum inclinationis Zodiaci & Aequatoris iuxta sententiam Ptolemæi descripserimus, visum est tamen hîc alium modum à Petro Appiano ingeniosissimè excogitatum, quo intra paucos dies eiusdem anguli quantitatem quouis anni tempore deprehendamus, subnectere. Nam sicut anteà demonstrauimus, obseruationes Ptolemæi tantùm Solstitiorum temporibus accommodari possunt. Neq; hîc ab alijs artificibus, præterquàm solo Appiano exactiores obseruandi rationes inuentas esse constat. Ac sæpenumero contingit, vt annis aliquot Solstitiorum tempora, propter nubilosum aerem non possint deprehendi. Vt igitur ad institutum

veniamus, fixam aliquam stellam obseruabis (etiam neglecta eiusdem longitudinis & latitudinis ratione) Meridianum circulum attingentē, quo tempore in prōptu habebis Clepsydram, aut aliud horologium in eum vsum, vt temporis differentiam inter obseruationem propositæ stellæ & exortum Solis interceptam exquisitè dimetiaris. Deinde per Quadrantem eiusdem Solis ortus amplitudinem obseruabis. Post dies aliquot per eandem stellam temporis differentiæ, exortus Solis, & amplitudinis obseruationes eodem modo quo antè repetas. Neq; dissimilis est obseruandi ratio Sole in Occidente constituto: tantùm hîc memineris, vt quotcunq; dies intercesserint, obseruationes hæ fiant Sole eundem Eclipticæ Quadrantem peragrante. His constitutis, minoris temporis differentiam subduces è maiori, & residuam partem seorsim conseruabis. Insuper his amplitudinibus ex sinuum tabulis, vt anteà ostendimus, & suas declinationes & ascensionales differentias supputabis: & cum vtriusq; temporis differentiam maiori differentiæ ascensionali addideris, ex collecta summa subtrahes differentiam ascensionalem minorem. Tum illa pars, quæ ex subtractione restiterit, erit ascensio recta inter obseruata Solis loca. Nunc iam ad inuentionem solutionis propositæ quæstionis progredieris in hunc modum. Cum habeantur duorum Solis locorum declinationes, & inter ea comprehensa ascensio recta sinum complementi minoris declinationis multiplicabis in sinum ascensionis rectæ, & productum in maximum diuides, ex quo emergentis sinus erit circumferentia prima. Huius complementi sinum conferes cum sinu declinationis minoris, & minorem ex his duces in totum, & productum distribues in maiorem. Dehinc Quotientis arcum adimas declinationi maiori, & residua portio dicetur secunda circumferentia. Iam sequitur, vt sinus complementorum primæ & secundæ circumferentiæ inter se multiplices & productum in totum diuidas, ex quo prodeuntis sinus arcum de quarta circuli parte tollas, & remanebit arcus Eclipticæ inter primam & secundam obseruationem interceptus. Adhæc multiplices primæ circumferentiæ sinum in totum, & productum distribuas in sinum huius arcus Eclipticæ, siue distantiæ locorum Solis, & exorietur sinus circumferentię tertiæ. Huius sinum iterū ducas in sinum complementi maioris Solis declinationis, quæ in altera obseruationum fuerit inuenta & productum in totum partiaris. Superest tandem, vt hinc exurgentis sinus arcum ex quarta circuli parte subducas, & relinquetur arcus maximæ Solis declinationis. Exemplum huius propositionis tale constituit. A temporis momento, in quo stella sub Meridiano fuit obseruata vsq; ad exortum Solis per Clepsydram inuenta sit vna hora & 40 scrup. Post 45 dies per similem eiusdem stellæ obseruationem vsq; ad exortum Solis elapsa sit temporis differentia 3 horarum 30 scrupul. 12 secun. ex qua dum subtrahitur 1 hora cum 40 scrup. remanet 1 hora, 50 scrup. 12 secun. quę differentia in partes Aequatoris conuersa, producit partes 27, 33 scrup. quā differentiā seorsim conserues. In priori Solis ortus obseruatione oblata est eiusdem amplitudo 9 part. 51 scrupul. cuius declinatio inuenitur 6 part. 34 scrupul. & ascensionalis differentia 7 part. 22 scrupul. In posteriori obseruatione apparebat amplitudo 31 part. 53 scrup. quare declinatio erit 20 part. 42 scrupul. & ascensionalis differentia 24 part. 49 scrup. quæ cum sit maior altera, adijcitur parti seorsim conseruatæ & consurgunt partes 52, scrup. 22, ex quibus subducitur altera differentia ascensionalis, & supersunt 45 partes tantum. Tanta est rectę ascensionis circumferentia inter duo Eclipticæ puncta, in quibus obseruatus est Sol, intercepta. Iam nunc cōstitutis vtriusq; amplitudinis declinationibus & ascensione recta, multiplicatur sinus complementi minoris declinationis 99343 in sinum ascensionis rectæ, scilicet 45 part. 70710 & productum distribuitur in totum.

totū. Hinc nascitur sinus 70245 cuius circumferētia 44 part. 38 scrup. dicitur prima. Dehinc minoris declinationis sinus ducitur in totum, & productum diuiditur in sinum complementi primæ circumferentiæ, ex quo egreditur sinus 16070, cuius arcus 9 partium 15 minut. subtractus ex maiori declinatione alterius obseruationis, quæ est 20 part. 42 scrup. relinquit secundam circumferentiam 11 part. 27 scrupul. Huius complementum est 78 part. 33 scrup. & sinus rectus 98009, qui multiplicatur in sinum complementi primæ circumferentiæ, qui est 71161 & productum diuiditur in sinum totum. tunc prodit in Quotiente 69744, cuius arcus 44 grad. 13 minut. ademptus quartæ circuli, reddit 45 grad. 47 minut. Tanta est Eclipticæ pars, quæ inter vtriusq; obseruationis puncta concluditur. Iterum ducitur sinus primæ circumferentiæ in totum, & productum diuiditur in sinum inuentæ partis Eclipticæ. hinc exurgit 98012, sinus, cuius circumferentia dicitur tertia. Postremò omnium ducitur hic sinus in sinum maioris declinationis complementi, & productus numerus in totum distribuitur, ex quo nascitur sinus 91696, cuius circumferentia 66 part. 30 scrup. ex Quadrante circuli surrepta, restituit 23 part. 30 scrup. Atq; tantus est prædictus angulus inclinationis Aequatoris & Zodiaci tam laboriosè inquisitus. Cæterùm hîc noueris exemplum hoc docendi causa duntaxat pręscriptū esse, vt studiosi intelligerent huius inuentionis rationem, & ipsi per accuratas obseruationes diligentius rei veritatem explorarent. Nam quę hîc sunt assumptę hypotheses proximè ad obseruationes accedunt: non tamen omnino exquisitè. Hactenus primi motus problemata maximè necessaria & vtilia breuiter quidem pro ratione nostri instituti explicauimus, quorum fundamenta maximè in sphericis triangulis consistunt, quę si rectè intellexerint discentes, facilè ipsi suo Marte plura excogitare, & vlterius sine cortice (vt aiunt) natare poterunt.

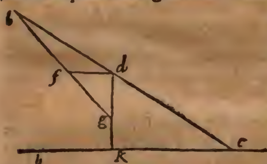
SECTIO TERTIA, DE RATIONIBVS GNOMONVM AC VMBRArum ac fundamento Sciotericorum instrumentorum.

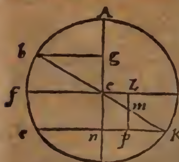
PROPOSITIO LVI.



OSTQVAM in antegressis propositionibus explicatæ sunt rationes obseruandi ea, quę ab artificibus vocantur τὰ φαινόμενα, ac vice versa expositi canonis primi motus, quibus cōgruentem ad certa tempora ipsis apparentijs calculum instituimus: non abs re fuerit, si de rationibus vmbrarum, ac earum magnitudinum demōstrationibus, pro diuersa Solis aut Lunę supra Finitorem eleuatione tractationem hîc instituamus. Ex his non tantùm intelligent amātes veritatis, quę sit ratio mutationis in vmbrarū quantitatibus, & earundem ad erectos gnomones, siue quęuis corpora Horizonti ad perpendiculum insistentia proportio: sed etiam quis earum sit vsus in erudita Astronomices parte, quæ ab artificibus Meteoroscopice appellatur. id quod ex sequentibus propositionibus euidentius intelligetur. Vmbrarū, alias vocant rectas, alias versas. Recta vmbra est, quam corpus ad rectos angulos Horizonti, aut eidem parallelo plano insistens, in ipsius superficiem planam, vel eidem ęquidistantem projicit. Versām vmbram appellant, quę projicitur ab aliquo corpore Horizontis planę superficiei ęquidistante in planū alterius

Finitori ad rectos angulos incumbentis. Hic scire licet eandem esse rationem sinus recti altitudinis Solis quouis tempore ad sinum complementi, quæ est corporis ad perpendiculum erecti ad suam vmbram, item eandem esse sinus complementi ad sinum altitudinis, quæ fuerit corporis Finitori æquidistantis ad vmbram versam. Hinc manifestum est per regulam proportionis ex obseruata Solis altitudine, quantitatem vtriusque vmbræ, & vicissim ex magnitudine vmbræ Solis altitudinem supra Finitorem facillimè supputari posse. Quare consequitur Sole 45 altitudinis gradum occupante, quia sinus altitudinis & complementi sint æquales, omnes vmbras suis corporibus adæquari. Sed cum Solis altitudo hanc metam excesserit, etiam erectorum corporum altitudines suas vmbras superant, & vmbræ versæ pro ratione accessus Solis ad verticem continuè in maiorem longitudinem extenduntur. Præterea constat, Sole tropicis punctis viciniores partes peragrante, vmbras meridianas minimas differentias sortiri, sed eodem circa Aequinoctiorum puncta versante, aliquot diebus in meridie maximas earum differentias constitui. Quo corpus luminosum propius ad terram accesserit, eo maius incrementum vmbræ assumunt, etiam si in eadem verticalis superficiei altitudine cõstiterit. Constat etiam tam sub recta sphæra habitantibus, quàm inter Aequatorem & alterum tropicorũ, vmbras rectas in Meridie quandoque flecti in Austrum, quandoque in Septentrionem. Nam in recta sphæra cum Sol ab intersectione Eclipticæ & Aequatoris verna in signa Septentrionalia procedit semper in Meridie vmbræ in Austrum flectuntur, & è conuerso cum ex primo Libræ puncto in Austrina Eclipticæ dodecatemoria digreditur, vmbras Meridianas in Septentrionem incidere necessariũ est. Quoties verò in altera Aequatoris & Zodiaci intersectione tempore meridiei Sol cõstiterit, nullas tunc vmbras fundi sine dubio constat. Idem sub tropicis punctis habitantibus semel in anno tantùm euenire certum est. In reliquis regionibus extra Solstitiorum puncta cõstitutis vmbræ meridianæ versus eum polum proijciuntur, qui supra Finitorem eleuatur. Omnia hæc ex sequentibus figuris luce clarius innotescent. Sphæra Solis sit in b, h c tabula Horizõti æquidistans, super quã ad rectos angulos erigatur regula d k, radius Solis ex superiori parte b per summũ regulæ d transiens, in c finitur. Erit ergo vmbra regulæ k c, quam rectam appellamus. Iterum sit alia regula priori ad rectos angulos infixa, f d, per cuius extremum f radius Solis procedens, in g partẽ extenditur, hinc fit vmbra g d, quam versam semper vocari memineris. Quam appellationẽ ideo sortita est, quòd verso modo se habeat ad vmbram rectam, aut quia versam rationem ad sinum vmbrosum (vt loquuntur) obseruare videatur, nempe quã vmbrosum ad vmbram suam rectam. His cõstitutis sit circulus altitudinis a f e k, ex c centro descriptus, Horizõtis sit dimetiens f c l æquidistans inferiori lineæ e k: nam propter exiguã terræ semidiametri magnitudinis rationẽ ad semidiametrum orbis distantiæ Solis nullus error consequetur, si hanc ab illa vtcunque disiunxerimus. Regula c n ad rectos angulos e k sit infixa, Sol sit in b, cuius sinus altitudinis b d, regula c l in Horizontis planicie, & l p ad rectos angulos cõtingat. Radius Solis per vtriusque c n & l c extremitates procedẽs





in k

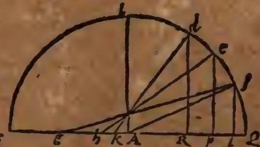
in k punctum incidit. Erit igitur n k vmbra recta, l m vmbra versa. Complementũ altitudinis Solis a b, cuius sinus rectus b g & eidem per 34 primi Elementorum Euclidis d c æqualis. Hic iam necessario trigoni b d c, c n k, & c l m sunt ęquianguli. Nam cum anguli d, n, l sint recti, ac insuper angulus n c k interiori & opposito ad eandem partem c b d, & alteri c m l per 29 primi Elementorum sit ęqualis, erunt etiam reliqui acuti inter se æquales. Cum igitur trigoni omnes sint ęqualium angulorum per quartam sexti Euclidis latera ęquales angulos subtendentia, easdem inter se rationes custodient. Quare quæ est ratio b d ad d c, ea est c n ad n k, & l m ad c l. Cõstat igitur euidenter quomodo ex data Solis supra Horizõtem altitudine beneficio regulæ proportionis vtriusque vmbræ magnitudinem supputare possis. Multiplices sinum complemẽti eleuationis Solis per altitudinem corporis ad perpendiculum erecti, & productũ in sinum rectum altitudinis Solis partiaris, ita vmbræ rectę quantitas cognoscetur. Sed vt eiusdem erectæ superficiei vmbrã versam inuenias, ducas ipsius magnitudinem in sinum altitudinis Solis, & inuentum numerum per sinum complementi distribuas, tum vmbræ versæ quantitas innotescet. Obseruata sit exempli gratia Solis altitudo 25 par. cuius sinus rectus est 42261 sinus complementi 65 part. 90630. Sit altitudo alicuius erectæ superficiei 12 part. æqualium. Multiplicabis ergo 12 part. in 90630, ac cõstituentur 1087560 quæ distributæ in 42261 producũt vmbram 25 part. & 44 scrup. Iterum multiplices 12 in 42261, hinc oriuntur 507132 partes, quæ diuisæ in 90630 faciunt quantitatem vmbrę versæ 5 part. scrup. 36. Hinc versa vice quomodo per eandem demonstrationem ex magnitudine vmbræ versæ aut rectæ Solis altitudinem ratiocinemur, ostendendum. Cum enim tres ὀρθογώνιοι trigoni b d c, c n k, & c l m æquales angulos obtineant, consequitur ex inuentione anguli c k n, aut l c m Solis altitudinem notam fieri. Quare si multiplicaueris c n & n k lineas quadratè, consurget quadratũ c k, & hinc exacta radix ipsius c k magnitudinem producet. Quam rationem hîc habuerit c k ad c n, eandem seruabit sinus maximus ad sinum anguli c k n, cui b c d adęquatur. Duces ergo sinum totum in c n lineam, & productum in c k distribues, Inuenies enim b d sinum rectum Solis altitudinis. Eodem modo cum angulus l c m sit æqualis b c d, ex duobus quadratis c l & l m linearum coniunctis extracta radix c m patefacit. Quare multiplicata linea l m per sinum totum, & producto diuiso in c m etiam sinus rectus eleuationis Solis b d innotescit. Idem per tabulam Gnomonicam quam inferiùs subijciemus Georgij Peurbachij faciliùs expedire licet. Semper ille latus alterum rectum angulum ambientium 1200 partiũ constituit. Quoties igitur vmbra recta maior fuerit superficie erecta, à qua proijcitur, multiplices huius magnitudinem per 1200, & productum numerũ in vmbræ longitudinem distribuas, hinc exurget numerus, qui in tabula quæsitus, angulum eleuationis Solis ostendat. Sed si corpus vmbram suam quantitate excesserit, multiplices eam per 1200, & productum in magnitudinẽ corporis partiaris. Hinc prodibit numerus, cuius angulus ex Quadrante circuli sublatus, Solis altitudinem supra Finitorem relinquet. Ex his demonstrationibus tabulam, quæ ex quantacunque Solis altitudine rationes vmbrarum ad sua corpora, & hinc vicissim Solis eleuationem quocunque tempore aperiat, constructam subiecimus.

Tabula quantitatis utriusq; umbræ rectæ & uersæ in partibus quarum umbrosum (ut uocant) est 12, ad singulas altitudinis Solis partes supputata.

altit.	⊙ op.	Vmbra recta		altit.	⊙ op.	Vmbra recta.		altit.	⊙ op.	Vmbra recta	
G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.	G.	G.	P.	M.
0	90	Vmbra inf.		30	60	20	47	60	30	6	56
1	89	695	44	31	59	19	58	61	29	6	39
2	88	343	39	32	58	19	12	62	28	6	23
3	87	228	57	33	57	18	29	63	27	6	7
4	86	171	37	34	56	17	47	64	26	5	51
5	85	137	9	35	55	17	8	65	25	5	36
6	84	114	10	36	54	16	30	66	24	5	21
7	83	97	44	37	53	15	52	67	23	5	6
8	82	85	28	38	52	15	21	68	22	4	51
9	81	75	46	39	51	14	49	69	21	4	36
10	80	68	3	40	50	14	18	70	20	4	22
11	79	61	44	41	49	13	48	71	19	4	8
12	78	56	27	42	48	13	20	72	18	3	54
13	77	51	39	43	47	12	52	73	17	3	40
14	76	48	8	44	46	12	26	74	16	3	26
15	75	44	46	45	45	12	0	75	15	3	13
16	74	41	51	46	44	11	35	76	14	3	0
17	73	39	15	47	43	11	11	77	13	2	46
18	72	36	54	48	42	10	48	78	12	2	32
19	71	34	51	49	41	10	26	79	11	2	20
20	70	32	58	50	40	10	4	80	10	2	7
21	69	31	16	51	39	9	43	81	9	1	54
22	68	29	42	52	38	9	22	82	8	1	41
23	67	28	16	53	37	9	3	83	7	1	28
24	66	26	57	54	36	8	43	84	6	1	16
25	65	25	44	55	35	8	24	85	5	1	53
26	64	24	37	56	34	8	6	86	4	0	50
27	63	23	35	57	33	7	48	87	3	0	38
28	62	22	34	58	32	7	30	88	2	0	25
29	61	21	40	59	31	7	13	89	1	0	12
30	60	20	47	60	30	6	56	90	0	0	0
⊙ op.	altit.	Vmbra versa		⊙ op.	altit.	Vmbra versa		⊙ op.	altit.	Vmbra versa	

Nunc

Nunc, qua ratione fiat, vt, quoties Solis eleuatio supra Finitorem minor fuerit 45 partibus, omnes vmbræ sua corpora magnitudine excedant, cõtra cum altius besse ascenderit, vmbrarum longitudines ante meridiem decrescant, & post continuè ad Solis occasum vsq; incrementum assumant. Sed dum 45 altitudinis gradum attingit, vmbrarum & corporum magnitudines inter se exquisitè sint æquales, videamus. Semicirculus altitudinis c b q, cuius centrum a, quod terram repræsentet, diameter Horizontis c a l, verticis punctum b, m a stylus ad rectos angulos Horizontis plano insistens, altitudo Solis in f minor sit besse, e sit exactè 45 partium, d easdem superet. Sinus rectus arcus f g, sit f l, & eiusdem cõplementi l a, dum Sol igitur fuerit in



f, radium extendens per m in g, erit vmbra styli g a, dum in e, h a, sed in d, k a, quæ est inter has omnes minima. Hic autem considerare licet, quantum ad Solis altitudinem explorandam attinet, triangulos f a l, & f g l æquales esse. Nam etsi radius ex Sole ductus in basin a minor hic videatur, tamen differentia huius ab illo, qui in finem vmbræ extẽditur, sensu nulla deprehendi potest. Quare sunt æquales statuendi radij f a & f g. Porrò cùm æquidistet m a ipsi f l, eruntq; m g a, & f g L siue f a l trigoni ęquianguli, idem de reliquis etiam intelligi velim. Quare per quartam sexti elementorum latera æquales angulos subtendentia inter se easdem rationes custodient. Cum igitur f q circumferentia minor sit 45 partibus, erit sinus complementi maior f l, & eadem est ratio l a ad f l, quæ est g a ad a m. Quare g a vmbram maiorem esse m a necessarium est. Porrò sit arcus e q 45 partium, cuius sinus rectus e p æqualis sinui complementi. Est igitur vmbra h a ęqualis m a. Tertiò arcus d q 45 partes excedat, hic sinus complementi b d, cui æquatur a r, minor est sinu altitudinis d q. Quare etiam vmbræ a k minor erit m a. Porrò quemadmodum hic ante meridiem Sol ab Horizontis contactu paulatim in Meridiem ascendit, qua ratione fit, vt complementa continuè decrescant, ita post meridiem, cum descendit, complementa augeri necessarium est. Hinc manifestum est in illis locis, vbi maxima Solis altitudo 45 altitudinis gradum nũquam accedere potest, semper vmbrarum longitudines sua corpora superare. Cæterùm quod de locis sub recta sphæra constitutis superius diximus, hac figura ostendemus. Sit meridiani semicirculus d b c, cuius a centrum, c polus arcticus d antarcticus, dimetiens Aequatoris b a, e a Eclipticæ pars Australis, a o Septentrionalis, k a stylus ad perpendiculum erectus, cuius vmbræ meridianę toto anno obseruãtur. Cum Sol tempore meridiei fuerit in communi sectione circulorum Aequatoris & Zodiaci, scilicet in b, nullam k a vmbram apparere sequitur, quia ad perpẽdiculum descendunt radij in subiectam planiciem per rectam b a. Sed si constituamus Solem occu



pare tropicum Cancri, qui est in o, vmbra meridiana a g versus Polum antarcticum d extendetur. In eandem partem incidunt omnes Solis radij per k extremitatem procedentes, vt est p h, quamdiu Sol circumferentiam b o non egreditur. Et è conuerso, cum Sol in tropico Capricorni constiterit, radius e k

in m punctum, versus c Polum arcticum dimittitur, vt vmbra a m versus c dirigatur, id quod semper in meridie contingit, donec Sol aliquam circumferentiæ b o particulam accesserit. Vnde radium etiam r k in l versus eundem Polum incidere videmus. Nec difficulter intelligi potest, quare supra verticem habitantium, sub altero punctorum Solstitiorum, semel in anno tantùm Sol consistat, sicut hîc in t a p & a v s Finitoribus euidenter apparet, vbi vmbras in meridie eo tempore nullas fieri certum est. Nam radius Solis o a ad rectos angulos in Horizontis a t p planum descendit. Eodem modo habitantibus sub e tropico hyberno, quorum Horizon est f a v Solstitij hyberni tempore Solis radius e a ad perpendiculum in meridie incidit. Quod autem corpus luminosum in remotioribus distantijs minores efficiat vmbras, quàm in propioribus, & si vtrobiq; eandem supra Finitorem altitudinem obtineat, maximè ex obseruationibus earundem eleuationum Solis & Lunæ patefactum est. Cuius rei demonstratio ex sequenti schemate, & experientia per vmbras Solis ac Lunę innotescit. Sint duo altitudinis circuli t p g & b d c ex eodem centro a descripti, Horizon b a g, cui regula l a ad perpendiculum erecta infigitur. Cōstituamus primò Solem in d altitudine, cui similem circūferentiam in minori circulo inuenies, si ex a centro rectam in d extendas, quæ secat interiorem in e puncto. Est igitur vmbra, dum Sol in d fuerit a f. Sed collocemus Lunam in e, tum radius e l in g partem descendit. Hinc apparet a g, vmbra multò maior a f. Si ergo Luna in e constitueretur, manifestè appareret, radios eiusdem vsq; ad fines l & n, vbi inuicem sese intersecant, intra Solis radios concludi. Hinc etiam colligitur, quòd si magna esset inter centra mundi, ac deferētis absidem Solis distantia, futurum vt diuersis temporibus in ijsdem altitudinibus Sole constituto vmbrarum magnitudines inter se differre viderentur, nunc autem differentia aliqua notari vix potest. Porrò qua ratione fiat, vt Sole Solstitiorū punctis propinquas partes peragrante, aliquot diebus vmbrarum, quæ meridiei tempore conspiciuntur, tam exiguæ existant differentiæ, & contra circa Aequinoctiorum partes eodem Sole existentes, illæ tam magnæ & euidentes appareant, facillimè deprehendes, si differentias declinationum, quas sortiuntur puncta Aequinoctiorum locis propinqua, longè maiores esse animaduertas ijs, quibus Eclipticæ partes tropicis vicinæ differunt. Exempli gratia, prima Arietis pars declinat ab Aequatore 23 minut. 22 secun. sed prima pars Cancri ab eodem declinat 23 par. 29 scrupul. 22 secundis, quibus subductis ex maxima Solis declinatione, relinquitur differentia 38 secund. quæ multò minor est 23 scrup. 22 secund. Sit igitur sub recta sphæra locus, vbi tempore Aequinoctij in meridie Solis altitudo est 90 partium præcisè, sequenti die si tempore meridiei Sol vnum gradum confecerit, inuenietur altitudo 89 part. 36 scrup. 38 secund. cui circumferentiæ tabula vmbrarum attribuit, minut. 7 secun. 19 tertia 36. Sub eadem sphæræ situ cum Sol in maxima declinatione fuerit, altitudo meridiana est 66 part. 30 scrup. cui ex tabula conueniunt 5 part. 13 scrup. 30 secun. Pro sequentis diei altitudine meridiana adijciantur huic partes differentiæ declinationis vnius gradus Cancri, & prodibit arcus 66 grad. 30 min. 38 secund. cui respondet vmbra 5 partium 13 scrupul. 20 secund. 30 tertiorum. Vtriusq; vmbræ differentia 9 secun. 30 tertiorum.

PROD

PROPOSITIO LVII.

Quantas umbrarum differentias ſemidiameter Solis conſtituat.

NOn oſcitanter in ſupputandis Solis altitudinibus ex dimenſione vmbrarum tam rectarum, quàm verſarum obſeruandum eſt ſemper tanta parte à ſcopo calculum aberrare, quantam ſemiſsis dimetientis Solis in cælo occupare videatur. Nam vmbræ in planam Horizontis ſuperficiem proiectæ, non centri Solis, ſed altiſsimæ partis, ex qua radius per ſummum erecti corporis in planum deſcendit, eleuationem patefaciunt. Sed quæ ex vmbris verſis altitudines capiuntur ſemper ferè Quadrante vnius partis, quarum totus circulus habet 360, minores inueniuntur. Contingit hæc differentia non ex dimenſionis aut calculi incertitudine, ſed ex radijs Solis, quos non tantùm ex centro, ſed etiam ex toto ambitu, ſiue ſuperficie, ſicut Eclipſeos tempore experimur vndequaq; effundit. Vnde fit, vt omnium corporũ vmbræ rectę & verſę ſemper minores ſint illis, quas radij ex ſolo centro procedentes cõſtituerent. Hinc manifeſtum eſt in tabulis cylindrorum, quibus temporum partes diſtinguuntur, & Solis altitudines obſeruantur, numerum Quadrante minorem conſtituendum eſſe. In reliquis Planetis pręter Solem & Lunam in ſtellis etiam fixis, quarum altitudines per gnomonem, aut triangulum capiuntur, quoniam vt puncta nobis appareant, diuerſa ratio eſt. Ergo cum teſte Peurbachio diameter Solis in abſide eccentrici ſui, ſub angulo 31 ſcrupulorum appareat, & in oppoſito loco ſub angulo 34 ſcrupul. contingit, vt non ſolum radij ex medio ſuperficiei Solis, ſed etiam ex ſummis & infimis punctis in terram deferantur, quod ex ſequenti ſchemate facilius intelligitur. Circulus altitudinis Solis k d f, & Horizon k a f, cuius a centro ad rectos angulos duplex gnomon e h a ſit impoſitus, centrum ſolis c, ex quo ad quantitatem diametri c d ſemicirculum ſolis deſcripſi d l b, vera ſolis altitudo eſt k c, d ſuprema ſolis pars, quę radium per extremũ punctum in g extendit, hinc fit apparens vmbra g a. Si tantùm ex ſolis centro radij emitterentur, vmbra huius altitudinis eſſet f a, qui terminatur radio c e f. h r projicit vmbram verſam r i, quia radius infimæ ſolis partis b per h in i decidit. Sed ſi ex centro c per h extẽderetur vmbra verſa ipſius h r eſſet r k. Quare ex inuentione anguli e g i cõſequimur altitudinem k d, & ex quantitate anguli a h r, ſiue h i k eleuatio infimæ ſolis partis b ſupputatur. Hinc ſi vtriuſq; altitudinis differentiam in duas æquales circumferentias partiaris, quarum alteram ex ſuperiori eleuatione ſubducas, aut inferiori adijcias, vera cẽtri ſolis altitudo patefiet. An hæc vera ſint facillimè experieris, vbi per Quadrantem eodem temporis momento ſolis altitudinem dimenſus fueris. Nam in hoc inſtrumento, ſicut etiam in Aſtrolabijs, cùm radij per anguſta foramina tranſmittantur, talis differentia non percipitur. Quòd ſi hanc per Quadrantem vel Aſtrolabium deprehenſam ſolis altitudinem, nihil ab illa, quàm ex vtriuſq; vmbrę differentia ſupputaſti, differre videris, omnino de rei veritate ne dubites. Semper etiam manifeſtè experieris eleuationum differentiam ex magnitudine vmbrę verſę & rectę collectam ſemiſſem partes, quarũ circulus habet integer 360 excedere, quia nũquam ſolis diameter ſub minori, quàm 31 ſcrupul. angulo appareat. Ex his quàm ſit facilè citra quoduis aliud

instrumentum apparentem solis dimetientem, quæ eleuationis vtriusque differentia comprehenditur colligere manifestè vides. Hic tamen diligentissimè operam naues, vt intra domesticos parietes clausis reliquis fenestris, præter vnam angustiorem radios solis excipias, vt vmbræ exquisitè distinctè appareant. Quòd si nunc dubitaueris quantanam esset vmbra, quæ radio ex solis centro emisso distingueretur, multiplices sinum complementi altitudinis centri solis in sinum altitudinis erectæ super Horizontis planũ superficiei, & productum per altitudinis centri sinum partiaris, hinc veræ vmbræ quantitas manifesta fiet.

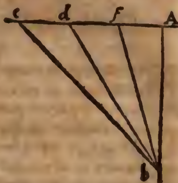
PROPOSITIO LVIII.

De ratione Gnomonum & Vmbrarum.

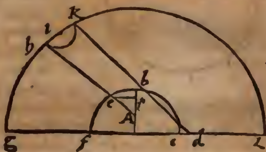
QVæcunque hactenus de inuentione altitudinis solis ex dimensione vmbrarum adminiculo tabulæ sinuum explicauimus, multò facilius per gnomonem & eiusdem tabulam à Georgio Peurbachio constructam expediri posse ostendemus. Ne tamen hîc nouum instrumentum fabricare cogaris, quomodo Quadrans Geometricus idem negocium absoluere possit, expediemus. Quoties enim mobilis regula ad latus superiùs, à quo perpendiculum suspensum non deflectat, ita erigitur, vt basi Quadrantis ad rectos angulos insistat, vnà cum basi exquisitum gnomonem constituet. Hîc etiã exactiùs cum basis in minimas particulas, scilicet 100000 sit distincta, vmbræ ratio ad suam superficiem innotescit. Constat etiam quam rationem habeat regula ad suam vmbram, eandem omnes superficies ad perpendiculum erectas ad eiusdem temporis vmbras conseruare. Quare ex obseruatione huius vmbræ & cognitione altitudinis aliorum ædificiorum vel arborum vmbras supputare licet, & è conuerso, ex dimensione vmbrarum altitudines exquisitè deprehendere. Vt igitur omniũ vmbrarũ magnitudines ex vnius duntaxat obseruatione consequaris, multiplicatas per huius vmbræ quantitatem altitudines in longitudinem regulæ distribuas, statim hîc quæsita mensura prodibit. Exemplum huius rei tale habeas. Cum regula, quæ æqualis est toti sinui, ad perpendiculum erecta esset, obseruata est vmbræ finis, à centro Quadrantis distantia partium 5000, quarum sinus totus est 100000, altitudo cuiusdam turris est palmorum 600, quæ ducta in 5000 constituit 3000000, & hic numerus diuisus in 100000 producit vmbræ magnitudinem 30. Iterum versa vice ductis 30 in 100000, & producto in 5000 distributo, producitur vera altitudo 600. Eodem modo longitudines reliquarum omnium vmbrarum & altitudinum magnitudines supputantur. Superest nunc, vt quaqua ratione citra tædiosas laterum multiplicationes & radicum Quadratarum extractiones ex tabula gnomonis anguli altitudinum inueniãtur, explicemus. Semper inquisitiones angulorum τριγώνων ὀρθογωνίων, requirunt tabulas quæ numerum contineant, qui sinus recti alicui trium angulorum subtensi vicem gerat. Hîc si data sint duo latera rectum angulum ambientia, vtrumque seorsim quadratè multiplicare oportebit, & ex coniunctis numeris radicem quadratam extrahere, vt linea rectum angulum subtendens, manifesta fiat. Quanta fuerit huius ratio ad alterum reliquorum laterum, tanta sinus maximi ad sinum anguli, quem hoc latus subtendit. Atqui hoc modo ex sinuum tabulis angulorum quantitates inueniuntur. Sed si tabula contineat numerum, qui alterius rectum cõstituentium linearum vicem subeat, vnica multiplicatione & diuisione totum negociũ expeditur. Nam quæ fuerit ratio maioris lineæ ad minorem, eadem est maximi tabulæ numeri ad alterum, qui patefacit angulum, cui minus latus subtenditur. In hunc vsum quomodo Peurbachius ex sinibus rectis tabulam gnomonicam

construxerit

construxerit videamus. Sit gnomon aliquis c a b, cuius vtrumque laterum angulum a rectum ambientium, sit 1200 partium æqualium. Erit ergo acutorum c & b angulorum vterque quadragintaquinque partium, quarum totus circulus est 360. Ex angulo c b a ducantur rectæ b d & f b. Distantia d ab a sit 600 partium, f 400 earundem. Hinc anguli d b a, & f b a, quarum quantitates inueniri debent, minores esse constat c b a. Hic inquiramus angulum f b a, quadratum f a est 1600, sed a b 14400, ex quibus collectis educitur radix 1264, scilicet latus f b. Quam hoc rationem habet ad 100000 eam seruat f a ad sinum rectum angulum f b a subtendentem. Si nunc secundum in tertium multiplicatum in primum distribueris, inuenies sinum 31645, qui ostendit octodecim gradus, vigintisex scrupul. hunc numerum Purbachius in tabula sub 400 partibus collocauit. Idem reliquorum omnium angulorum inueniendorum modus est. Hinc quotiescunque cuiusuis orthogonij trianguli cognitis duabus lineis rectum continentibus acutorum angulorum quantitates inuenire volueris, minorem in 1200 partes ducas, & productum per maiorem diuidas, numerus hinc exurgens in tabula quæsitus, angulum minori prætensum lateri producet. Porro vt ad institutum redeamus,



sit altitudiuis semicirculus g k l, cuius centrum a, centrum Solis i, k eiusdem suprema pars, h infima. Erectus quadrans sit b a c, cuius mobilis regulæ a b vmbra in d extenditur. Si magnitudinem c d in sinum a c transtuleris, quanta sit facilè apparebit. Angulum b d a, qui producet in lucem k g altitudinem ex tabula Gnomonica inuenies, si a b multiplicatam per 1200, in d a distribuas. Exempli gratia, quarum partium a b est sexaginta, earum nonaginta a d vmbra continere deprehenditur. Ductis sexaginta in 1200, & producto in nonaginta distributo, exurgunt 800, qui numerus in tabula ostendit 33 gradus, 41 minut. 24 secun. Similiter etiam stylus e p ad rectos angulos b a contingens, vmbram versam proijcit in a. Iam angulus e a p ostendit puncti h à vertice distantiam, quæ ex nonaginta subducta altitudinem eiusdem relinquit. Neque silentio prætereundum est veteres per vmbras æquinoctiorum temporibus latitudines regionum, siue poli eleuationes inquisiuisse. Plinius scribit libro secundo, cap. septuagesimo secundo, item Vitruuius libro nono, vmbram æquinoctialem Romæ continere partes octo, quarum gnomon habet nouem. Ducam ergo partes octo, in 1200, & productum 9600 in nouem diuidam, & hinc exorietur 1066 $\frac{2}{3}$. Hæ partes in tabula ostendunt gradus 41, scrupul. 37, secund. 37, tertia 12. Vitruuius Alexandriæ vmbram part. 3, quarum gnomon habet 5, assignauit. Quare tribus partibus multiplicatis in 1200 & 3600, quæ excrescunt in p 5 diuisis, exoriuntur 720, quæ indicant angulum 30 grad. 57 scrupul. 50 secund.



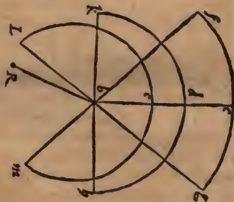
N

PROPOSITIO LIX.

Quomodo per umbras terræ situs, & collatio ad cæli magnitudinem intelligatur.

HIc etiam videre licet, quàm abstrusis recessibus latentem de terræ situ & collatione ad cælorum magnitudines veritatem vmbrarum beneficio Ptolemæus artificum princeps ratiocinatus sit. Verba ipsius libro primo τῆς μεγάλης συντάξεως cap. quarto, Græcè sic habent: εἴπερ μὴ ὑπ' αὐτὸν τὸν ἰσημερινὸν εἶχε τὴν θέσιν ἡ γῆ, πρὸς ἄρκτους δὲ, ἢ πρὸς μεσημβρίαν ἀπέκλινε, πρὸς τὸν ἕτερον τῶν πόλων, τὸ μηκέτι μὴ δὲ πρὸς αἴσθησιν ἐν ταῖς ἰσημερίαις τὰς ἀνατολικὰς τῶν γνωμόνων σκιὰς ταῖς δυτικαῖς ἐπ' εὐθείας γίνεσθαι ἐπὶ τῶν παραλλήλων τῷ ὁρίζοντι ἐπιπέδων, ὅπερ ἀντικρυς πανταχῆ θεωρεῖται παρακολουθεῖν, id est: Nisi terra sub ipso æquatore constituta esset, sed ad vrsos aut Meridiem ad alterum polorum deflecteret, iam non amplius ne ad sensum quidem in æquinoctialibus diebus & Orientales gnomonum vmbræ & Occidentales in eandem rectam lineam inciderent, super æquidistantes Horizonti superficies, quod manifestè vbiꝗ sequi conspicitur. Hoc quomodo fiat sequenti schemate videamus. Sit planum Horizontis circuli c a b d, cuius à centro ad rectos angulos g a gnomon sit infixus, cuius g vertex, c signum Orientis Solis, b Occidentis. Iam autem Aequinoctij tempore, dum Sol mane ex c emergit, vmbram iacit gnomon in rectam lineam a b versus Occasum. Vesperi cũ in b demergitur, eiusdem gnomonis vmbra in rectam a c versus Orientem proijcitur. Testis hic est omnium temporum & locorum perpetua experientia, vtramque gnomonis vmbram, quæ tam Oriente, quàm Occidente Sole conspicitur, in vnam eandemꝗ rectam lineam b a c conuenire. Hoc fieri nulla ratione posset, nisi terræ centrum ἀκριβῶς intra planum Aequatoris circuli constitueretur, quia hæ vmbræ alias ἐπ' εὐθείας non congruerent, sed ad angulum, sicuti rectæ a b, a d angulum b a d in plano Horizontis constituunt. Videamus etiam, quomodo sequenti capite eiusdem libri ex vmbrarum obseruationibus collationem terræ ad sphæram stellarum fixarum instituerit. Nam hinc eruditè ratiocinatur terram ad immensam cœli machinam collatam instar puncti apparere. Inquit enim: οὐ μὴν ἀλλὰ κἀκεῖνο παραληπτέον, τὸ, τοὺς γνώμονας τοὺς ἐν ὡδήποτε μέρει τῆς γῆς τιθεμένους. ἔτι δὲ τὰ τῶν κρικωτῶν σφαιρῶν κέντρα, τὸ αὐτὸ δύνασθαι ὡς ἐπὶ ἀλήθειαν τῷ τῆς γῆς κέντρῳ, καὶ διασώζειν τὰς διοπτεύσεις, καὶ τὰς τῶν σκιῶν περιαγωγὰς, οὕτως ὁμολόγους ταῖς ὑποθέσεσι τῶν φαινομένων, ὡς ἂν εἰ δι' αὐτοῦ τοῦ τῆς γῆς μέσου σημείου γινόμεναι ἐτύγχανον. id est: Nec illud prętereundum est, quòd gnomones, & centra armillarum sphęricarum, in quacunque terræ parte constituantur, tantundem re vera valeant, quantum in ipso terrę centro, & conseruent considerationes & vmbrarum circumductiones adeò eiusdem rationis & apparentiarum hypothesibus conuenientes, ac si in medio terræ puncto fierent. Hæc ille. Cum igitur terra ad circulum Solis altitudinis, tam exiguam rationem habeat, longè minorem ad sphæram stellarum fixarum obtinebit. Ex hoc loco satis etiam constare videtur vmbrarum rationem saltem ijs temporibus toto terrarum orbe fuisse celeberrimam & vsitatissimam, quæ nunc eruditis vix cognita est. Nam olim diei partes, adeoꝗ horę, quas καιρικὰς nominabant, vbique gentium penes vmbrarum magnitudines, incrementa & defectus distinguebantur. Hanc doctrinam vocabant γνωμονικὴν, quia erectus gnomon,

gnomon in plano, in quo circum gnomonem variæ horarum lineæ designatæ erant, earum discrimina indicabat. Postea ingeniosi artifices, quorum animos totius humani generis vtilitas accendebat, varia in hunc vsum instrumenta felicissimè excogitarunt: quorum alia horoscopa vasa, alia sciot erica horologia dicebantur. Celebratur etiam in Sacris literis horologium Achas Regis Iuda patris Ezechiæ. Nec dubitandum est, quin sapientissimi Aegyptiorum reges, qui primos obeliscos Solis nomini consecratos in Aegypto constituerunt, & ingentes pyramidum moles extruxerunt, his Astronomicis vtilitatibus maximopere inuitati fuerint, etsi postea, vt fieri solet, stulta & prodiga æmulatio accesserit. Quòd autem hæc vmbrarum doctrina & exquisitissimæ earundem obseruationes vbique gentium in vsu fuerint, etiam secundus huius operis liber abundè testatur, in quo Ptolemæus climata & parallelos omnes tum penes longissimorum dierum, tum penes vmbrarum interualla, quia harum rerum obseruationes maximè obuiæ essent, distinxit. Verùm multis iam seculis vbiq; ferè gnomonices vsus neglectus est, postquàm præclara nostra αὐτόματα horologia, quæ rotulis quibusdam artificiosè constructis ita circumaguntur ponderibus, vt diem integrum ciuilem, siue νυχθήμερον in viginti quatuor horas æquales, siue ἰσημερινάς, quæ nunc rectius vulgares, quàm inæquales illæ καιρικαὶ dici possunt, distribuant. Nam cum veteres diuiderent omnes dies artificiales in duodecim æqualia interualla, necessariò factum est, vt hora solstitialis diurna quantitatem temporis Aequinoctialis horæ superaret, & hæc vicissim brumalem horam excederet. Etsi autem valde consentaneum videatur, antequàm fabrica horum nobilium αὐτομάτων, quibus humana vita in his tam rigentibus & nebulosis climatis difficillimè caritura esset, publicaretur, tamen ex Albategnij Astronomicis scriptis euidenter intelligitur, quòd ipsius tempore in Asia horæ καιρικαὶ adhuc vulgò fuerint vsitatæ. Floruit autem Albategnius centum ferè annis, postquàm per Carolum Magnum imperium à Græcis ad Germanos translatum esset. Vt autem rudiores facilius illa, quæ ex Ptolemæo citauimus, perspicere possint, sequentem figuram intueantur. Esto ad planum Horizontis f b g, in centro b erectus gnomon b k, cuius vertex r. Et inuentam lineam Meridianam b d e secet πρὸς ὀρθὰς linea Aequinoctialis k b h in quam Aequinoctij tempore conueniunt vmbræ Orientales & Occidentales. Similiter ex eadem recta linea conspiciuntur Solstitialis exortus & brumalis Occasus, tum etiam brumalis ortus & Solstitialis Occasus. Vt si fuerit exortus Solstitialis in recta l b, erit in b g ἐπ' εὐθείας brumalis Occasus, & si brumalis exortus in b f recta, erit Solstitialis Occasus in b m recta.



Descripserit autem vertex gnomonis in æstiuo Solstitio lineam quandam l c m, & in vtroque Aequinoctio k b h, in bruma verò f e g, in signis c d e per Meridianam lineam procedentes. Similes sunt igitur quolibet die harum linearum partes ante Meridiem versus Occasum, partibus post Meridiem in ortum tendentibus, vt pars l c similis est c m, item partes k d & f e, partibus d h & e g, imò etiam singularum horarum à Meridiana linea æqualiter distantium interceptæ partes eodem die inter se & similes & æquales existunt. Postremò similiter anguli antemeridiani æquales angulis

postmeridianis, vt exempli gratia, angulus f b e angulo e b g. Hæc ita regulariter apparere nullo modo possent, si terra extra vniuersi centrum collocata esset, nec puncti rationem obtineret. Nam aliâs gnomonum vmbrę poli altitudines non distinguerent. Hęc eruditè explicat Erasmus Rhemmoldus in Commentarijs Ptolemæi.

PROPOSITIO LX.

Conclusio de Vmbris, cui annectitur tabula Gnomonica.

HAec breuiter de vmbrarum rationibus perstringere visum fuit, vt studiosi mediocriter saltem huius doctrinæ vtilitatem degustarent. Plura quidem ab artificibus de his scripta extant: ne tamen hîc omnia cumulare videar, aliorum ingenio quædam expendenda relinquam. Sequitur nunc, vt tabulam Georgij Peurbachij, cuius paulò antè structuram explicauimus, non solùm propter dimensiones vmbrarum, sed etiam facillimam angulorum, quos difficiliori labore ex sinuum tabulis supputamus, inuentionem, quæ in mensuris Geometricis non pœnitendum vsum aufert, subnectamus.

TABULA

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	0	0	0	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12
1	0	2	52	4	48	40	9	30	32	14	4	52	18	28	42	22	39	38
2	0	5	44	4	51	30	9	33	19	14	7	34	18	31	17	22	42	4
3	0	8	36	4	54	21	9	36	6	14	10	16	18	33	51	22	44	30
4	0	11	28	5	57	12	9	38	53	14	12	58	18	36	25	22	46	56
5	0	14	20	5	0	2	9	41	40	14	15	39	18	38	59	22	49	22
6	0	17	12	5	2	53	9	44	27	14	18	20	18	41	33	22	51	47
7	0	20	3	5	5	44	9	47	14	14	21	1	18	44	7	22	54	13
8	0	22	55	5	8	34	9	50	0	14	23	42	18	46	41	22	56	39
9	0	25	47	5	11	24	9	52	47	14	26	23	18	49	15	22	59	4
10	0	28	39	5	14	15	9	55	34	14	29	4	18	51	49	23	1	30
11	0	31	31	5	17	5	9	58	21	14	31	45	18	54	23	23	3	56
12	0	34	23	5	19	55	10	1	7	14	34	26	18	56	57	23	6	21
13	0	37	15	5	22	46	10	3	54	14	37	7	18	59	31	23	8	47
14	0	40	7	5	25	36	10	6	41	14	39	48	19	2	5	23	11	12
15	0	42	59	5	28	26	10	9	28	14	42	29	19	4	39	23	13	38
16	0	45	50	5	31	17	10	12	14	14	45	10	19	7	12	23	16	4
17	0	48	42	5	34	7	10	15	0	14	47	51	19	9	45	23	18	29
18	0	51	34	5	36	57	10	17	47	14	50	32	19	12	18	23	20	53
19	0	54	26	5	39	48	10	20	33	14	53	13	19	14	51	23	23	18
20	0	57	18	5	42	38	10	23	19	14	55	54	19	17	24	23	25	42
21	1	0	10	5	45	28	10	26	5	14	58	34	19	19	57	23	28	7
22	1	3	1	5	48	18	10	28	52	15	1	14	19	22	30	23	30	32
23	1	5	53	5	51	8	10	31	38	15	3	54	19	25	3	23	32	56
24	1	8	45	5	53	58	10	34	24	15	6	34	19	27	36	23	35	20
25	1	11	37	5	56	48	10	37	10	15	9	14	19	30	9	23	37	45
26	1	14	29	5	59	38	10	39	57	15	11	54	19	32	42	23	40	9

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	1	17	20	6	2	28	10	42	43	15	14	34	19	35	15	23	42	34
28	1	20	12	6	5	18	10	45	29	15	17	14	19	37	48	23	44	58
29	1	23	4	6	8	8	10	48	15	15	19	54	19	40	20	23	47	22
30	1	25	56	6	10	58	10	51	1	15	22	34	19	42	52	23	49	45
31	1	28	47	6	13	48	10	53	47	15	25	14	19	45	24	23	52	9
32	1	31	39	6	16	38	10	56	33	15	27	54	19	47	56	23	54	32
33	1	34	31	6	19	28	10	59	19	15	30	34	19	50	28	23	56	56
34	1	37	23	6	22	17	11	2	5	15	33	14	19	53	0	23	59	19
35	1	40	14	6	25	7	11	4	50	15	35	53	19	55	32	24	1	43
36	1	43	6	6	27	57	11	7	36	15	38	32	19	58	4	24	4	6
37	1	45	58	6	30	46	11	10	21	15	41	11	20	0	36	24	6	30
38	1	48	49	6	33	36	11	13	6	15	43	50	20	3	8	24	8	53
39	1	51	41	6	36	26	11	15	51	15	46	29	20	5	40	24	11	17
40	1	54	34	6	39	15	11	18	36	15	49	8	20	8	12	24	13	40
41	1	57	25	6	42	5	11	21	21	15	51	47	20	10	43	24	16	1
42	2	0	17	6	44	55	11	24	6	15	54	26	20	13	14	24	18	25
43	2	3	9	6	47	44	11	26	51	15	57	5	20	15	45	24	20	47
44	2	6	0	6	50	34	11	29	36	15	59	44	20	18	16	24	23	10
45	2	8	51	6	53	24	11	32	21	16	2	23	20	20	47	24	25	32
46	2	11	43	6	56	13	11	35	6	16	5	0	20	23	18	24	27	55
47	2	14	34	6	59	2	11	37	51	16	7	41	20	25	49	24	30	17
48	2	17	26	7	1	52	11	40	36	16	10	20	20	28	20	24	32	39
49	2	20	18	7	4	41	11	43	21	16	12	59	20	30	51	24	35	2
50	2	23	9	7	7	30	11	46	6	16	15	37	20	33	22	24	37	24

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	2	26	1	7	10	19	11	48	51	16	18	15	20	35	53	24	39	47
52	2	28	52	7	13	9	11	51	35	16	20	53	20	38	24	24	42	9
53	2	31	44	7	15	58	11	54	20	16	23	31	20	40	54	24	44	30
54	2	34	36	7	18	47	11	57	5	16	26	9	20	43	24	24	46	52
55	2	37	27	7	21	36	11	59	50	16	28	47	20	45	54	24	49	13
56	2	40	19	7	24	25	12	2	35	16	31	25	20	48	24	24	51	34
57	2	43	10	7	27	14	12	5	19	16	34	3	20	50	54	24	53	56
58	2	46	2	7	30	3	12	8	3	16	36	41	20	53	24	24	56	17
59	2	48	53	7	32	52	12	10	17	16	39	19	20	55	54	24	58	38
60	2	51	45	7	35	41	12	13	31	16	41	57	20	58	24	25	1	0
61	2	54	36	7	38	30	12	16	15	16	44	35	21	0	54	25	3	21
62	2	57	28	7	41	18	12	18	59	16	47	13	21	3	24	25	5	22
63	3	0	19	7	44	7	12	21	43	16	49	51	21	5	54	25	8	4
64	3	3	10	7	46	58	12	24	27	16	52	28	21	8	24	25	10	25
65	3	6	2	7	49	45	12	27	11	16	55	5	21	10	54	25	12	45
66	3	8	53	7	52	34	12	29	55	16	57	42	21	13	23	25	15	6
67	3	11	44	7	55	23	12	32	39	17	0	19	21	15	52	25	17	26
68	3	14	36	7	58	11	12	35	23	17	2	56	21	18	21	25	19	46
69	3	17	27	8	1	0	12	38	7	17	5	33	21	20	50	25	22	6
70	3	20	18	8	3	48	12	40	51	17	8	10	21	23	19	25	24	27
71	3	23	10	8	6	36	12	43	35	17	10	47	21	25	48	25	26	47
72	3	26	1	8	9	25	12	46	18	17	13	24	21	28	17	25	29	7
73	3	28	52	8	12	13	12	49	1	17	16	1	21	30	46	25	31	27
74	3	31	43	8	15	1	12	51	44	17	18	38	21	33	15	25	33	48

TABVLA GNOMONICA.

	0			100			200			300			400			500		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
75	3	34	35	8	17	50	12	54	27	17	21	15	21	35	44	25	36	8
76	3	37	26	8	20	38	12	57	10	17	23	52	21	38	13	25	38	28
77	3	40	17	8	23	26	12	59	53	17	26	29	21	40	41	25	40	47
78	3	43	8	8	26	14	13	2	36	17	29	5	21	43	9	25	43	6
79	3	45	59	8	29	2	13	5	19	17	31	41	21	45	37	25	45	25
80	3	48	50	8	31	50	13	8	2	17	34	17	21	48	5	25	47	4
81	3	51	42	8	34	38	13	10	45	17	36	53	21	50	33	25	50	3
82	3	54	33	8	37	26	13	13	28	17	39	29	21	53	1	25	52	23
83	3	57	24	8	40	14	13	16	11	17	42	5	21	55	29	25	54	43
84	3	0	15	8	43	2	13	18	54	17	44	41	21	57	57	25	57	1
85	3	3	6	8	45	50	13	21	37	17	47	17	22	0	25	25	59	20
86	3	5	51	8	48	38	13	24	20	17	49	53	22	2	53	26	1	39
87	4	8	48	8	51	25	13	27	2	17	52	29	22	5	21	26	3	58
88	4	11	39	8	54	13	13	29	44	17	55	5	22	7	49	26	6	17
89	4	14	30	8	57	1	13	32	27	17	57	41	22	10	16	26	8	35
90	4	17	21	8	59	49	13	35	9	18	0	17	22	12	43	26	10	53
91	4	20	11	9	2	37	13	37	52	18	2	52	22	15	10	26	13	12
92	4	23	2	9	5	24	13	40	34	18	5	27	22	17	37	26	15	30
93	4	25	53	9	8	12	13	43	16	18	8	2	22	20	4	26	17	48
94	4	28	44	9	10	59	13	45	58	18	10	37	22	22	31	26	20	6
95	4	31	35	9	13	47	13	48	40	18	13	12	22	24	58	26	22	24
96	4	34	26	9	16	34	13	51	22	18	15	47	22	27	25	26	24	42
97	4	37	17	9	19	22	13	54	4	18	18	22	22	29	52	26	27	1
98	4	40	8	9	22	9	13	56	46	18	20	57	22	32	19	26	29	19
99	4	42	58	9	24	57	13	59	28	18	23	32	22	34	46	26	31	37
100	4	45	49	9	27	44	14	2	10	18	26	7	22	37	12	26	33	55

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
0	26	33	55	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39
1	26	36	12	30	17	30	33	43	23	36	54	2	39	50	2	42	32	12
2	26	38	29	30	19	38	33	45	22	36	55	52	39	51	43	42	33	45
3	26	40	46	30	21	46	33	47	21	36	57	42	39	53	24	42	35	18
4	26	43	3	30	23	54	33	49	20	36	59	32	39	55	5	42	36	51
5	26	45	20	30	26	2	33	51	18	37	1	22	39	56	46	42	38	24
6	26	47	36	30	38	10	33	53	16	37	3	12	39	58	27	42	39	57
7	26	49	54	30	30	18	33	55	14	37	5	1	40	0	8	42	41	33
8	26	52	11	30	32	26	33	57	12	37	6	50	41	1	49	42	43	3
9	26	54	27	30	34	33	33	59	10	37	8	39	40	3	30	42	44	36
10	26	56	44	30	36	40	34	1	8	37	10	28	40	5	11	42	46	9
11	26	59	1	30	38	47	34	3	6	37	12	17	40	6	52	42	47	42
12	27	1	18	30	40	54	34	5	4	37	14	6	40	8	32	42	49	15
13	27	3	34	30	43	1	34	7	2	37	15	55	40	10	12	42	50	47
14	27	5	50	30	45	8	34	9	8	37	17	44	40	10	52	42	52	10
15	27	8	6	30	47	51	34	10	58	37	19	33	40	13	32	42	53	51
16	27	10	22	30	49	22	34	12	56	37	21	22	40	15	12	42	55	23
17	27	12	38	30	51	29	34	14	54	37	23	10	40	16	52	42	56	55
18	27	14	54	30	53	36	34	16	51	37	24	58	40	18	32	42	58	37
19	27	17	10	30	55	43	34	18	48	37	26	46	40	20	12	42	59	59
20	27	19	26	30	57	50	34	20	45	37	28	34	40	21	52	43	1	31
21	27	21	42	30	59	55	34	22	42	37	30	22	40	23	32	43	3	3
22	27	23	58	31	2	2	34	24	39	37	32	10	40	25	12	43	4	35
23	27	26	13	31	4	8	34	26	36	37	33	58	40	26	52	43	6	7
24	27	28	28	31	6	14	34	28	33	37	35	46	40	28	31	43	7	39
25	27	30	43	31	8	20	34	30	30	37	37	34	40	30	10	43	9	10
26	27	32	58	31	10	26	34	32	27	37	39	22	40	31	49	43	10	41

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
27	27	35	13	31	12	32	34	34	24	37	41	10	40	33	28	43	12	12
28	27	37	28	31	14	38	34	36	21	37	42	58	40	35	7	43	13	43
29	27	39	43	31	16	44	34	38	17	37	44	46	40	36	46	43	15	14
30	27	41	58	31	18	49	34	40	18	37	0	53	40	38	25	43	16	45
31	27	44	13	31	20	54	34	42	9	37	48	20	40	40	4	43	18	16
32	27	46	28	31	22	59	34	44	5	37	50	7	40	41	43	43	19	47
33	27	48	43	31	25	4	34	46	1	37	51	54	40	43	22	43	21	18
34	27	50	57	31	27	9	34	47	57	37	53	41	40	45	1	43	22	49
35	27	53	11	31	29	14	34	49	53	37	55	28	40	46	40	43	24	20
36	27	55	25	31	31	19	34	51	49	37	57	15	40	48	19	43	25	51
37	27	57	39	31	33	24	34	53	45	37	59	2	40	49	59	43	27	22
38	27	59	53	31	35	29	34	55	41	38	0	49	40	51	36	43	28	53
39	28	2	7	31	37	34	34	57	36	38	2	36	40	53	14	43	30	23
40	28	4	11	31	39	39	34	59	31	38	4	25	40	54	52	43	31	53
41	28	6	35	31	41	44	35	1	26	38	6	10	40	56	30	43	33	23
42	28	8	49	31	43	48	35	3	21	38	7	56	40	58	8	43	34	53
43	28	11	3	31	45	52	35	5	16	38	9	42	40	59	46	43	36	23
44	28	1	16	31	47	56	35	7	11	38	11	28	41	1	24	43	37	53
45	28	15	29	31	50	0	35	9	6	38	13	14	41	3	2	43	39	23
46	28	17	42	31	52	4	35	11	1	38	15	0	41	4	40	43	40	53
47	28	19	55	31	54	8	35	12	56	38	16	46	41	6	18	43	42	23
48	28	22	8	31	56	12	35	14	51	38	18	32	41	7	56	43	43	53
49	28	24	21	31	58	16	35	16	46	38	20	18	41	9	33	43	45	23
50	28	26	34	32	0	20	35	18	41	38	22	4	41	11	10	43	46	53

TABVLA

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.
51	28	28	47	32	2	24	35	20	35	38	23	50	41	12	47	43	48	22
52	28	31	0	32	4	27	35	22	29	38	25	35	41	14	24	43	49	51
53	28	33	13	32	6	30	35	24	23	38	27	20	41	16	1	43	51	20
54	28	35	26	32	8	33	35	26	17	38	29	5	41	17	38	43	52	49
55	28	37	39	32	10	36	35	28	11	38	30	50	41	19	15	43	54	18
56	28	39	51	32	12	39	35	30	5	38	32	38	41	20	52	43	55	47
57	28	42	3	32	14	42	35	31	59	38	34	20	41	22	29	43	57	16
58	28	44	15	32	16	45	35	33	53	38	36	5	41	24	6	43	58	45
59	28	46	27	32	18	48	35	35	47	38	37	50	41	25	43	44	0	14
60	28	48	39	32	20	51	35	37	41	38	39	35	41	27	20	44	1	43
61	28	50	51	32	22	54	35	39	35	38	41	20	41	28	57	44	3	12
62	28	53	3	32	24	57	35	41	28	38	43	5	41	30	33	44	4	41
63	28	55	15	32	26	59	35	43	21	38	44	50	41	32	9	44	6	10
64	28	57	27	32	29	1	35	45	14	38	46	35	41	33	45	44	7	39
65	28	59	39	32	31	3	35	47	7	38	48	19	41	35	21	44	9	8
66	29	1	50	32	33	5	35	49	0	38	50	3	41	36	57	44	10	36
67	29	4	1	32	35	7	35	50	53	38	51	47	41	38	33	44	12	4
68	29	6	12	32	37	9	35	52	46	38	53	31	41	40	9	44	13	32
69	29	8	23	32	39	11	35	54	39	38	55	15	41	41	45	44	15	0
70	29	10	34	32	41	13	35	56	32	38	56	59	41	43	21	44	16	28
71	29	12	45	32	43	15	35	58	26	38	58	43	41	44	57	44	17	56
72	29	14	56	32	45	17	36	0	18	39	0	27	41	46	33	44	19	24
73	29	17	7	32	47	18	36	2	10	39	2	11	41	48	9	44	20	52
74	29	19	18	32	49	19	36	4	2	39	3	55	41	49	44	44	22	20
75	29	21	29	32	51	20	36	5	54	39	5	39	41	51	19	44	23	48
76	29	23	40	32	53	21	36	7	46	39	7	23	41	52	54	44	25	16
77	29	25	50	32	55	22	36	9	38	39	9	6	41	54	29	44	26	44

TABVLA GNOMONICA.

	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	G.	M	S.
78	29	28	0	32	57	23	36	11	30	39	10	49	41	56	4	44	28	12
79	29	30	10	32	59	24	36	13	22	39	12	32	41	57	39	44	29	40
80	29	32	20	33	1	25	36	15	14	39	14	15	41	59	14	44	31	7
81	29	34	30	33	3	26	36	17	6	39	15	58	42	0	49	44	32	34
82	29	36	40	33	5	27	36	18	58	39	17	41	42	2	24	44	34	1
83	29	38	50	33	7	28	36	20	50	39	19	24	42	3	50	44	35	28
84	29	41	0	33	9	29	36	22	42	39	21	7	42	5	34	44	36	55
85	29	43	10	33	11	29	36	24	33	39	22	50	42	7	9	44	38	22
86	29	45	19	33	13	29	36	26	24	39	24	33	42	8	44	44	39	49
87	29	47	28	33	15	29	36	28	15	39	26	16	42	10	18	44	41	16
88	29	49	37	33	17	29	36	30	6	39	27	59	42	11	52	44	42	43
89	29	51	46	33	19	29	36	31	57	39	29	41	42	13	26	44	44	10
90	29	53	55	33	21	29	36	33	48	39	31	23	42	15	0	44	45	37
91	29	56	4	33	23	29	36	35	39	39	33	5	42	16	34	44	47	4
92	29	58	13	33	25	29	36	37	30	39	34	47	42	18	8	44	48	31
93	30	0	22	33	27	29	36	39	21	39	36	29	42	19	42	44	49	58
94	30	2	31	33	29	29	36	41	12	39	38	11	42	21	16	44	51	32
95	30	4	40	33	31	29	36	43	2	39	39	53	42	22	50	44	52	50
96	30	6	49	33	33	28	36	44	52	39	41	35	42	24	24	44	54	16
97	30	8	58	33	35	27	36	46	42	39	43	17	42	25	58	44	55	42
98	30	11	6	33	37	26	36	48	32	39	44	59	42	27	32	44	57	8
99	30	13	14	33	39	25	36	50	22	39	46	41	42	29	6	44	58	34
100	30	15	22	33	41	24	36	52	12	39	48	21	42	30	39	45	0	0

PROP

PROPOSITIO LXI.

De fundamento Sciotericorum instrumentorum.

HIs de vmbrarum rationibus sic explicatis, nihil hic præter institutum facturi videbimur, si non minus breuem quàm vtilem & iudicandam de artificio construendi scioterica instrumenta ex veris fontibus petitam tractationem instituamus: vt multiplicem & certè admiratione dignum vmbrarũ vsum studiosa iuuentus altius & penitius introspiciat. Explicabimus enim generale fundamentum omnium instrumẽtorum, quæ vmbris suis certas noctis & diei horas ostendunt. In primis igitur scire licet in sphæra cælesti duo circulorum genera ab artificibus esse constituta, quorum alterum maiorum scilicet totam sphæram exactè in semisses distribuit, alterum minorũ semper eandem in portiones inæquales diuidit. Sunt autem minores omnes, qui extra Aequinoctialem ad partem Septentrionis aut Meridiei constituti, & eidem æquidistantes, super mundi polis tanquam centris primi motus raptu æquabiliter circumuoluuntur. Ex his sunt duo tropici Cancri & Capricorni circuli, circulus arcticus, & omnes illi quos stellæ fixæ & Sol diurni temporis motu ab Oriente in Occidentem circumuolutæ describunt: & si motus Solis si scrupulosius rem ipsam examinemus, spiralem lineam tum à puncto Capricorni ad intersectionẽ vernam Eclipticæ & Aequatoris, tum ab eadem ad tropicam partem Cancri, & hinc digrediens aliam iterum designet. Nihil tamen obstiterit, quominus crassiore Minerua dicamus Solem tot circulos Aequatori parallelos, quot inter vtrumque punctum tropicum & Aequinoctialem dies sunt intermedij, designasse. Sed cum horum consideratio non vsque adeò ad institutum nostrum conducere videatur, ad tractationem alterius generis accedamus. Inter maiores circulos, vt nullus dignitate motus est præstantior, quàm Aequinoctialis, quem Ptolemęus ἰσημερινὸν appellat, ita ad certas temporum differentias vbique locorum distinguendas alius accommodatior eo inueniri non potest. Est autem idem circulus, vt alibi diximus, quem sol, quoties alterutrũ Aequinoctij punctum occupat, æquabili reuolutione primi motus ab Oriente in Occidentem designat, distributus ab artificibus in partes 360 æquales, quarum vnaquæque iterum in 60 scrup. secta est. Vnde consequitur, vt singulæ 15 partiũ huius circuli vbique terrarum in ascendendo 24 eius temporis partem sortiantur, in quo tota cælestis machina ad idem punctum, à quo digressa erat, reuoluitur. Atque hinc fit, vt omnibus terrarum sitibus ad distinctiones temporum exquisitissimè solus hic circulus conueniat. Hunc Aequatorem & omnes eidem parallelos, 12 eiusdem generis circuli per vtrumque mundi polum traducti, ad rectos angulos in 24 æqualia segmenta partiuntur, ita vt singuli 15 partibus maximè inter se distent. Porrò hinc consequi videmus, vt hi 12 circuli, quos Horarios appellamus quoscunque alios Aequatori non æquidistantes, nempe Horizontem, & eum, qui per verticem loci ductus ad rectos angulos Finitorem secat, in portiones omnino inæquales distribuat. Nam ex his illæ partes, quæ polis propinquiores sunt, contractiores inueniuntur, quæ verò Aequatori viciniores existunt, remotiora & distinctiora sortiuntur interualla. Atque ita necessarium est, vt in planis superficiebus, quæ Horizonte aut verticali circulo ęquidistant, designationes æqualium temporum inæquales distantias comprehendant. Sed quo rem ipsam, quæ sine instrumentorum inspectione satis obscura videtur, faciliùs assequaris, fingas te sub Aequatore in rectæ sphæræ situ consistere, vbi vterque mundi polus exactè ipsum occupat Horizontem, & circulus verticalis in eodem cum Aequinoctiali plano conspicitur. Atque hic imagineris semicirculum Meridianum designare horã 12 exactè, & semicirculum Ho-

rizontis inter Meridianum, & Orientem interceptum indicem esse horę 6 matutinæ, & alterum semicirculum inter Meridianum & Occidentem cōclusum horæ 6 vespertinæ. Iterum fingas circulum per mundi polos ductum, cuius semissis inter Orientem & Meridiem ad 15 partes supra Finitorem eleuatur, qui indicabit horam 7 matutinā. ab hoc sursum imaginatione versus Meridianū conscendas, & quatuor alios circulos per eosdem polos procedentes æqualibus interuallis, nimirum 15 graduum inter se distantes, effingas. Ex his proximus erit horæ 8 matutinę, secundus 9, tertius 10, quartus 11 index, & hinc proximè circulum Meridianum attinges: eodem modo circulos 5 à Meridiano versus Occidentem descendentes excogitabis. His ita constitutis, si obseruaueris totam solis reuolutionem, quæ absoluetur à semicirculo Orientali, nimirum horæ sextæ per omnes intermedios vsq; ad semicirculum Horizontis Occidentalem: manifestè videbis, quomodo secundus semicirculus ab Orientali, cum in eo Sol fuerit, vmbram longissimè extendat in Occidentem, tertius minus, quartus adhuc propinquius, & sic deinceps vsq; ad semicirculum Meridianum, in quo Sol constitutus, ad perpendiculum in terræ superficiem proijcit vmbram. Nec dissimilis est ratio pomeridiani temporis: Nam omnes semicirculorum vmbræ eodem modo in Oriētem extenduntur, & primò quidem vmbrarum distantiæ minores, deinde paulatim maiores fieri conspiciuntur. Cum autem hi circuli sola imaginatione constent, ipsorum loco axis cōstituitur, qui extensus in vtrunq; mundi polum cum prædictis circulis excurrit, & easdem vice illorum vmbras efficit, quia cum singulis eorum planam superficiem constituit. His rectè intellectis, constituamus 12 semicirculos horarios, vnà cum altero polorum supra Horizontem eleuari, ita vt semicirculus horę 6 ab altero semicirculo Horizontis disiungatur, id quod vbiq; locorum euenire necessarium est, vbi polus supra Finitorem attollitur, & tantùm Aequatoris superficies etiam à vertice deflectit, & quadrans alter horæ matutinæ vnà cum polo eleuatur, altèr cum antarctico infra Horizontem deprimitur, ac tres semicirculi in Oriente sese intersecant, nimirum circulus Aequinoctialis, Horizon, & semicirculus horæ sextæ matutinæ. Quicunq; hęc assequi potest, facillimè etiam intelliget, cur ęstatis tempore, quando Sol ab Aequatore in Septentrionem digreditur, citius ipse attingat Horizontem, quàm semicirculi horæ sextæ quadrantem, & è conuerso hyemis tempore, cum in Austrum deflectit, cur prius quartam circuli horæ sextæ, quàm Orientalem Horizontis partem occupet: vnde dierum artificialium quantitates hîc diminui, illic incremēta sumere videmus. Vt autem industrius lector aliquanto faciliùs hæc percipiat, sequentem figuram adiecimus. Ducatur ex l cētro



meridianus k c e g, sit Aequator d l h, obliquus Horizon k l e, polus arcticus supra Horizontem eleuatus b, antarcticus f, circulus verticalis c l g, in Horizōtis l puncto cum Aequatore, & horario circulo b l f cōcurrens. reliqua ex figura quilibet per se facilè intelliget. Noueris etiā sub Aequatore lineas horarias omnes esse parallelas, cū axis mundi terræ superficiei sit parallelus, sed extra situm Aequatoris, vbi axis in Septentrionem eleuatur, lineæ horariæ sensim disiunguntur, & vbi stylus sub Aequatore, hoc est, in linea horæ sextæ infigitur terræ, concurrunt versus Austrum. Præterea scire licet sub tribus hisce circulis, nimirum Horizonte, Aequinoctiali & eo, qui per verticem transit, fingi quasdam planas superficies ab ipsis circulis exquisitè comprehensas & circundatas, quæ non secus à 12 horarijs circulis in 12

partes

partes diuiduntur, quàm circumferentiæ, quibus circumscribuntur. Nam plana superficies ab Aequinoctiali comprehensa vnà cum extrema circumferentia similes & æquales sortitur distributiones. Eodem modo cum circumferentia Horizontis in segmenta inter se valde inæqualia secetur, etiam plana superficies, quam includit, inęquales diuisiones suscipit. Idem etiam de plana superficie, quæ ad rectos angulos in Horizonte erecta, Septentrioni vel Austro recta opponitur, intelligendum, cum easdem sectiones habeat, quas circulus verticalis, qui in exortu & occasu Aequatoris πρὸς ὀρθὰς Horizontem secat. Hinc manifestum est, Sciotericon instrumentum exquisitè ad eleuationem Aequinoctialis erectum, hoc est cuius plana superficies tantum ab Austrina parte attollitur, quantum Aequinoctialis supra Horizontem, pro singulis horarum distinctionibus designationes æqualibus distantes interuallis habere. Etenim huiuscemodi circulus in instrumento, si modò ad exquisitam altitudinem fuerit eleuatus, & Meridianę lineæ concinnè accommodatus, in plana Aequinoctialis superficie decumbit. Et hîc licet animaduertere, vt imagineris polum esse in vertice, & Aequinoctialem circulum esse eundem cum Horizonte, ita vt quemadmodum Aequator ab horarijs circulis diuiditur in 24 partes æquales, hîc circulus Horizontis in easdem distribuatur, & in hoc situ 24 horariorū circulorum quadrantes supra terram eminēt, ex signo quidem verticis omnes vt centro procedentes, & in 24 sectiones horarias Aequatoris desinentes. Nam axis mundi perpendiculariter ex centro Horizontis & Aequinoctialis egrediens in signum verticis, siue poli excurrit: vnde necesse est ibi distinctiones horarum in superficie terræ, cum lineæ horarię ducantur secundum diuisiones Aequatoris, idem cum Horizonte planum occupantis, inter se omnino æquales esse. At Sciotericon Horizontis obliqui, cuius axis non πρὸς ὀρθὰς in eius superficie erigitur, nec eidem ęquidistat, quodq; nulla sui parte ad Horizontem inclinatur, sed exquisitè in eiusdem superficie conquiescit, aut eidem æquidistat, inequales vnà cum ipso Horizontis circulo distributiones horarum suscipit. Necessarium est enim, vt horarum declinationes ad Aquilonem & Austrum strictiora habeāt interualla, quàm ad Orientem vel Occidentem, idq; in omnibus climatibus, vbi ad rectos angulos Horizontem non intersecat Aequator, nec vterq; horum in eadem plana superficie cōsistit, vt sub ipsis polis nunc fieri diximus. Vbi verò dicti circuli sese πρὸς ὀρθὰς intersecant, ibi hora sexta in ipsius terrę superficie maximum occupat spaciū, & horarum discrimina continuis decrementis vsq; ad Meridianum minora fiunt. Extra Aequatorem verò horarum discrimiua paulatim fiunt contractiora, & lineę ad communem punctum, ex quo axis educitur, cōcurrunt, interuallum tamē vtriusq; horę, quę sextam pręcedit, & cōsequitur reliquis interuallis vmbrarum metas ad reliquas horas cōcludentibus longè maius existit. Insuper Sciotericon perpendiculare, quod exquisitè ortum & occasum Aequatoris spectat, eadem sortitur temporum discrimina, quæ circulus verticalis, nimirum vt superiùs & inferiùs longè sint angustiora, quàm ex aduerso Orientis & Occidentis: & quantò circulus hic remotius ab Aequatore in Septentrionem deflectit, tantò sunt horarum interstitia, quę Meridiei propinquiores sunt, arctiora, cum è conuerso discrimina horarum matutinarum & vespertinarum maxima sumant incrementa, adeò vt sub eleuatione poli 70 partium designationes horarum quintę & sextę duplò ferè aut triplò maius interuallum comprehendāt, quàm eędem in Aequatore intercipiant. Id quod non aliunde contingit, quàm quòd circulus verticalis ab Aequatoris plana superficie longiùs declinat, vt necesse sit Quadrantes horarios ex parte Meridiei in verticali circulo minora segmenta, quàm in Aequatore concludere. Sed in mutuis intersectionibus Aequatoris

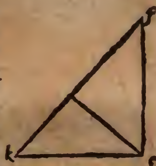
& verticalis circuli, quę in ea Horizontis parte fiunt, vbi linea horę sextę notatur, horarum intercapedines non magno discrimine differunt, nisi statim post lineam horæ septimæ, vbi vtriusq; superficies longius disiunguntur, ac horarũ distantiæ in verticali circulo signatæ paulatim contrahuntur, & minores ijs fiunt, quæ è regione in Aequatore signantur. Vulgares instrumentorum constructores & opifices hæc fundamenta prorsus ignorant, nec fontes huius doctrinæ ex Astronomia inquirunt, tantùm ex præscriptis regulis & præceptis dependentes, sed propter industrios lectores hæc præmisimus, quibus bene intellectis, non erit difficile infinitas varietates, quæ in Sciotericis instrumentis excogitari possunt, ex veris principijs & demonstrationibus extruere. In summa totùm Sciotericorum fundamentum consistit præcipuè in ratione inæqualium sectionum verticalis & Horizontis circuli, quas efficiunt 12 æqualium horarum circuli, qui Aequinoctialem in superiori hemisphærio in 12 æquales portiones diuidunt. Quare sub Aequinoctiali circulo, vbi superficies verticalis & Aequatoris in eodem plano consistunt, vmbrarum lineæ æqualia tempora designantes, æqualibus etiam spacijs dirimuntur, cum è contra in horarijs Horizonti æquidistantibus, in quibus vtriusq; horæ sextę semicirculi cũ ipso coincidunt Horizonte, maximæ sint interuallorum differentiæ. Nam ibi axis, qui horas ostendit πρὸς ὀρθὰς planę superficiei Meridiem exquisitè respicienti infigitur, & quę per centrum circuli procedit linea, terrę plano parallela, vtramq; horam sextam nimirum matutinam & vespertinam designat. Quæ verò hanc ad rectos angulos secat, ad perpendiculum in terram tendens, horę 12 vicem gerit: reliqua deinceps æqualium temporum spacia, quę sunt inter 6 & 12 exactè sunt inter se æqualia. Memineris hîc interim in superficie ad Austrum erecta nullas vmbras, quę horarum discrimina patefacere posint, notari, quamdiu Sol ab Aequatore in Septentrionem declinat, nec vicissim in Septentrionali superficie, dum Sol in Austrina parte commoratur, aliquas distingui posse. Non aliter iudicabis de superficiebus in nostris regionibus, & omnibus alijs extra sphęrę rectę situm constitutis, ad eleuationem Aequatoris erectis. Contrarium eius quod anteà diximus, sub vtroq; polo euenire necessarium est, vbi Horizon ab Aequatore non differt, sed vterq; vnum & idem planum concludit, & verticalis ab Aequatore remotissimè distat, ita vt Horizontem & omnes eidem ęquidistantes superficies horarij circuli in 24 æqualia segmenta partiantur, verticalem verò in maximè inæqualia. Hinc non erit difficile cuiuis ęstimare & ratiocinari, quomodo in omni Horizonte, tam recto quàm obliquo ęqualium horarum lineę mutuas intersectiones cum 12 horarijs circulis contingant, siue 24 semicirculis, qui Aequatoris superficiem in totidem æquales partes distribuũt. In superficiebus terrę ad perpendiculum insistentibus, & in Austrum cõuersis eędem horarum lineę extensę simili modo ad mutuos contactus verticalium & prędictorũ horariorum excurrunt. Subiecimus hîc exemplar scioterici verticalis, in quo licet animaduertere vmbras paulatim ab hora 6 ex Occidente, donec Sol 12 horam attingat, in Meridiem per inferiorem semicirculum circumferri, & hinc Sole in Occidentem descẽdente, vmbras in Orientẽ ascendere. Ex eodem ratio sectionum & tẽporum distantię apparent. Cæterùm hîc nouerint discentes, alijs etiam instrumẽtis, vt quadrantibus,



quadrantibus,cylindris,alijsq; viatorijs penſilibus,quibus officio perpendicu li ex obſeruata Solis altitudine horæ deprehenduntur,opificum vulgus vti. In his maximè rationem habemus aſcenſionum oppoſitorum ſignorum & partium ſupra Horizontem. Verùm hæc non poſſunt eſſe tam vſui accommodata,nec tanta certitudine tempora diſtinguere, quàm quæ in plana aut verticali ſuperficie deſignantur,cùm à 10 ad 12,& hinc iterum ad ſecundam horam Solis aſcenſiones & deſcenſiones non tam euidenti diſcrimine differant. Et rectè hoc conſiderauit Munſterus,quo nemo accuratiùs doctrinam de Sciotericis inſtrumentis pertractauit, horarium illud, quod vulgò Cōpaſſum appellatur, habens lineę meridianæ indicem magnetinū nobilitate & vſus cōmoditate omnes cylindros,anulos,quadrata,& quadrātes præcellere,in quibus tantùm ex altitudine Solis non ex remotione aut digreſsione eius ab Oriente horaria tēpora obſeruātur. Diximus aūt ſuperiùs,quomodo veteres ad obſeruationes temporum Gnomonica doctrina vſi ſunt,verùm recentiores artifices eodem gnomone longè cōmodiori ratione vtūtur. Cōſtituunt enim ipſum inuerſum ad angulum mediæ noctis,catheto in Auſtrum extenſo, quem Vitruuius per vmbram in Septentrionem conuertit: ita vt ὑποτείνουσα axis locum ſubeat, baſi & catheto gnomonem cōſtituentibus. Ex hoc ſemidiametros circulorum Aequatoris,verticalis & Horizontis certa ratione commenſuratas,lineas contingentiæ,horarum diſtributiones,& id genus alia Sciotericorum deſignationes neceſſaria hoc artificio inquirunt artifices,vt ante omnia harū rerū demonſtrationes Mathematicas veras cauſas,& fundamenta diligentiſsimè perſpiciant.

PROPOSITIO LXII.

Quomodo ex trigono orthogonio horaria tam uerticalia,quàm terræ parallela conſtruantur.



SIt trigonus ὀρθογώνιος f k c, cuius f c latus eſt in plano verticali πρὸς ὀρθὰς in terram ductū,k c in ſuperficie Horizontis,aut eidem æquidiſtante, quæ duo rectumangulum f c k cōprehendunt, c d ſit in Aequinoctiali ſuperficie. In plano tantùm duas ſuperficies f c & c k repræſentare poſſumus, ſed ſuperficies d c & f k minimè. Porrò illæ ſuperficies in quibus ſunt f c & k c cōtinent duos horarū circulos non tamen perfectos, quorum dimetientes nuſquam terrarum ſunt æquales, niſi tantùm in illis parallelis, vbi polus ſupra Horizontem 45 partibus eleuatur. Vndè conſequitur æquinoctialem eandem eleuationem obtinere,vt neceſſe ſit tam planum,quàm verticale ſciotericon eandem deſcriptionis & cōſtructionis rationē ſortiri. Vterq; enim acutorum angulorum in triangulo eſt ęqualis, nimirum 45 part. In alijs autem locis, vbi altitudo poli excedit altitudinem Aequatoris,ſicut in tota eſt Germania,ſemidiameter verticalis ſcioterici,pro ratione maior eſt ſemidiametro Horizontalis. Atq; huiuſmodi ſemidiametrorum quātitas facilè hac ratione inueniri poteſt,ſi in circuli Quadrante infimo loco ſurſum numerata poli eleuatione ad idem punctum ex centro ſemidiametrum eduxeris, quæ hypotemiſæ vicem ſuſtineat,& ſuper Quadrātis ſemidiametrum perpendicularem erexeris, quæ cum hypotemiſa & baſi triangulum rectangulum conſtituat quemadmodum ex figura Gnomonis ſatis euidenter innoteſcit. Maximum huius trianguli latus,quod hypotemiſam appellamus,in omnibus hiſce inſtrumentis axis,ſiue indicis horarum locum occupat. Quādo verò in ſuperficiem Aequinoctialem axis ad rectos angulos incidat, non erit difficile ſemidiame-

trum Aequatoris inuenire, si in constituto triangulo ex hypotemisa orthogoniè in rectum angulum lineam dimiseris, vbi vterque semidiameter nimirum verticalis & Horizontis ad angulum rectū conueniunt. His ita cōsideratis, ex tribus semidiametris tres circulos designabimus, vnum in superficie perpendiculari, alterum in plana basi pro Horizontali Scioterico. Hos per tertium interpositum, nimirum Aequatorem in partes 24 æquales sectum, in partes inæquales diuidemus in hunc modum. Duę superficies exquisitè planæ, quarum altera sit verticalis, altera Horizontis circuli, ad rectum angulum exactè coniungantur, in quibus etiam ad rectum angulum concurrentes lineæ ducantur, ad quantitatem semidiametrorum verticalis & Horizontis, & fines harum linearum per aliam, quæ Hypotemisæ axis, & indicis horarum officio fungatur, connectantur. Dehinc ex centro recti anguli in hypotemisam πρὸς ὀρθὰς extendatur linea, quę superficiem Aequinoctialis circuli repræsentet. Vt autem res euidentius intelligatur, schema sequens adiecimus. Sint duæ superficies g h b n & k l b n, in linea b c ad rectum angulum a coniunctæ, circulus verticalis f a 6, ex f centro designatus, a d k Horizontis circulus ex d centro ad quantitatem d a circumductus, & f a πρὸς ὀρθὰς in terram sine a incidant. Connectantur nunc recta linea f & d fines siue centra, quæ vicem gerit axis siue horarum indicis, tam in verticali, quàm plana superficie. In hanc ex angulo f a d πρὸς ὀρθὰς excurrat alia linea a e, quæ repræsentabit semidiametrum Aequatoris, ad cuius magnitudinem inter duas constitutas superficies ducatur tertius circulus, qui dicetur Aequinoctialis in eodem plano, cum b c linea consistens, quæ ab artificibus vocatur linea contingentiæ. Nam non solùm tres planæ superficies in hac conueniunt, sed etiam tres circuli in ipsis superficiebus descripti, hanc in puncto a contingunt. His constitutis, secabimus Aequinoctialem circulum in 24 æqualia segmenta: nam tot sunt diei naturalis horæ, & erit a e linea horæ 12, quemadmodum f a in circulo verticali, & d a in Horizōte eandem designant. Hîc obseruandum est, quemadmodum in linea contingentiæ ad punctum a ex centris trium circulorum horę 12 lineę concurrunt: ita etiā reliquarum omnium horarum correspondentes lineas ex ijsdem cētris in eadem linea contingentię ad easdem partes conuenire. Sequitur deinceps, vt ex e centro Aequinoctialis per singula semicirculi sectionum puncta in lineam cōtingentię b c rectas educamus, quarum contactibus cum b c diligenter notatis, ad eosdem ex verticalis circuli f centro rectę lineę extendantur, & obseruatis in circumferentia partibus, per quas hę lineę productæ sunt, Horariū verticale omnibus numeris absolutum habebis. Eodem artificio Sciotericon planum, siue Horizontale conficiendum est, vt eductis videlicet ex centro Horizontis d ad mutuos contactus linearum Aequatoris & cōtingentię rectis, quas circumferentiæ Horizontis partes hę transeant, annotes. Atq; ex his initijs rationem con-



struction is

ſtructionis ſequentiũ Sciotericorũ, quę infrà deſcribemus, ad vnguem intelliges. Nec ſilentio prętereũdum eſt, quòd centrũ verticalis circuli, vbi locus eſt ſtyli, ſiue horarũ indicis, repręſentet nobis polum Septentrionalem, in quẽ 12 Horarij circuli concurrunt: vnde ſequitur, vt omnes horarũ lineę in hoc cẽtro tanquam in polo conueniant. Eodem modo centrum Horizõtis refert polum antarcticũ, in quo eſt punctũ ſecundi Horariorũ circulorum concurſus, vt etiã in idem centrũ Horarias lineas cõfluere ſit neceſſe. Cęterùm in cõcauis & conuexis ſuperficiebus nulla lineę cõtingentię, aut Horariarũm linearum dimenſione opus eſt, cùm hîc ipſiſsima cęli figura, vnà cum 12 circulis Aequatorẽ in ęquales portiones ſecantibus, & in loco ſtyli, vbi eſt polus antarcticus, conuenientibus exquiſitiſsimè exprimatur, id quod in ſphęra materiali vix euidentius cõtemplari poſsis. Quod autem planorũ Sciotericorum deſcriptiones in eadem cum Aequatore fiant ſuperficie fortaſſe aliquibus ſcrupulum inijceret, cum ſuperius dixerimus Aequatorem intra ſuperficies verticales, & Horizontis cõſtitutum eſſe, verùm quantũ ad conſtructionis rationem attinet, nullam ea res differentiã pariet. Nam ſiue Aequatorem ad iuſtam altitudinem eleues, ſiue in eandem planam ſuperficiem inclines, eundem ſcopum attinges, cum lineæ Horariæ ad eaſdem partes lineę contingentię ęquè concurrant. Atq; hoc euidentiſsimè videre licet, ſi chartam ex parte Aequinoctialis ita eleuaueris, vt interim à linea contingentię non remoueatur. Hactenus de veris demonſtrationibus & fundamentis, quibus inſtrumentorum Sciotericorum doctrina innititur, ſatis perſpicuè & copioſè tractaſſe mihi videor: ſequitur nunc vt deinceps de ipſa praxi, quantum præſens inſtitutum requirere videatur, aliquid explicemus.

PROPOSITIO LXIII.

Ratio inueniendi ſemidiametros Sciotericorum.

PRimùm omnium ad conſtructionem Sciotericorum requiritur exquiſitiſsima inuẽtio ſemidiametrorum, ad quarum magnitudinem circuli ſunt ducendi, quibus inuentis vel minimo negocio tota res expediri poteſt. Inueniuntur autem hoc modo. In plana ſuperficie deſignetur circuli quadrans f g k, cuius a k latus ſit baſis, & f a latus ipſi ad rectum angulum incidat. Hunc Quadrantem in 90 partes æquales accuratè partiaris, & à puncto k verſus f eleuationem Aequinoctialis ſupra Horizontem, aut quod eodem recidit, ab f puncto deorſum numeres altitudinem poli ſupra eundem locum, finem huius circũferentiæ ſignes puncto g ad quem ex a centro reducas ſemidiametrum a g, quæ repræſentat nobis Aequatoris ſuperficiem. Hanc ſemidiametrum πρὸς ὀρθὰς ſecet alia recta in quocunque puncto volueris, quod hîc ſit t, quæ vtrunq; extenſa contingat f a in ſigno d, & k a in b. Habes hîc iam ſemediametrum verticalis circuli d a, & Horizontis b a. Hîc autem obſeruandum eſt, quòd pro ratione quantitatis inſtrumentorum, quæ conficere volueris, liceat axim b d, ad alias atque alias partes ipſius g a transferre, modò operam dederis, vt ſemper axis Aequinoctialis lineam g a ad rectos angulos diſpeſcat. Reſpondet autem k f Quadrans quartæ circuli Meridiani in Auſtrum



conuerſę, vt f ſit ſignum verticale, k Horizontis, & circumferentia f g regionis latitudini reſpondeat, & k g Aequinoctialis eleuationi.

PROPOSITIO LXIIII.

Alia ratio inueniendi horariorum dimetientes ex perſpecta poli altitudine.

HIc modus etiam non minus facilè quàm certo docet nos inuentionem dimetientium horariorum, ſiue plana, ſiue verticalia, pendula, aut inclinata fuerint. Et quo rem ipſam ſtatim aggrediamur, in dato plano ducatur circulus c d f g ex b cētro, quem duabus diametris d f & c g ad rectos angulos ſeſe interſecantibus in quatuor æquales quadrantes diuidas, ex quibus vnū nimirum c d in 90 partes more Aſtronomico partiaris. Et obſeruata poli altitudine eandem in circumferētia d c ex d ſigno verſus c numeratam charactere l notes, & ex centro b ad datum punctum l recta producatur b l. Præterea datæ circumferentię d l ęqualis excipiatur d h in Quadrante d g, & ſigna l h per rectam l k h lineā connectantur. Atq; hęc in pūcto k à ſemediametro d b bifariam ſecetur. Igitur per 3 tertij Elementorum Euclidis, etiam ad rectos angulos diuiditur, ita vt l k perpendicularis ſit ipſi d b, & triangulus l k b rectangulus. Hinc conſequitur, vt circulus d c f g repræſentet nobis Meridianum, & Quadrans d c quartam eius Septentrionalem, & b centrum mundi, recta d f Horizontem, c g circulum verticalem Meridiano πρὸς ὀρθὰς incidentem. Porrò trigoni l k b perpendicularis l k eſt ſinus rectus, ſiue media linea duplam polaris altitudinis circumferentiam ſubtendens, & baſis k b ſinus arcus complementi, nimirum l c, quod ſemper eſt æquale ipſius Aequatoris ſupra Horizontem altitudini. Hypotemiſa l b ex l mundi polo in b centrum progrediens axem eiuſdem refert, cuius vmbra in ijs horarijs, quæ ex triangulo l k b conſtruūtur, tempora diſtinguit. Nunc autem datę rectę lineę l k æqualis conſtituatur in ſemidiametro b c, quę ſit b p, & ex puncto k in punctum p recta linea extendatur k p, ſecans l b in ſigno n. Quare per quartam primi Elementorum Euclidis triangulus k b p ęqualis, & ſimilis triāgulo l k b. Pręterea ex ſigno l in hypotemiſam k p gnomonis officio ducatur perpendicularis l m, & recta n b bifariam in o ſigno ſecetur, & interuallo n o ex centro m deſignetur circulus n o p. Iam obſeruandum eſt hunc circulum, officium & vſum Aequinoctialis horarij præſtare poſſe, quod ſcire operæpretium eſt ad conſtructionem quorundam propendentium & lateralium ſcioter icorum, quæ ex hoc inſtrumento fabrefiunt. Cum igitur ſemidiameter p q rectam k p πρὸς ὀρθὰς ſecet, ſequitur circulum q o p in quatuor quadrantes exactè diuiſum eſſe, cuius circuli ſemidiameter ex eiuſdem centro educendi catheti, horarium indicis magnitudinem oſtendit. Exemplum pręcedens, quod latitudini Colonienſi conuenit, hîc repetiuimus. Idem de ſimilibus iudicium eſto.

PROP

PROPOSITIO LXV.

Tertius modus inueniendi ſemidiametros Horariorum.

TErtius modus, quo inueniuntur ſemidiametri horariorum planorum verticalium, & Aequinoctialium, eſt talis. In plana ſuperficie ducitur oblonga linea, vt eſt in hoc ſchemate r s, quam in c ſigno ſecet altera orthogonalis c k, & c k centro ad quantitatem k d, deſignatur ſemicirculus m d n, quem ducta dimetiente m k n, quæ ipſi r d s ſit parallela, concludas. Deinde quadrantem m d initio ſumpto à d ſigno in nonaginta partes æquales diſtribuas, quo facto à puncto d verſus m numerabis altitudinem poli arctici ſupra locum conſtitutum, aut eleuationem Aequinoctialis ab m verſus d (nam vtraque circumferentia in eandem partem deſinit) & per finem ex k centro rectam in r d s lineam extendes, & partem vtriuſque contactus o ſigno notabis. Præterea fixo circini pede in m ſigno, & altero extenſo in centrum k, in linea k o propè punctum o interſectionem aut notam facias, quam charactere p ſignabis. Habes hîc iam conſtitutam totam diametrũ Aequatoris, quæ eſt k p. Deſcripto igitur ad quantitatem ſemiſſis p k lineæ ſemicirculo g d f in recta c k, ſecabis eundem in 12 partes æquales, & per puncta ſectionum in rectam r s lineas deduces, tum erit m d n ſemicirculus Horizontalis horarij, ex cuius k centro ad ſingulos contactus linearum Aequinoctialium & r s rectæ horarias lineas extendes. Vt etiam conficias horarium verticale, collocabis fixum circini pedem in ſigno d, & alterum in k, & interſectionem eodem modo, vt paulò ante in r s p ſigno notabis, & iterum ſecũdum magnitudinem ſemiſsis k p ſemicirculũ Aequinoctialem g d f deſcribes reliqua iuxta rationem anteà præſcriptam abſolues.



PROPOSITIO LXVI.

Conſtructio Horarij plani.

HActenus quantum ad demonſtrationes, & ſolidam cognitionem doctrinæ de omnibus Sciotericis inſtrumentis conſequendam attinet, ſatis copioſè & perſpicuè tractauimus: ſequitur vt praxin & eorundem constructionem hîc deinceps explicemus. Vt autem exordiamur à ratione ſtructuræ ſcioterici plani, ſcire licet horarium in plano deſcribere, nihil aliud eſſe, quàm Aequinoctialis æquales horarum diſtinctiones in ſuperficiem planam Horizonti æquidiſtantem transferre, id quod hac ratione licet expedire. In plana ſuperficie, cuius longitudo triplo ferè ſit maior latitudine, ducatur recta linea r p, quæ bifariam ſecetur in k ſigno, quo facto, alia hanc ad rectos angulos in formam crucis diſpeſcat, quæ ſit m c. In hac ab vtraque parte ſemicirculus deſcribatur, quorum alter vicem ſubit Aequatoris, alter Horizontis. Ex antegreſsis propoſitionibus horum ſemicirculorum dimetientes inueniendæ ſunt: nam ſemidiameter Aequatoris ex quadrante ſumatur iuxta quantitatẽ t a, & lineæ

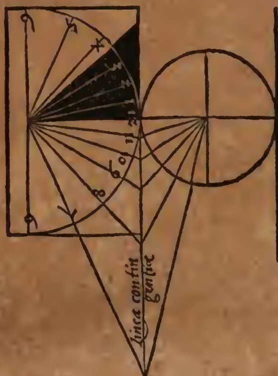
PROPOSITIO LXVII.

Structura Horarij in superficie uerticali.

QVod in superficie verticali describitur scioterícon, ita vt Meridiem aut Septentrionem exactè respiciat, non aliam habet compositionis rationem ab Horizontali, nisi quod semidiameter circuli maioris constituatur ex figura ad quantitatem a d catheti,& horarum numerus diuersa ratione inscribatur,& d signum locum occasus Aequatoris,f eiusdem exortum respiciat, si ad Austrum instrumentum conuersum fuerit, & k in centrum terræ extensa decurrat. Ex quo sequitur k c esse catheton, siue ad perpendiculum in terræ superficiem descendere, & stylum c centro infixum, qui æqualiter ab f & d remouetur, tantum à catheto c k distare, quãtum in figura Quadrantis a t distat ab ipsa a b basi. Nam semper hoc in collocatione styli diligentissimè est obseruandum, cum axis mundi locũ subire debeat, vt extremitates recta in polos tendant. Ac considerandum est in huiuscemodi instrumento, tantùm 12 horas inscribi, quia omnis superficies ad perpendiculum erecta, tantùm à Sole irradiatur ad quantitatem semicirculi, qui cõtinet tempus 12 horarum, licet vmbra vtriusque horæ sextæ tam matutinæ quàm vespertinę, difficillimè possunt apparere. Hunc defectum facillimè supplere licet, vt omnes etiam maximi diei horas numerare posis, si in duabus oppositis superficiebus, quarum altera verum Septentrionem, altera verum Meridiē spectet, duo eiusdem generis horaria depinxeris. Si igitur in superficie polum arcticum spectante sciotericon d k f designetur, k in punctum verticale signum tendet, c in ipsum terrę centrum. & styli extremitas in polum mundi arcticum, ita vt à puncto verticali tãtum distet, quantum altera extremitas, quæ est in superficie Meridionali ab opposito verticis puncto remouetur. Nam si vnus stylus in vtraque superficie, tam Austrũ, quàm Septentrionem spectante horarum fuerit index, necessarium est ibi, vt axis mundi locum subeat. Quare si tenuem aliquam laminam, in cuius vtraque superficie horarium verticale sit designatum, ad perpendiculum erexeris, & ferreum stylum iuxta eleuationem poli per centrum transmiseris, omnium horarum indicem habebis. Memineris tamen in superficie Septentrionali, vltra quatuor horas in nostro climate, nimirum primas duas matutinas, & vltimas vespertinas designari non debere, quæ spacium non aliud occupant, quàm 6 & 7 matutina, ita 5 ac 6 vespertina, eodem modo, quo in horario plano temporum spatia circini officio, vltra 6 horam transferuntur.



Sequitur alia figura ex Horontio, quæ idem ostendit, quod superior, cui triangulus gnomonis loco est impositus.

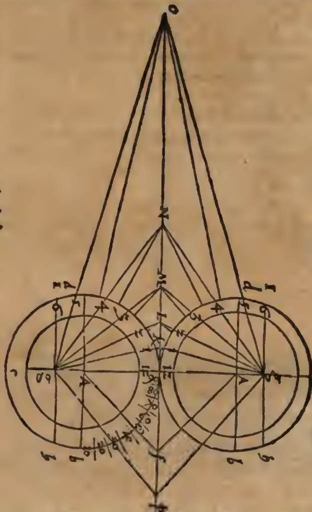


PROPOSITIO LXVIII.

Vtrumque præcedentium Horariorum aliter, quam paulò ante constitutum est, absoluere.

HOrontius Fineus Delphinas vtrumque præcedentium Horariorum alia quadam ratione non minus tamen artificiosa, quàm superior sit, conficere docuit, quam si cui libet varietatis causa cognoscere, hîc in promptu habere potest. In dato verticali, aut Horizontali plano designatur circulus horarius, aut Aequator b c d e ex a centro, quem duabus dimetientibus b d & c e in a centro sese ad rectos angulos secantibus in quatuor quadrantes diuidas: quarum dimetientium c e in recta linea Meridiani collocetur, vt exactè repræsentet horam 12. Dehinc b c Quadrantem in 90 partes æquales, & c d in 6, partiaris & per datum c signum, ducito lineam contingentiæ c f, quæ sit b d parallela, atque in c signo, cum c e rectos efficiat angulos. Insuper in Quadrante b c à signo b versus c supra locum constitutum poli altitudinem in vsum Horarij plani numerabis, sed in vsum verticalis poli complementũ. Per finem huius circumferentiæ ex a centro rectam & obscuram lineam a f produces vsque in datam contingentiæ lineam, quarum contactus notetur f signo. Porrò datæ rectæ a f constituas æqualem in Meridiana c e, à signo quidem c versus e, quæ sit c g, erit autem g centrum, & erecta c g diameter futuri instrumenti. Quare per datum g centrum ducito parallelam d b, quę sit h i, hęc initium horæ 6 matutinæ, & finem 6 vespertinæ ostendet Reliquas horarum lineas describes hoc modo. Ex a centro per singulas sectiones Quadrantis c d duces obscuras lineas, quæ transuersam c f in signis k l m n o contingant, & ad eadem contactuum signa ex g centro lineas apparentes extendes, quæ vnà cum Meridiana c g, & vtriusque horæ 6 H I 6 pomeridianarum horarum interualla

interualla diſtinguunt, quorum adminiculo reliquarum horarum diſtinctiones, prout aliæ alijs reſponderint, non ſecus annotabis, quàm ſupra admonuimus. Supereſt tandem, vt conuenientem horarum indicem, ſcilicet triãgulum



c g p, aut ſtylum ipſi g p æqualem, qui ſit inſtar axis mundi in hoc inſtrumento erigas. Tum recta a c, quæ eſt ſemidiameter horarij verticalis, oſtẽdit quantum in Horizontali eleuari debeat trianguli perpendicularis & Horizontalis ſemidiameter, ſiue recta c a, & quãtum verſa vice prominere debeat ipſa perpendicularis in verticalibus inſtrumentis. Reliqua iuxta præcedentium traditionem abſoluuntur.

PROPOSITIO LXIX.

Ratio conſtructionis Horarij plani ex tabulis.

IN data plana ſuperficie iuſtę magnitudinis circulum deſignabis, quẽ ducta per centrum dimetiente, in ſemiſſes diſtribues, quorum alterã, cui horarias lineas inſcribere volueris, bifariã ſeces. & à puncto ſectionis rectam in centrũ extendas, quæ horę 12 vmbrã ſuſcipiet: hoc pacto habebis ſemicirculũ in duos quadrantes diuiſum, quorũ alterũ in 90 partes ęquales partiaris ſingulis adſcriptis ſuis numeris 10, 20, 30, & ſic deinceps vſq; ad 90. Dehinc in tabellam, quã infra ſubiecimus, altitudini tui poli conuenientẽ ingrediaris, ibi iuxta numerũ ſingulis horis adſcriptũ in quadrãte circuli horariæ diſtãtiæ ſegmentũ capias, & per obſeruatũ circũferentię ſiue ex centro rectas educas, quę erit index vmbræ ad horã propoſitã. Hoc modo deinceps reliquarũ quatuor horarũ ſpacia

in circūferentia diuiſi Quadrātis ſemper ex centro per puncta ſectionū ductis rectis diſtinguere potes. Hoc opere expedito, ad ſingula interualla horarū in Quadrante diuiſo notata circinum expandes, & eadem in alterum Quadrantem, qui nullas partium diſtinctiones habet, transferas, vt ſic integrum ſemicir culum abſoluas, ad ſingulas circumſerentias eodem modo rectis lineis ex cen tro eductis. Tandem quæ ſuperſunt ad abſoluendum operis complementum, veluti de horis in altero ſemicirculo deſignandis, & erigendo ſtylo ex præcedentium propoſitionum tractatione petas licebit.

Tabula ad conſtructionem Horariorum planorum ſub eleuationibus poli arctici.

Horæ ante merid.	Horæ poſt merid.	42 G.	42 M.	43 G.	43 M.	44 G.	44 M.	45 G.	45 M.	46 G.	46 M.	47 G.	47 M.	48 G.	48 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	10	10	10	15	10	40	10	50	11	0	11	8	11	20
10	2	21	6	21	30	21	50	22	10	22	30	22	50	23	15
9	3	33	40	34	0	34	30	35	0	35	30	36	0	36	32
8	4	48	50	49	30	50	0	50	40	51	10	51	40	51	10
7	5	68	0	68	24	68	55	69	10	69	30	70	0	70	15
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Gradus altitudinis poli arctici.

		49 G.	49 M.	50 G.	50 M.	51 G.	51 M.	52 G.	52 M.	53 G.	53 M.	54 G.	54 M.	55 G.	55 M.
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	30	11	40	11	50	11	58	12	6	12	13	12	22
10	2	23	35	23	55	24	51	24	27	24	45	25	0	25	18
9	3	37	0	37	25	37	50	38	15	38	40	38	55	39	20
8	4	52	36	53	0	53	30	53	48	54	10	54	25	54	50
7	5	70	30	70	50	71	10	71	20	71	30	71	45	71	55
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

PROPOSITIO LXX.

Structura Scioterici uerticalis ex tabulis.

QVando Horarium verticale, cuius ſuperficies exquiſitè ſit in Auſtrum cōuerſa, ex ſequentibus tabulis delineare volueris, perpendiculo, quod nihil à plano declinet, ex quacunq; parte dimiſſo æquidiſtantem in eadem ſuperficie lineam ducas, quæ in terræ planum non ſecus, ac linea perpendiculi πρὸς ὀρθὰς incidet, & vmbræ Meridianæ locum occupabit. Hanc deinceps alia tranſuerſa linea ad rectos angulos diſpeſcas, tum in communi ſectione quæ erit centrum circulo concurrent quatuor recti anguli. Ex hoc centro infra tranſuerſam, qui inferiores angulos concludat, ſemicirculum duces. Hæc trāſuerſa vtriuſq; horæ ſex, nimirum veſpertinæ & matutinæ vmbras ſuſcipiet. Reliquarum horarum lineas ex aliqua ſequentium tabularum, quæ propoſitæ poli altitudini inſeruiat, non aliter deſignabis, quàm in præcedentis Horarij conſtructione præſcriptum eſt. Nam cum obſeruaueris poli eleuationem, inuenies

uenies in tabula circumferentias horarum, quibus singulæ à Meridiei linea distiterint, quas eadem ratione in Quadrantē, qui partium distinctiones habuerit, à Meridiana linea numerare debes, & ductis per fines ex centro semicirculi rectis sex horarum lineas designatas habebis, quas deinceps suis numeris notare poteris. Cæterùm si poli altitudo non habuerit integras partes præcisè, sed cum partibus connexos aliquot scrupulos, necessarium erit alio modo ex tabulis horarum numeros inuenire, si modò propius ad rem ipsam velis accedere. Vt igitur adminiculo tabularum, quarum altera maiori eleuationi, altera minori, quam tibi sit proposita, inseruiat, intermediæ alicui altitudini aliā conuenientem conficias, subduces propositam eleuationem ex proxima maiori, aut ex illa proximè minorem, & inuenta vtriusque differentia, obserues etiam discrimen circumferentiarum eiusdem horæ, quarum altera præcedenti altera sequenti eleuationi respondeat, ex quo iuxta quantitatem differentiæ alterius altitudinis in tabulis & eius, quæ proposita sit, partem (vt vocant) proportionalem educes. Quam si adieceris arcui minoris altitudinis, aut pro diuersa ratione subduxeris ex arcu maioris altitudinis, numerum propositæ horæ in scioterico plano respondentem inuenies. Et viceuersa in Horario verticali partem proportionalem inuentam ex numero minoris eleuationis subtrahes, aut iuxta mutatam differentiæ rationem maioris altitudini adijcies, vt tibi verus propositi temporis numerus prodeat. Inuenies autem partem proportionalem hoc modo, vt si eiusdem temporis differentia inter duas quæ in tabulis inueniantur poli altitudines fuerit 40 scrupul. differentia autem propositę poli altitudinis & proximè maioris minutorum 20, sumes tertiam partem ex 40 scrupul. quæ est 13 scrupul. 20 secun. Nam sicut 60 minut. adæquantur 40 minut. ita etiam 20 tertiæ parti ex 40. Non dissimili ratione & via reliquarum omnium horarum intercapedines inuenire licet.

Tabulæ uerticalium Sciotericorum.

Horæ ante merid.	Horæ post merid.	Circumferentiæ poli arctici.													
		42		43		44		45		46		47		48	
		G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	11	17	11	5	10	54	10	43	10	32	10	22	10	10
10	2	23	13	22	53	22	33	22	12	21	51	21	29	21	6
9	3	36	37	36	11	35	44	35	7	34	50	34	20	33	45
8	4	52	9	51	42	51	15	50	46	50	16	49	45	49	15
7	5	70	11	69	53	69	35	69	10	68	54	68	35	68	10
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0
		Circumferentiæ eleuationum poli arctici.													
		49		50		51		52		53		54		55	
		G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M.	G.	M
12	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	9	57	9	45	9	35	9	25	9	10	8	58	8	45
10	2	20	45	20	25	19	58	19	35	19	10	18	50	18	25
9	3	33	20	32	45	32	12	31	40	31	5	30	30	29	50
8	4	48	40	48	5	47	30	46	50	46	12	45	55	44	35
7	5	67	50	67	20	66	55	66	30	66	0	65	30	64	58
6	6	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0	90	0

Schema verticalis Horarij ſupra cuius lineam meridianam, ſtylus horarum index eleuatur quantitate circumferentiæ c b.



PROPOSITIO LXXI.

Circumferentiam Horarij circuli, id eſt eius, qui per utrumqꝫ mundi polum & centrum Solis ducitur, inter polum arcticum & Horizontem interceptam, ſupputare.

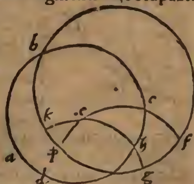
CVm in præcedenti capite, quomodo ſimplicißimè ex tabulis Horaria tam plana quàm verticalia ad varias poli altitudines conficienda ſint, explicauerimus: ſcire volet forſan induſtrius lector, qua ratione hæ tabulæ ſint conſtructæ, & ad alias poli eleuationes ſimiles ſupputari debeãt. Ad hanc rem conducit Horariorum circulorum arcus inter polum mundi arcticum & Horizontem concluſos inuenire. Fit autem hoc modo. Si num complementi altitudinis poli ducas in ſinum diſtantiæ Solis à Meridie, & productum in totum diſtribuas,

distribuas, & sinus hinc egredientis arcum ex Quadrante subducas. Iterum propositis sinibus huius complemẽti, & altitudinis poli, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem partiaris. Quem hinc sinum inueneris, is ostendet arcum circuli magni per Solis centrũ, & vtrumq; mundi polum procedentis inter polum arcticum & Horizontem comprehensum. Exemplum. Sub altitudine poli 48 partium, aliquis inuenire velit circumferentiam Horarij circuli, cuius à Meridiano distantia est horarum 3, inter polum arcticum & Horizontem conclusam. Complementum altitudinis poli est 42 partium & sinus rectus 66913, qui ducendus est in sinum 3 horarum. Efficiunt autem tres horæ 45 partes, & absoluta operatione egreditur sinus 74314, cuius arcus 28 part. 14 scrupul. complementum est 61 partium, 46 scrup. Et cum sinus huius circumferentiæ sit maior sinu altitudinis poli, multiplicatur hic 74314 in totũ, & productus cum in sinum maiorem distribuitur, prodit sinus 84349, cuius arcus est 57 part. 31 scrup. Atq; tanta est circumferentia, quæ inuenienda erat.

PROPOSITIO LXXII.

Signum illud Horizontis, quod circulus Horarius in sphæra contingit, per scientiam Sphæricorum triangulorum ratiocinari.

ACcedemus nunc ad ipsam rem, vt intelligas quo artificio ipse nouas tabulas planorum Horariorum conficere possis. Quando ex præcedenti propositione arcum Horarij circuli, qui est à polo mundi vsq; ad Horizontem inuenisti, duces sinum eius in sinum distantiæ Solis à Meridie, siue Sol in Oriente, siue in Occidente à Meridiano constiterit, & productum in totum distribues. Hinc tibi sinus exibit eius circumferentiæ Horizontis, quæ inter Meridianum & circulum Horarium cõcluditur. Manifestum est autem, quòd fundamentum huius propositionis consistat in 15 propositione lib. 4 Triangulorum Regiomontani, ex qua declinationes omnium Eclipticæ partium non dissimili ratione supputantur. Sit ergo circulus Horizontis a b c d, circulus Horarius p e c f, k e h Meridianus, e polus mundi arcticus, p k b Aequinoctialis, cuius circumferentia b k definit angulum p e k, cui æqualis est oppositus c e h. Dantur autem latera e c & e h, quæ extendantur sub Horizontẽ, vt fiant Quadrantes e f & e g, quibus coniunctis per arcum f g, constat ipsum æqualem esse k p propter æqualitatem angulorum c e h & k e p. Iam per 15 quarti Triangulorum, quæ est ratio sinus e f ad sinum f g circumferentiæ, quæ antea constituta est nobis 45 partium, eadem est sinus e c ad sinum c h circumferentiæ. Ex his cogniti sunt tres sinus, quare c h arcus sinus rectus latêre non poterit. Igitur in ordine sinus totus, qui est segmenti e f, occupabit locum primum, nempe diuisoris, secũdum f g sinus, qui est 70710, tertium sinus e c, qui est 84349. Si ergo multiplicaueris secundũ in tertiũ inuenies 5964317790, qui distributus in totum producit 59643 sinum, cuius arcus est 36 part. 37 minut. Tantum etiam in plana superficie Horizonti æquidistanti distabit linea horæ nonæ ante meridiem, & linea horæ tertię pomeridianæ à linea meridiana. Similis est ratio inuentionis reliquarum omnium circumferentiarum ad quamcunq; poli altitudinem. Eandem Horizontis circumferentiam ex 25 quarti Triangulorũ non minus expeditè licet inuenire. Habemus enim hîc in trian-



gulo e h c duo latera e c & e h cognita, cum igitur angulus e h c sit rectus, procedimus in hunc modum. Complementum lateris e c est 32 part. 29 scrupul. cuius sinus rectus 53705, complementum e h est 42 partium, & sinus 66913. Si iam multiplices 53705 in sinum Quadrantis, inuenies 5370500000, qui diuisus in 66913 producit 80260. Huius circumferentia ex tabulis offertur 53 part. 23 min. quibus ex 90 sublatis, restat complementum 36 part. 37 scrup. Eundem igitur finem per hanc & alteram propositionem consecuti sumus.

PROPOSITIO LXXIII.

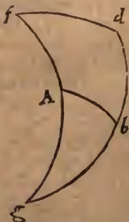
Alia ratio eundem arcum Horizontis inter Meridianum & circulum Horarium interceptum numerandi.

MVltiplices sinum distantiæ temporis à Meridie in sinum complementi altitudinis poli, & productũ diuidas in totum. Sinum huius arcus complementi conferas cum sinu cõplementi distantiæ temporis à Meridie, ex quibus minorem ducas in totum & productũ distribuas in maiorẽ, tum complementi arcus Quotientis ostendet tibi circũferentiam Horizontis quæsitã. Assumamus hîc iterum exempli gratia horam 9, cuius distantia à Meridie est 45 part. & sinus 70710, complemẽtum poli 42 part. cuius sinus 66913 ducitur in 70710, & productus cum diuiditur in totũ, prodit 47306, cuius arcus 28 part. 40 scrup. ex Quadrante sublatus, relinquit arcum 61 par. 46 scrup. cuius sinus 88102 collatus cum sinu complementi distantiæ temporis à Meridie 70710, cum sit maior hoc diuisoris locum subibit, & minor ducitur in totum, tum producto diuiso in maiorẽ, exit sinus 80259, cuius arcus 53 part. 22 scrup. ex Quadrante subductus, restituit 36 part. 38 scrup.

PROPOSITIO LXXIIII.

Quomodo ex Sphæricis triangulis segmentum uerticalis circuli inter Horarium circulum & Meridianum interceptum ratiocinemur.

INuentis circumferentijs horarum in circulo Horizontis non est difficile etiam segmenta eorundem temporum in circulis verticalibus supputare. Sit ergo polus mundi g, ex quo in Aequatore incurrit quadrans Meridiani g d, & alter quadrãs Horarij circuli, qui à Meridiano distet 3 horis in eũdem Aequatorem incidat, qui sit g f. Pars circuli verticalis inter hos quadrantes intercepta a b, quæ nobis est inuenienda. Propter tempus igitur 3 horarũ, erit arcus Aequatoris inter verticalem & Meridianũ conclusus, nimirum f d 45 gra. Iam verò signũ b est τῆς κορυφῆς, in quo arcus a b secat d g πρὸς ὀρθάς. Triangulus igitur a b g est ὀρθογώνιος. Alibi nobis demonstratum est arcum b d adęquari poli supra Finitorem altitudini. Sed hanc notam esse cõstituimus: quare complementum b g non latebit, & arcus f d notus constituit angulum f g d. Cũ ergo trigoni rectanguli a b g notum sit latus b g, vnà cum acuto angulo a g b, per 27 quarti Regiomõtani reliqua latera inuenientur.



Est enim ratio sinus anguli a g b ad sinum anguli a b g recti, eadem, quę est sinus cõplementi anguli b ad sinum complemẽti arcus b a g. Ex his quatuor tres sinus sunt noti ex hypothesi. Sinus igitur complementi anguli g a b nõ latebit, deinde & ipse angulus patefiet. Vt ergo πρᾶξιν ob oculos constituamus, inuestigabimus ex tabulis arcuum sinus. Sinus anguli a g b offertur 70710, & a b g anguli est sinus maximus 100000. Statuamus autem altitud

altitudinem poli 48 part. cui æquatur b d complementum arcus g b, cuius ſinus eſt 74314. vt ergo inueniamus ſinum cõplementi anguli g a b, ordinandi ſunt numeri in hunc modum 100000, 70710, 74314, ex multiplicatione ſecundi in tertium conſurgit 5254742940, qui diſtributus in primum reſtituit 52547, abiectis fragmentis huius arcus ex tabulis offertur 31 grad. 42 min. tantum eſt complementum anguli g a b, quare angulus ipſe eſt 56 grad. 58 minu. Hinc deinde relegamur ad propoſi. 26 quarti. Ex ea cõſtat eandem eſſe rationem ſinus anguli b a g, ad ſinum anguli a b g, quę eſt ſinus complemẽti anguli a g b ad ſinum complementi lateris a b. Ex his 4 iterum innoteſcũt 3. Complementum igitur ipſius a b non latebit. Cum enim angulus b a g ſit inuẽtus 58 grad. 18 min. erit ſinus 85081, & ſinus anguli a b g eſt totus nempe 100000, ſed complementum anguli a g b eſt 45 grad. æquale nimirum illi, cuius ſinus eſt antea conſtitutus 70710. Iam ex multiplicatione ſecundi in tertium fit 7071000000, qui numerus in primũ diuiſus profert 83109 abiectis fragmentis, cuius arcus ex tabulis proximè offertur 56 & 13, tantum eſt complemẽtum lateris a b, quomodo ex quadrante ſublato, emergit ipſum latus a b 33 grad. 47 minut. id quod hactenus eſt inquiſitum.

PROPOSITIO LXXV.

Idem ſegmentum alia ratione ſupputare.

Sinum cõplementi tẽporis diſtantię à Meridie per ſinũ eleuationis poli multiplicatũ in totũ partiaris, & quotiẽtis arcus cõplementi ſinu cum ſinu complementi altitudinis poli collato, minorẽ in totũ ductũ iterum per maiorem diuidas. Deinde ſinum hinc inuentum multiplices in ſinum diſtantię temporis à Meridie, & producto in maximũ ſinũ diſtributo, offeretur tibi ſinus arcus verticalis quæſiti. Multiplicemus ergo ſinum altitudinis poli 74314 in ſinũ cõplementi diſtantiæ tẽporis à Meridie 70710, & productũ partiamur in totũ, tum exurget 52547 cuius arcus 31 par. 42 ſcru. & cõplementum 58 par. 18 ſcru. quarum ſinus eſt 85081, ſinus complementi altitudinis poli, nimirũ 42 partium eſt 66913, qui cum ſit minor præcedenti ducitur in totum, & productus in illum, vtpote maiorem diſtribuitur. Atq; hinc emergit ſinus 78646, quem ſi iterum multiplices in ſinum diſtãtiæ temporis à meridie, & productum in maximum diuidas, inuenies ſinum arcus 33 part. 47 minut. eundem videlicet, qui ex prę cedenti propoſitione oblatus erat.

PROPOSITIO LXXVI.

Ratio dimetiendi eleuationem poli ſupra quamcunq; ſuperficiem, quæ ad Horizontem quidem inclinatur, ſed Meridianum ad rectos angulos ſecat.

Qvemadmodum ad conſtructionẽ Sciotericorũ, quæ Horizõti ęquidiſtãt, altitudinis poli obſeruatio requiritur, eadem ratione ſi in ſuperficiebus ad Horizõtis planũ inclinatis, quę tamẽ Meridiani planũ πρὸς ὀρθὰς interſecent, ſicut interdum tecta ędificiorũ, vt quatuor mundi cardines reſpiciãt, artificioſè cõſtruuntur, angulos horarios deſignare debeamus, eleuationem poli mundi ſupra eaſdẽ explorare oportebit. Hoc quomodo ſolius quadrantis officio expedire liceat, videamus. Cõſtituatur baſis quadrãtis ſuper oblatã ſuperficiẽ, in eo quidẽ ſitu, vt Meridianæ lineæ æquidiſtet, & ad circũferentiam inſtrumẽti eo loco perpendiculum appendas, ex quo in ipſum centrũ exactè deferatur. Ibi extẽplo circũferentia, quæ à loco perpẽdiculi ad finẽ 90 gr. numeratur, altitudinẽ oblatæ ſuperficiei ſupra Horizontẽ patefaciet, qua ſubducta ex eleuatione poli ſupra eũdem Horizõtẽ (nã illã anteà inuẽtã habere oportebit) ſi minor fuerit, altitudo poli ſupra oblatã ſuperficiẽ remanebit. Vt aũt huius rei

demonſtrationem intelligas,ſequentem figuram adſcripſimus.Ex a centro vniuerſi deſignetur Meridianus circulus n l k,cuius mutua cum Horizonte interſectio ſit in linea l a g,polus mundi k,& eiuſdem altitudo ſupra Horizontem k p. Superficies quædam ad Horizontem inclinata h a m,ſupra quam eleuatur polus quantitate k r circumferentiæ, quæ hîc eſt inueniende.Delinetur etiam ſemicirculus ex a centro b d g,qui bifariam ſecetur in d ſigno,quod verticale eſt.Sunt igitur d g & b d quadrantes, ſit etiam quadrans c f, qui ſuper oblatam ſuperficiem h f a conſtituatur. Demõſtrabimus hîc ſegmentum c d æquale eſſe f g. Conſtat primum perpendiculum in a centrum,niſi ex d loco incidere non poſſe.Nam ſignum verticis centrum Horizontis & vniuerſi in eadem recta conſiſtunt linea.Iam circumferentia c f æqualis eſt d g ex hypoteſi,quia vtraqꝫ circuli quadrantem æquat.Communis autem vtriqꝫ d f.Si iam ab æqualibus ęqualia ſubtrahantur, per communem ſententiam,quæ reſtant æqualia remanebunt. Quare ſubtracta d f ex c f, & iterum ex d g,reſtabit f g,ipſi c d æqualis.Iam autem f g ſimilis eſt r p, quia ſunt ex eodem centro deſcriptæ circumferentię,ergo etiam cognita. Et ſubducta r p ex k p,remanebit k r,altitudo nimirum poli ſupra oblatam ſuperficiem h f a. Quomodo nunc vlterius arcus Horarij huic ſuperficiei ſint inſcribendi,ex antegreſsis propoſitionibus inuenire licet.

SECTIO QVARTA, DE GENERALIBVS MAGNITVDINVM DIMENSIONIBVS.

PROPOSITIO LXXVII.

Quomodo metiendæ ſint altitudines, quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt.

CONTEXEMVS hîc deinceps generales dimetiendi rationes,quibus inſtructi etiam illi,quibus Elementorum Geometriæ nulla fuerit cognitio,omnium ferè altitudinum, longitudinum, & diſtantiarum magnitudines explorabunt. In hunc vſum alij varia conſtruxerunt inſtrumẽta,nimirum Annulos,Quadratum Geometricum,Radium Aſtronomicum, & Gnomones.nos verò,vt multiplicem Quadrantis vſum euidentius diſcentes intelligant,nonnihil variata ratione ſimplicius ac facilius etiam ſine adminiculo numerorum omnes dimenſionum rationes inquiſitis demonſtrationũ fontibus abſolui poſſe oſtendemus.Ergo vt ad inſtitutum veniamus,primum inueſtigabimus,quomodo eorum corporum altitudines,quæ ad perpendiculum terræ inſiſtunt,deprehendi poſsint.Id facillimè efficiemus,ſi vſqꝫ ad baſin altitudinis præfixę pateat acceſſus. Conſtituemus enim officio perpendiculi baſin inſtrumenti,vt exquiſitè libellam occupet, tum intuenti per mobilis regulę pinnacidia ſupremam obiecti partem offeretur circumferentia, cuius ſinus rectus ad ſinum complementi eam conſeruat rationem,quam altitudo inquiſita ad interuallum inter eiuſdem baſin & locum obſeruationis cõcluſum.

Conſtat

Constat hinc manifestè, quòd si fuerit sinus obseruationis ęqualis sinui complementi etiam distantiam à basi prefixę altitudini adęquari. Quare ex sola illius dimensione quęstioni satisfactum fuerit. Sin alia fuerit ratio sinus obseruationis ad sinum complementi, cum semper ex quatuor magnitudinibus, quæ sunt proportionales tres innotescant per canonem proportionis quartam inueniemus. At hîc scire licet alia etiam obseruandi ratione eandem circumferentiam deprehendi posse, nimirum si per illa pinnacidia, quæ alteri Quadrantis lateri insistunt obiectam altitudinem intueamur. Nam alterum latus eodem segmento eleuabitur à demisso excentro perpendiculo. Ex sequenti figura manifestius hæc intelliguntur. Constituamus ergo nobis obseruandam esse altitudinem a b, quæ πρὸς ὀρθὰς insistit ipsi b l rectæ, ex g puncto, vt circumferentia c d, supra quam eleuatur regula d g, dum radius visus per d in a transmittitur, sit ęqualis complemento d r, cuius sinui recto æqualis est ipsa g f, & d f est sinus arcus c d, qui necessario ipsi g f est æqualis Hoc



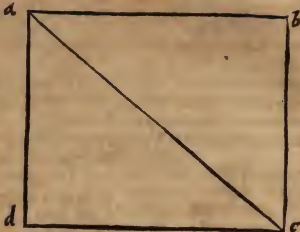
constituto dicimus æqualem esse distantiam basis b à loco obseruationis g ipsi a b altitudini. Designati sunt enim duo trigoni rectanguli, nimirum a b g & d f g, quorum duo anguli ad b & f signa per hypothesin sunt recti, & alter acutorum a g b est vtrique communis. Ergo per 32 primi Elementorum reliquis b a g reliquo f d adęquatur. Hinc per 4 sexti Euclidis, latera, quæ circũ æquales sunt angulos, nimirum a b, b g, d f, & f g sunt proportionalia. Sed paulò ante statuimus ęqualem f g ipsi f d. Aequalis igitur est g b ipsi b a, id quod demonstrari oportebat. Eadem ratione demonstratur in quamcunque partem ipsius b l instrumentum transferatur sinum complementi ad sinum anguli obseruationis eandem rationem custodire, quam obtineat distantia ab ipso b signo ad altitudinem b a inquisitam. Iterum collocemus instrumẽtum in remotiorem locum à b signo, nimirum in l. Erit ergo circumferentia, sub qua eadem b a altitudo secundò obseruatur, k h. Et super l centrum designetur circulus k m r, qui inferius secetur à perpendiculo l s in signo p. In hoc sumatur in signum ex quo per centrum l iterum obseruetur altitudo a. Distantia autem r ab m puncto constat integro Quadrante. Producta b l recta eundem circulum secet in n puncto. Dicimus hîc circumferentiam r p, quę inter contactum perpendiculi, & r signum intercipitur, adęquari ipsi k h. Cum enim duę rectę h l m & k l n secent se in puncto l, erit per 15 primi Elementorum angulus k l h, ęqualis ipsi n l m. Hinc etiam circumferentia k h ęquatur m n. Cum autem recta b n, quę in libella consistit, dispescat circulum h m r in semisses, sequitur vt perpendiculum l s semicirculum k p n in Quadrantes diuidat. Ergo segmentum k m æquatur p n. Et vtrique communis est p m, quo sublato, relinquitur r p æquale m n. Sed antea demonstratum est m n æquari k h. Ergo & r p adæquatur k h, id quod demõstratione stabiliendum erat. Manifestũ est ergo, siue obseruentur altitudines per pinnacidia lateri l m infixa, siue per ea, quę sunt in mobili regula, semper offerri illam circumferentiam, cuius ductu inquisitas altitudinum quantitates ratiocinari liceat,

PROPOSITIO LXXVIII.

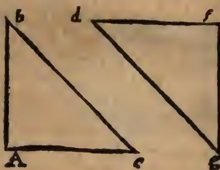
Secundus modus altitudinum quantitates obſeruandi.

HIs aliam ſubnectemus rationem, qua facilius earundem altitudinũ quantitates liceat obſeruare, ſi modò viſus ad baſin apparentis loci non fuerit à latere interclusus. Licebit hîc pro arbitrio ad quantam voluerimus diſtãtiam ab obiecta loci altitudine recedere. Tum inuenta per antegreſſam propoſitionem circumferentia, quę prędixę altitudini obtenditur, progrediemur in eum vſq; locum, ex quo diſtantiam loci obſeruationis à baſi apparente ſub angulo complementi liceat intueri. Eius interuallum à prędicta baſi inquiſitę magnitudini exactè dicimus adęquari, id quod ex ſequenti demonſtratione euidentius eluceſcit. Sit ergo metienda nobis altitudo g f, quę ad perpendiculum erecta ſit ſuper ipſam k h g, & conſpiciantur ex a ſigna f & g ſub circumferentia b c, cuius complementum b d a g ſit diſtantia loci obſeruationis à baſi. Hinc cum progreſſi fuerimus in k appareant g & a ſigna ſub circumferentia l h, quę ſit ęqualis complemento b d. Dicimus hîc ipſam k g, quę eſt in terra diſtantia k ab ipſo g ſigno exactè ęqualem eſſe g f. Deſignauimus enim duos trigonos ὀρθογωνίους a f g, & g k a, quorũ duo anguli ad g ſignum ſunt recti, & alter acutorum g k a æquatur ipſi a f g. Ergo tertium g a k, ipſi f a g æquari eſt neceſſe. Quare, cum ęqualibus angulis ſubtendatur idem latus a g per 26 primi Elementorum reliqua latera ſunt reliquis lateribus ęqualia, nimirum a k ipſi a f & k g ipſi f g, id quod demonſtrari oportebat. Porrò ex his manifeſtum eſt, ſi ad g baſin omnino acceſſus non detur, quomodo nihilominus ęqualem in terra magnitudinem ipſi g f liceat deprehendere. Vt hoc demonſtratione confirmemus, ducantur ex ſignis a & k rectæ, quæ in r ad rectum angulum concurrant, tum dicimus ipſam a r & inueniri poſſe & ipſi g k adęquari. Illam ita deprehendemus, ſi obſeruata k a recta, vnum atq; idem ſignum, vt hîc r conſtituimus intueamur ex a ſub angulo g k a & ex ſigno k idem r inſpiciamus ſub angulo g a k. hinc nobis ipſa a r recta innoteſcit. Cum enim trigoni a r k anguli ſint æquales angulis trigoni a g k, & æqualibus a g k, & a r k angulis idem latus a k prętendatur, ſequitur per 26 primi Elementorum reliqua latera reliquis adęquari, nimirum k r ipſi g a, & a r, g k. Sed ipſam g k demonſtrauimus æqualem eſſe ipſi g f. Ergo ipſa r a eidem g f æqualis conſtituitur, id quod demonſtrandum erat. Eaſdem altitudinum quantitates adhuc alia via licet obſeruare. Obſeruabimus enim inſtrumento, vt in antegreſſis propoſitionibus circumferentiam illam, quę prędixi loci altitudini obtenditur, ſub cuius complemento eiuſdem altitudinis ſummitatem, & aliud quoddam in terra ſignũ intuebimur. Ex hoc loco per rectam lineam, in qua ſignum fuerit conſpectum progreſſi, ſubinde inſtrumento explorabimus, in quo pũcto huius lineę ſummam altitudinis partem, & locum primę obſeruationis liceat intueri, ſub angulo recto hoc inuento, dicimus eius interuallum, quo diſtiterit à primę obſeruationis puncto inquiſitę altitudini æquale conſtitui. Sit exempli gratia conſtitutum metiri altitudinem a b quę ad perpendiculum inſiſtat b c, quæ eſt diſtantia loci primæ obſeruationis c a ſit viſus radius, quo deprehenditur angulus a c b. Et per eandem terrę ſuperficiem, in qua eſt b c, ducatur recta c d, quæ efficiat angulum

a c d



a c d æqualem ipſi c a b. Ex a deſcēdat recta in ſignum d πρὸς ὀρθὰς, tum demonſtrabimus ipſam c d æqualem eſſe altitudini a b. Cum enim duo ſint trigoni rectanguli d a c & a b c, cuius alter acutorum, nimirum a c d conſtituitur ęqualis alteri c a b, per 32 primi Elementorum duo trigoni ſunt æquianguli. Et æqualibus angulis a d c & a b c idē latus a c prætenditur. Quare per 26 primi Elemētorum reliqua latera ſunt reliquis lateribus æqualia a d ipſi b c & a b d c. Quartam his dimetiendi altitudinum quātitates rationem ſubijciemus. Si enim ex præmiſsis explorata nobis fuerit circumferentia, quę prętixę obtenditur altitudini, inueſtigabimus eo, quo ſuperficierum longitudines explorantur, modo, quem alibi explicamus diſtantiam baſis ab ipſo obſeruationis loco. Quo abſoluto, prętigemus nobis in terra ſpacium aliquod rectilineum, à quo digreſsi vſq; ad æqualem inuentæ longitudinem diſtantiæ, quanta eius pars ſub deprehenſa paulò ante circumferentia appareat, obſeruabimus. Nam id conſpectæ per inſtrumentum altitudini æquari aſſeueramus. Sit conſtituta altitudo b a, quę ad diſtantiam a c obſeruata ſit ſub angulo b c a, cui in trigono rectangulo d f g ſit ęqualis angulus d g f, & f g ipſi a c, tum manifeſtè conſtabit reliquum latus d f altitudini b a adęquari. Si enim exploratam habuerimus f g æqualem c a ea ratione obſeruandi, quam in dimenſione longitudinis ſuperficierum terreſtrium, aut latitudinis fluminum explicamus, & acutus angulus d g f ſit ęqualis b c a per 26 primi Euclidis f d recta ipſi b a efficitur æqualis.



PROPOSITIO LXXIX.
De latitudinum dimenſionibus.

SEquitur vt deinceps latitudinum metiendarum rationes explicemus. Hîc ſcire licet earum latitudinum, quæ cum obſeruātis loco in eadem altitudine conſiſtant, quantitates ijſdem explorari dimenſionibus, quibus in altitudinibus deprehendendis vſi ſumus. Quare nouam de his tractationē contexere nihil opus fuerit. Igitur ad eas latitudinum magnitudines explorandas progrediemur, quæ in ſublimioribus locis conſtituuntur. Id quod expediemus in eum, qui ſequitur, modum. Primùm inſtrumento obſeruabimus altitudinem apparentis latitudinis ſupra locum obſeruationis vnà cum diſtantia eiuſdem à baſi. Ac inuentas magnitudines quadratè multiplicabimus, tum ex ſumma eorum quadratorum collecta extrahemus, hinc nobis innoteſcit interuallum inter obſeruationis punctum & inquiſitam latitudinem interceptum. Si ergo per Quadrantem exploratum habuerimus, ſub quanto præfixa altitudo angulo apparuerit, per canonem proportionis quæſtionis ſolutionē expediemus. Nam quę eſt ratio eius lineæ, quę ex centro Quadrantis in chordam obſeruato prætenſam angulo πρὸς ὀρθὰς incurrit, ad ipſam eadem eſt radicis ex conſti-

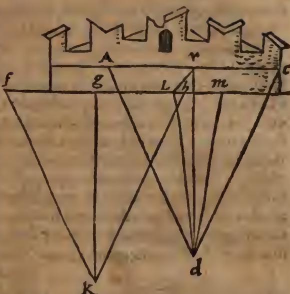
tutis paulò ante quadratis collectę ad inquisitam altitudinem. Cur aūt sublimiores latitudines alia dimensionum ratione, quam illas, quæ cum obseruationis loco libellam occupant, explorare oporteat, non est obscurum. Nam superiores in apparentibus superficiebus magnitudines, cum sub minoribus angulis conspiciantur, vt remotiore ab oculis interuallo absint, est necesse. Cum ergo non sit eadem distantia loci obseruationis à basi obiectæ altitudinis & sublimiore latitudine, per ratiocinationem, aut alias obseruationes eam explorandam esse constat. Vt ergo manifestius ipsa res pateat, figuram subijciemus.



Sit ergo nobis in prefixo ędificio metienda latitudo c a, cuius altitudo supra basin est b d, & distantia ab ipso obseruationis signo f ipsa b f. Ex f in d πρὸς ὀρθὰς agatur f d. Deniq; appareat a c magnitudo sub angulo a f c, qui vtrunq; visus radijs a f & f c comprehenditur. Hinc ad circumferentiam prætendatur chorda g k, cui ex f centro occurrit f h, quę pars est ipsius b f, a c verò & g k intelligimus esse parallelas. Cùm ergo trianguli orthogonij d b f duo latera b d & d f nota constituamus, per processum penultimæ Elęmentorum b f hypotemisa innotescit. Et cum a c & g k sint æquidistantes per 29 primi Euclidis æquianguli efficiuntur trigoni b f c & h f k, item a f b & g f h. Ergo per 4 sexti Euclidis eadem est ratio f h ad h k, quæ est f b ad b c. Et eadem f h ad g h, quæ f b ad b a. Quare per 12 quinti Elementorum eadem est ratio f h ad g k, quę est f b ad a c. Ex his quantitatibus innotescunt f b & g k chorda. Sed f h circino in Quadrante, aut ex sinuum tabulis facilè deprehenditur. Ergo per 19 primi Triangul. a c latère non potest. Cum ergo demonstratum sit, quomodo per ratiocinationem, quæ ex proportionibus quantitatum existit, latitudines inueniri possint, non inutile fuerit, si inuestigemus qua ratione liceat in terra ęquales ijsdem magnitudines sine adminiculo numerorum per obseruationes tantùm explorare. Explicauimus alibi quo dimetiendi modo æqualem in terra longitudinem pręfixæ altitudini, constituto eodem à basi interuallo, liceat obseruare, hinc nobis innotescit distantia loci obseruationis ab inquisitæ latitudinis linea, si dimensi fuerimus extremæ huius longitudinis partis ab eodem obseruationis signo interstitium. Si ergo in quacunq; plana superficie rectilineum aliquod spacium sub eodem angulo, quo obseruata apparuerit latitudo, ad eandem distantiam inspexerimus, constabit quæstioni satisfactum esse. Nam id præscriptæ latitudini exquisitè adæquari necessarium fuerit. Sit ergo ex d loco obseruata latitudo a b c in sublimiori superficie, sub angulo a d c, cuius basi l πρὸς ὀρθὰς d l occurrat, vt b l sit perpendicularis in eandem ducta, quæ connectantur recta d b, & hęc sit ad rectos angulos ipsi a c. Et constituatur ad alteram partem angulo l d b ęquales l d m. Porrò m & d signa recta connectantur. Et ad quantitatem m d recta k g πρὸς ὀρθὰς in ipsam f m deducatur. Deinde per obseruationē deprehensus sit angulus f k h æqualis ipsi a d c, & d a c ipsi k f l, tum asseueramus ipsum f h inquisitæ a b c latitudini adæquari. Cum enim trianguli orthogonij b l d acutus angulus l d b, sit æqualis alterius trigoni rectanguli

guli

guli m l d angulo l d m, ęquatur etiam l b d ipsi l m d angulo, quibus idem latus l d subtenditur. Ergo per 26 primi Elementorum, reliqua latera efficiuntur reliquis lateribus ęqualia, nimirum l b ipsi l m & b d ipsi m d. Sed æqualem huic constituimus g k. Quare g k ęquatur ipsi b d. Porrò cum angulus f per hypothesin ęqualis sit a, quibus ęqualia g k & d b latera subtēduntur, tum g & b sint recti per eandem 26 primi æquatur f g ipsi a b. Constat etiam per 32 primi Elementorum cum anguli f & k sint æquales ipsis a & d reliquū h angulum reliquo c æqualem constitui. Ergo per eandem 26 primi b c adæquatur g h. Quare manifestum est totam f g h inquisitę a b c latitudini ęqualem effici, id quod hîc nobis erat demonstrandum. His etiam adhuc faciliorem obseruandi rationē subnectere placet. Tantùm hîc propositæ latitudinis extremitates vnà cum spacio in terra rectilineo ex duobus locis exquisitè sub ijsdem angulis qui ad vtranque partem rectum constituant, intuebimur. Quo constituto, asseueramus longitudinem itineris inter loca obseruationum interceptam inquisitæ latitudinis quantitati adæquari. Ergo designatæ latitudinis a & b fines vnà cum d signo ex c loco inspiciantur sub angulo recto a c d. Ex hoc loco progressi in d obseruemus c a & b signa sub angulo c d b, qui priori sit æqualis, similiter & angulus a d b ipsi a c b, cum ipsam c d rectam æqualem esse dicimus a b latitudini inquisitæ. Cum enim rectę a c & b d incidentes in ipsam c d interiores angulos duobus rectis æquales efficiāt, per 28 primi Euclidis parallelas eas esse constat, sed etiam æquales esse necessariū fuerit. Si enim non sint, maiorem fingamus d b ipsa a c, cui ęqualem abscindamus d f & c f signa rectæ connectantur. Cum ergo trigoni rectanguli c d f recta sit ęqualis a c lateri, & vtrique cōmunis c d basis, per processum 4 primi Euclidis, ęquatur hypotenusa c f ipsi d a. Igitur per 5 sexti æquiangulum est triangulum c d f ipsi a c d, & ęquales anguli, sub quibus ęqualia latera subtenduntur, videlicet angulus f c d, angulo a d c. Quare cum sint ęquales a c d & f d c sublatis hinc ęqualibus, remanebit angulus f d a ęqualis ipsi a c f. Sed antea per hypothesin angulum a c b ęqualem fecimus f b a. Ergo a c b pars ęquatur toti a c f, id quod fieri non potest. Aequales igitur a c & b d fateri oportet. Cęterùm faciliore etiam demonstratione idem licet confirmare. Cum enim anguli a c d & b d c sint recti, ex quibus ęquales partes a c b & a d b sint desumptę, sequitur remanentes b c d & a d c portiones inter se æquari. Ergo per 32 primi Elementorum c a d ęqualis est c b d angulo. Et his eadem basis c d subtenditur. Quare per 26 primi Elemētorum c a adæquatur d b. Hinc per 33 primi eorundem Element. a b & c d ęquales esse concludimus. Id quod demonstra-





Q

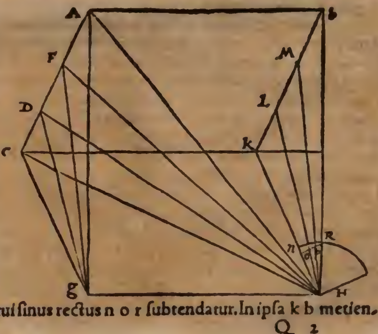
tione aperiendum erat. Hactenus earum latitudinum dimensiones explicauimus, quæ planæ Finitoris superficiei sunt parallelæ: sequitur nunc, vt inuestigemus, quomodo liceat obliquiores, quę in libellam incidunt, magnitudines explorare. Hanc ad rem conducent nobis antegressæ propositiones. Nam constitutis obliquæ magnitudinis finibus, obseruabimus eos per instrumentum, vt cōstet sub quanto appareant angulo ex præfixa nobis meta. Si inde adminiculo precedentium demonstrationum quanto huius metæ locus interuallo absit ab vtroque fine exploratum habuerimus, reliquum operis iuxta ratiocinationē 49 primi Regiomontani, aut facilius ac simplicius in plana terrę superficie per 7 primi Euclidis absoluemus. Nihil enim aliud facto opus fuerit, nisi vt inclinato in planum instrumento, obseruemus duo signa, quorum sit æqualis ab obseruationis loco distantiæ, finium conspectæ longitudinis à præfixa meta interuallis. Quo constituto necessarium fuerit signorum interstitium inquisitæ magnitudini adæquari. Quod si præfixæ magnitudines in ea apparentis superficiei latera inciderint, quę rectū angulum ambiant per 47 primi Elementorū licebit idem operis expedire. Sit ergo in superficie d a f g ad perpēdiculum erecta, metienda nobis obliqua magnitudo a b ex c loco. Primùm hîc obseruamus angulum b c a, inde per præmissas b c & a c distantias. Quoniam ex his cōstant trianguli b a c duo latera b c & a c datum b c a angulum ambientia per 49 primi Regiomōtani reliquum latus a b colligetur. At loco extremitatum a & b in inferiore superficie conspecta sint iterum g & h signa, sub angulo g h æquali b c a, ita vt interuallum g a k sit ęquale a c & h a k ipsi b c, tum necessarium fuerit per 4 primi Elementornm interstitium g h æquari b a inquisitæ magnitudini. Sed eandem b a licebit adhuc alia ratiocinatione inuenire. Cùm enim incidat à b in latera f d & a d quæ in d signo ad rectum angulum concurrūt, trigonus b d a orthogonius efficitur. Quare si dimensi fuerimus, vt in antegressis propositionibus explanauimus b d & a d latera per 47 primi Elementorum a b colligemus, id quod demonstrandum erat.

PROPOSITIO LXXX.

Dimensiones Pyramidum & aliorum corporum, quæ in sublimioribus locis consistunt.

CONsiderabimus etiam quibus dimensionum modis sublimiores altitudinum partes, vt pyramidum & aliorum corporum, quæ ornatus causa construuntur, simplicissimè explorari possint, vt hinc industrius architectus ex inferiore plano singularum in apparenti superficie partium magnitudines iuxta exquisitam symmetriam obseruatas adumbrare, aut æquales alibi constituere possit. Quantum verò ad explorandas latitudines attinet, id alibi nobis pertractatum est, nunc tantùm in inquisitione particularium altitudinum occupabimur. Atque hîc scire licet facillimè nobis omnes earum obseruationes expediri posse,

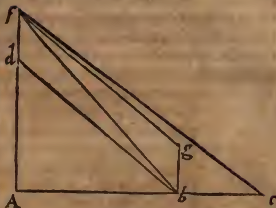
posse,si modò supremæ in oblata superficie altitudinis dimensio fuerit antegressa. Nam hoc constituto, cum inferiores magnitudines explorare decretũ fuerit, tantùm inclinata mobili regula diligenter obseruabimus, quibus in partibus, dum per pinnacidia præfixæ quantitatis fines intuemur, secuerit sinum rectum eius anguli, sub quo maxima apparuerit altitudo. Ex his manifestè constabit eandem esse rationem portionis sinus recti inter sectiones obseruationum conclusæ, ad inquisitam altitudinis partem, quæ est sinus totius ad totam exploratæ altitudinis quãtitatem. Quare per canonem proportionis, cum tres magnitudines sint notæ, quarta in lucem prodibit. Cæterùm hîc meminisse oportet, vt vbiq; à basi altitudinis pręfixæ ęquali absimus interuallo, si enim propius accesserimus eadem magnitudo exploratæ altitudini, sub maiori angulo πρὸς τὴν ὄψιν apparebit, sin longius recesserimus sub minori. Idem euenire necessarium est, cùm visus radij obliquè, hoc est non ad rectos angulos in eãdem superficiem inciderint. Nam partes remotiores, etsi cum alijs sępe eandem obtineant quantitatem, sub minoribus tamen angulis conspiciuntur. Atq; hac ratione contingit, vt ex vnico tantùm loco, tanquam centro singulas altitudines, in quas obliqui ad superficiem radij deferuntur, obseruare non conducat. At huic difficultati commodiori ratione obuiam ire licet, si æquidistantem præfixæ superficiei basi in plano lineam duxerimus. Ex hac protrahemus rectas, quæ sibi inuicem æquidistantes in perpendiculares metiendarũ altitudinum πρὸς ὀρθὰς incurrãt. Has omnes inter se ęquales esse constat. Quare sub ijsdem angulis eędem magnitudines vbiq; apparebunt, & exploratæ altitudinis quantitatem reliquis omnibus eadem ratione accommodare licebit. His constitutis, duplici via conspectarum altitudinum quantitates assequemur, aut iuxta canonem proportionis, vt paulò ante admonuimus, aut ex obseruatione spacij rectilinei in plana superficie, quod exploratæ sit altitudini æquale. Constituta enim ab eodem spacio æquali distantia, quæ ad obseruationes vsurpata fuerit, per singulas sinus recti sectiones, prout cõspectis altitudinum partibus asignatæ sint, rectas lineas extendemus. Tùm extemplò omnes cõspectarum partium magnitudines, quantæ fuerint in apparenti superficie, innotescent. Atq; hæc est expeditißima ac facillima cõspectarum in altitudinibus partium quantitates explorandi ratio. Interim hîc discentes nouerint fieri tamen posse, vt ex vno tantùm loco omnes obseruationes absoluantur, modò vbiq; totius ad basin vsq; altitudinis quantitas constiterit. Sed hanc longiori inquisitione per dimẽsionem distantię & anguli altitudinis explorare oporteret. Statuamus ergo erectam superficiem a b c k, cui basis k c & eidẽ παράλληλα g h. Ex h signo πρὸς ὀρθὰς recta extendatur in k, quæ sit distantia loci obseruationis à basi. Et appareat explorata altitudo k b



sub circumferentia n k, cui sinus rectus n o r subtendatur. In ipsa k b metien-

da ſit quantitas m l, quæ conſpiciatur ex parte ſinus recti o p. Id efficiemus ſi conſtiterit eandem eſſe rationem n r ad o p, quæ eſt k b ad l m. Primò cum c r n, & b k πρὸς ὀρθὰς in eandem k h baſin deſcendant, cõſtat eas per 28 primi Euclidis eſſe parallelas, in quas omnes incidentes lineæ angulos interiores & ex aduerſo oppoſitos efficient æquales, videlicet angulum k b h ipſi n r h, k m h, ipſi n p h &c. Et quorum baſes ex aduerſo cõſiſtunt eundem angulum apud h cõmunem habent. Ergo ijdem ſunt æquianguli, & quæ circum æquales ſunt angulos proportionalia habentur latera. Igitur eſt eadem ratio k l ad n o, l m ad o p, & m b ad p r, & per 11 quinti k b ad n r. hinc per 16 quinti eadem eſt n r ad o p, quæ eſt k b ad l m. Ex his cognoſcuntur tres o p, n r & k b. Quarta igitur l m non latebit. Eodem modo licet inuenire k l & m b partes. Iterum altitudinis a c obſeruandę ſint partes d f & c d. Conſtituemus igitur à c æqualem diſtantiam ipſi k h, quæ ſit c g. Cum iam angulus a c g ſit rectus, in altitudine a c ſub ijſdem angulis ex g obſeruantibus offerentur ęquales magnitudines conſpectis ex h partibus ipſius k b. Quare ſinus recti, qui æqualibus angulis in g prætenduntur, eaſdem habebunt ad ſimiles quantitates rationes. Ergo eadem ratione per collationem ſinuum, qui æqualium ſunt angulorũ in g ad ſinum, ſub quo fuerit tota k b conſpecta magnitudines partium c d & d f colligentur. At manifeſtum eſt, cuius antea mentionem fecimus, ſingulas obſeruatarum magnitudinum facilius in alia ſuperficie poſſe explorari. Si videlicet in ea ſtatuerimus æqualem triangulum ipſi b k h, & per obſeruata ſinus ſegmeuta, vt hic o p rectas in baſin anguli k h b extenderimus. Cæterùm nunc deinceps videndum nobis eſt, an ex h per ratiocinationem altitudinis eiuſdem k b eiuſdem ſinus n r liceat in ipſa c a veras partiũ, vt d f & c d magnitudines explorare. Primò conſtat interuallum à baſi h c longius eſſe h k. Quare in a c altitudine partes, quæ ex h conſpiciuntur, non ſunt æquales ijs, quæ in b k ſub ijſdem angulis apparerent. Nam angulus a h c minor eſt k h b, quare ſinum etiam variari neceſſe eſt. Conſtat igitur ex h in vtraq; b k & a c magnitudine eadem ratione partes intermedias explorari non poſſe. Interim paulùm variata ratione ex h licebit partes f d & d c ratiocinari. Si videlicet conſtiterit a c altitudo, cuius hic certam ad b k rationem non aſsignamus. Inde per antegreſſas demõſtrationes conſtat eandem eſſe rationem ſinus anguli a h c ad a c, quæ eſt ſinus anguli f h d ad ipſam f d partem. Idem ſtatuendum eſt de reliquis c d & f a partibus. Porrò cùm nihil obſtet, quominus eundem finem varijs rationibus conſequamur, alias adhuc eaſdem magnitudines explorandi demonſtrationes contexemus. Ac deinceps inueſtigabimus, quomodo ſine dimenſione totius altitudinis ſupra baſin pręfixa ſegmenta liceat obſeruare. Id quod efficiemus in eum, qui ſequitur, modum. Ex conſtituto loco primùm inſtrumento obſeruabimus vtrumq; angulum, quibus extremitates præfixę magnitudinis ſuperiores apparent. Inde regreſsi, ad quantum voluerimus interuallum, ſuperioris iterum partis angulum, quo locum obſeruationis exceſſerit, metiemur. His cõſtitutis, quomodo præfixa innoteſcat magnitudo, ex ſequenti demonſtratione euidentius intelligetur. Ac ſcire licet tãtùm hac parte explorata, per præmiſſas ἀκολούθως totam vſq; ad baſin altitudinem vice verſa colligi poſſe. Conſtituamus ergo altitudinis a f ignotæ metiendam eſſe partem d f. id quod efficiemus, ſi ex b loco conſpectis d & f extremitatibus, innotuerint anguli f b a & d b a. Deinde ex b retrocedentes in c ex ſolius f ſigni conſpectu deprehenderimus angulum f c a. Nam his ita conſtitutis trianguli b f c relinquetur angulus f b c ſi ipſum f b a exploratum ex duobus rectis ſuſtulerimus. Cum ergo ſit & angulus f c b

notus,



notus,& b c basin in terra liceat metiri,per 52 primi Triãgulorum quantũ sit f b latus ratiocinabimur. Iam verò in triangulo d f b angulum d b f, aut ex obseruatione finium f d, aut ex subtractione ipsius d b a ex f b a colligemus. Cum autẽ trigonus d a b sit ὀρθογώνιος,cuius alter acutorum d b a cõstet,reliquus a d b non latebit.Et hic sublatus ex duobus rectis,restituit exteriorem f d b angulum.Quare per 4 secũdi Regiomontani f d latus innotescet,quod explorare oportebat.His confirmatis, manifestum per antegressas ἀποδείξεις ex dimensione partis f d & angulorum f b d, & d b a reliquum totius altitudinis ad basin d a facillimè inueniri posse. Sed etiam scire licet,id quod sæpius demonstratum est,linearum f b & hinc deinceps d f magnitudines sine ratiocinatione propositionum deprehendi posse, si videlicet æquales in alia superficie triangulos ipsis f b c & f b d constituerimus.Porrò hîc inuestigare placet,qua ratione fieri posſit, vt simpliciter etiã per alteram obseruationem æquale spacium pręfixę magnitudini in plano deprehendamus.Id quod non minus expeditè licet absoluere, si ad eandem obseruationis lineam per obseruationes æquiangulum statuerimus trigonon. Exempli gratia cum in b obseruatus sit angulus f b d & hinc deinceps,vt superius patuit,innotescant reliqui f d b & d f b,extendemus in subiecto plano ex b rectam lineã versus g,ita vt æqualis fiat angulus f b g,ipsi d f g quod obseruatione experiemur. Dehinc explorabimus instrumento, in qua parte huius rectę f & b signa appareãt sub angulo ęquali f d b,vt hîc in g signo cõstituimus.Quibus exploratis, dicimus b g rectam inquisitæ f d magnitudini adæquari. Cum enim duo anguli b & g trigoni b f g sint æquales vicisſim duobus d & f alterius d b f trigoni angulis, & ijsdem g & d idem latus f b subtendatur,per 26 primi Elementorum reliqua latera sunt reliquis lateribus ęqualia.Constat ergo ex dimensione b g rectæ æqualem ipsi f d magnitudinem inuentam esse,id quod hîc demonstrari oportebat.

PROPOSITIO LXXXI.

De metiendis altitudinibus, quarum supremæ tantùm partes appareant.

SImplicisſimas metiendarum altitudinum rationes præmisſis demonstrationibus explicauimus:sequitur nũc,vt alias etiam paulò operosiores, quæ videlicet numerorum ratiocinatione absoluuntur,pertractemus. Ac maximè hîc operam dabimus, vt discentes intelligant, quæcunq; vel radijs, vel alijs quibusuis dioptris adscribuntur,multò facilius & absolutius Quadranti congruere:vtq; rem ipsam statim persequamur,scire licet duabus obseruationibus superius apparentis partis,quæ in eadem recta linea consistant, institutã quæstionem solui.Cum enim ex his offerantur duo anguli, quibus præfixa altitudo obtenditur,manifestum erit,qua in parte radius visus, qui minorem ex his definit,sinum rectum maioris intersecet.Quo cõstituto, dicimus eandem esse rationem superioris segmenti ad totum maioris anguli sinum, quæ est differentia inter obseruationum loca interceptę ad totam distantiam, quæ est à remotiore loco vsq; ad basin inquisitę altitudinis. Ex his igitur per canonem pro-

portionis innotescit vtrunque interuallum inter loca obseruationum & basin altitudinis conclusum. Quare per alterum obseruationis angulum, qua ratiocinationis via inquisita altitudinis magnitudo sit colligenda, ex antegressis demonstrationibus non est obscurum. At ne hic discentes impingant, ἀπόδειξιν huius rei contexere operæprecium fuerit. Sit ergo in præfixo ædificio metiendus nobis cathetus d l, cuius superior duntaxat pars d est in conspectu. Fiat autem prima obseruatio signi d ex g. hinc constituitur angulus d g l, cui sinus rectus f k subtendatur. Ex g per eandem rectam, quæ ex l g educitur, vsque in a retrocedenti iterum appareat d sub angulo d a l, vt obseruationis linea a d sinum rectum n c, quem eundem esse statuimus cum f k, secet in d signo. Hic nobis demonstrandum est segmentum n b ad totam n c eandem habere rationem, quam obtinet a g distantia inter obseruationum loca conclusa, ad totam a l rectam. Atque vt hanc ἀπόδειξιν commodius extruamus, ducatur ex signo g per trigesimamprimam primi Elementorum parallela g m ipsi a d, quæ secat sinum rectum f k in h puncto. hinc efficitur, vt h k sit æqualis b c. Constat enim per vigesimamnonam primi Elementorum angulum m g l æqualem esse angulo b a l, & vterque a c b & g k h per hypothesin est rectus. Quare cum a c & g k sint æquales (nam vtraque adæquatur sinui eiusdem complementi) consequitur trigonum a c b æquari trigono g k h, & h k lineam ipsi b c. Iam vero cum παράλληλα sit g m ipsi a d, erunt partes linearum trigoni d l a, quæ sectæ sunt per g m rectam, proportionales per secundam sexti Elementorum. Ex eadem constat rationem f h ad h k æqualem esse ipsius d m, ad m l. Sed ipsius d m ad m l ratio æquatur a g ad g l rationi. Sequitur ergo per vndecimam quinti Euclidis rationem f h ad h k æqualem effici rationi g a ad g l. Et per coniunctam rationem eandem esse f h ad f k totam ipsi a g ad a l. Quare cum n c & f k statuantur æquales, ex quibus æqualia segmenta b c & h k designantur, residua pars b n æquatur f h. Non dubium est igitur eandem esse rationem n b ad n c, quæ est a g ad a l. Sed ipsam a g licet in plana terræ superficie metiri, & segmenta n b & b c deprehenduntur ex a b, quę secat sinum rectum n c in b. Si ergo multiplicemus a g in n c, & productum distribuamus in segmentum n b, ipsa a l distantia patefiet. Hic iam manifestum est duplici ratiocinatione catheti d l quantitatem colligi posse. Cum enim cõstent rectæ a g & a l vtriusque differentia g l non latebit. Si ergo quæsito velimus satisfacere per ratiocinationem g l, per quartam sexti Elementorum id expedire licebit. Constat enim per eandem triangulos ὀρθογωνίους g k f & g l d esse æquiangulos, cum eundem d g l acutum habeant communem. Eadem est ergo g k ad k f & ipsius g l ad l d. Eodem modo colligemus ex a c, b c, & a l inuentis eandem l d magnitudinem. Id quod hic nobis demonstrandum erat.

PROP.

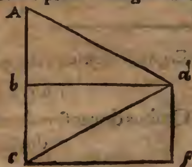
PROPOSITIO LXXXII.

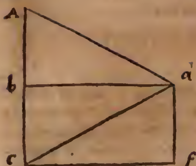
Rationes dimetiendi altitudines ex alijs ædificijs aut turribus.

HIs non inutile fuerit vt subnectamus, quibus obseruãdi modis ex editioribus locis aliorum corporum altitudines liceat explorare. Nec enim ea cõmoditas semper occurrit, vt per duas in subiecto plano dimensiones hunc scopum attingamus. Primùm igitur inuestigabimus, vt exploranda sit quantitas inferioris altitudinis ex alio superiore loco. Id quod efficiemus commodissimè si instrumento obseruauerimus angulum, sub quo aspectæ altitudinis fines apparuerint. Quo constituto, suspenso ad latus quadrantis perpendiculo, vt visus radium vtrumque secet, apparebunt per 4 sexti Elementorum duo trigoni æquianguli, ex quorum proportione inquisita colligetur altitudo, vt ex sequenti demonstratione euidentius innotescit. Statuamus ergo in eandem basin g f maiorem altitudinem a g, minorem d f, cuius quantitas ex a sit exploranda. Et appareant d f fines sub angulo f a d. hîc in Quadrante notabimus, aut per mobilem regulam, aut expansis ex a centro filis, situm radiorum visus a d & a f. Quos insuper secabimus demisso b c perpendiculo ad quamcunque partem voluerimus. Erit ergo triangulus b a c æquiangulus ipsi f a d. Nam b c & d f sunt perpendiculares & parallelæ. Quare angulus a b c est æqualis ipsi a d f, & a c b ipsi a f d. Hinc per quartam sexti Elementorum latera, quæ circum æquales angulos, sunt proportionalia. Sed latera trigoni a c b expanso circino facilè patefient, a f verò ex angulo g a f, & quantitate lateris g a, vel g f per ratiocinationem 29 primi Triangulorum. Cum ergo sit eadem ratio a c ad c b, quæ est a f ad f d, ex quibus magnitudinibus tres sunt inuentæ, per canonem proportionis f d altitudo inquisita in lucem prodibit. At eandem f d magnitudinem adhuc alio ratiocinio placet inuestigare in hunc modum. Obseruatis ex a finibus d & f sub angulo f a d, infra signum a, ex quacunque ipsius a g parte fuerit opportunum, vt hîc in h constituimus, iterum intuebimur d & a signa, vt constet quantus sit angulus a h d, sub quo d & a appareant: hoc constituto, ipsum latus a d per 4 secundi Regiomontani ratiocinabimur. Constat enim in triangulo a d h angulus a h d, sed & h a d, si angulo c a b residuum g a f, qui facilè colligitur ex residuo circumferentiæ, quod inter c & basin Quadrantis concluditur, a h verò demisso perpendiculo licet metiri. hinc ipsum a d latus patefiet. Cæterùm ipsam f a rectam, eadem, quæ paulò ante præscripta est, ratione metiri oportebit. Inuentis ergo triangulis a f d, angulo f a d vnà cum duobus a f & a d lateribus, per quadragesimamnonam primi Triangulorum d f quæsita magnitudo patefiet.

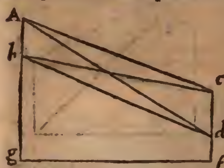


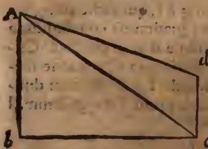
At vice versa ex minore f d altitudine obseruanda nobis sit c a sublimior. Primam hîc obseruationem ex d faciemus, vt ex conspectu c & f signorum, innotescat angulus c d f, & ex intuitu c & a, reliquus c d a. His constitutis si ipsam d f, aut c f notam habuerimus, ipsa c a non latebit. Etenim per 29 primi Triangulorum propter angulum c d f deprehensum





& alterum ex lateribus rectũ angulum ambientibus cognitum ὑποτείνουσα c d innotescit. Cum autem alibi constitutum sit a c & d f esse παραλλήλους in quas c d recta incidit, cõstat per 29 primi Elementorum angulum a c d æqualem esse c d f. Sed ipse c d f per obseruationem est notus. Quare trigoni c a d inuentis a c d & a d c angulis noto c d lateri incumbentibus, per 4 secundi Regiomontani a c latere non poterit. At eandem a c adhuc compendiosiore via inuestigabimus. Si enim ex d æquidistantem ipsi f c in a c extenderimus, quæ eidem in b πρὸς ὀρθὰς occurrat, obseruabimus duntaxat angulum a d b, quo nimirum locus a situm c excedere conspicitur. Primò constat b d æqualem esse c f, quare hac deprehensa etiam illa cognoscitur. Hinc per 29 primi Regiomontani ipsa a b altitudinis differentia patefiet, cui ipsam d f notam, si iunxerimus tota a c altitudo consurget. Porrò hîc meminisse oportet sæpius vsu venire, vt ex alijs locis non totius altitudinis præfixæ fines, sed pars aliqua sublimior, duntaxat in conspectu sit. Quamobrem etiam inuestigabimus qua metiendi ratione conspectam illam partem liceat explorare. Sit ergo maior altitudo a g, minor f c, cuius superior pars c d duntaxat, ex locis a & b appareat. Ex a quidem sub angulo d a c, eodem in loco ex conspectu b & d offeretur angulus b a d, & ex b c angulus b a c. Insuper cũ ex b intuemur a & c innotescit angulus a b c, cum a & d, ipse a b d. Si ergo demisso perpendiculo explorauerimus ipsam a b demonstrabimus a c & a d latera inueniri posse. Etenim triãguli a c b deprehensi sunt anguli b a c & a b c, qui noto b a lateri insident. Quare per 4 secundi Triangulorũ ipsum a c ratiocinabimur. Eadem ἀκριβείᾳ cum trigoni b d a innotescant anguli a b d & b a d, a d latus patefiet. Sed antè angulum d a c exploratum esse constituimus. Ergo per 49 primi Triangulorum c d pars altitudinis inquisita in lucem prodibit. Si nunc tandem ostenderimus, quomodo vice versa ex inferiore altitudine, quæ tantùm aspectum admittat in supremam sublimioris loci partem, vtriusque magnitudinis differentia sit ratiocinanda, huius tractationis finem faciemus. Igitur ex minoris altitudinis c d basi & supremo d signo sublimioris b a magnitudinis duntaxat appareat a summum fastigium. Primũ hîc ex c intuenti a & d signa offertur angulus a c d, ita ex d aspicienti a & c innotescet angulus a d c. Quare explorato c d latere, per 4 secun. Triangul. colligetur a c ὑποτείνουσα, quæ rectum a b c angulum subtendit. Sed & angulus a c b innotescit ex complemento ipsius a c d. Ergo per 29 primi Triangul. a b in lucem emerget.

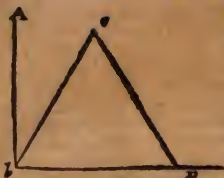




PROPOSITIO LXXXIII.

Quibus dimensionibus distantię locorum à conspectis altitudinibus explorandæ sint.

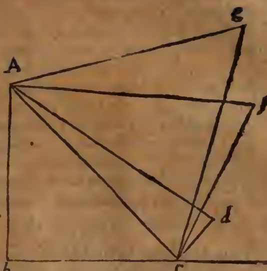
HActenus varias ac multiplices metiendarum altitudinum rationes explicauimus: nunc inuerso ordine per obseruatas earundem quantitates basium interualla, quibus à locis obseruationum, aut alio quouis situ, ex quo summitates conspici posśint, distiterint, inuestigabimus. Prima ac simplicisśima harum dimensionum ratio officio 26 primi Elemẽtorum absoluetur. Nam obseruata per instrumentum circumferentia, quæ cognitæ obtenditur altitudini, si rectilineum aliquod spacium in terra eiusdem quantitatis, iterum sub ea intueamur, constabit huius obseruationis locum eodem interuallo remotum esse à præfixo scopo, quo basis altitudinis conspectæ à constituto loco distiterit. Per ratiocinationem verò, si constitutum sit eandem longitudinem interualli colligere, commodisśimus fuerit vsus 4 sexti Elementorum. Nam quę est ratio exploratæ altitudinis ad inquisitam loci ab ea distantiam, eadem efficitur sinus recti, qui subtenditur ei angulo, qui ad præscriptum locum eidem altitudini præfigitur, ad sinum rectum anguli cõplementi. Sit ergo nobis explorata altitudo b a, à cuius basi b metiẽdi sint f & g signorum distantiæ. Ac quo primùm inueniamus b f, designemus rectilineum spacium b c æquale ipsi a b. Conspiciatur autem a b ex f sub angulo b f a. & instituatur processus ex b in d, ex quo signo appareant b & c fines sub angulo b d c, qui sit æqualis ipsi b f a. Hinc asseueramus ipsam b d æqualem esse b f inquisitæ distantiæ. Nam primò angulos a b f & d b c rectos constituimus. Et alter acutorum a f b, est ęqualis b d c, quibus æqualia latera, a b & b c prætenduntur. Ergo per 26 primi Euclidis b d adæquatur b f, id quod demõstrandum erat. Nunc ad secundam obseruationis rationem transeamus, cuius adminiculo inuenienda nobis sit b g distantia. Appareat autem a b sub circumferentia l k, cui subtenditur sinus rectus k h, tum h k est ęqualis sinus complementi. Manifestum est hîc triangulos a b g & k h g esse æquiangulos, cum b & h sint recti, & vtriq; communis a g b. Quare per 4 sexti Euclidis eadem est ratio k h ad h g, quę est a b ad b g. Ex his magnitudinibus tres innotescunt. Nam k h per obseruationem constat & h g per sinum cõplementi & a b per hypothesin. Ergo b g latêre non poteſt. His demonstrationibus satis constat, quomodo ex conspectis altitudinibus à basibus locorum interualla sint exploranda: superest nunc vt inquiramus, qua ratione easdem quãtitates sine obseruationibus anguli, cui ipsæ altitudines pretenduntur, liceat metiri. Vt hunc scopum attingamus, plurimum nobis conducet vsus trianguli isopleuri. Si enim ipsam basin, cuius inquiritur distantia, vnà cum altero signo bis conspexerimus sub angulo 60 partium, constabit signorum intercapedinem inquisito æquari interuallo, vtq; euidentius id oculis intueamur, figuram subijciemus. A basi altitudinis ignotæ a b metienda sit distantia b d. ergo ex d fiat obseruatio locorum b & c sub angulo, qui constat ex triente duorum rectorum. Sub eodem angulo ex c inspiciantur b & d, hoc constituto, dicemus c d interuallum ipsi b d rectæ æquale effici. Cum enim



per 32 primi Elemẽtorum trigoni b c d tres anguli duobus rectis sint æquales, ex quibus c & d collecti bessem constituent, reliquum c b d, trienti etiam æquari oportet. Quare triangulus b c d per 6 primi Euclidis est ἰσόπλευρος. Atq; ita constat ex dimensione lateris c d ipsa b d inquisita distantia. Hac dimetiendi ratione licebit vti, quoties ex ipsis locis in bases altitudinum prospectus pateat: verùm sæpenumero contingit, vt distantiarum itinera ædificijs aut montibus sint obstructa, quominus ex conspectu basis rem absoluere possimus. Quare nobis hîc aliud consilium est inquirendum, cuius ductu per aliam viam eundem finem consequamur. Huic nostro instituto commodissimè iterum inseruient trianguli ἰσόπλευροι & æquicrurij, & si quolibet triangulorum genere hîc vti possimus. Ergo cum inuestigare voluerimus cuiuscunq; loci à præfixæ altitudinis basi interuallum, assumpto instrumento obseruabimus apparentem eius partem, & aliud quoddam in plana terræ superficie signum, vt in antegressa propositione sub triente ex duobus rectis. Ex hoc loco per designatam in plano rectam digrediemur ad eam vsq; distantiam, vt eadem conspectæ altitudinis pars, & prioris obseruationis locus iterum sub triente appareant. Constabit hinc obseruationum interuallum æquale esse hypotenusæ, quæ subtenditur recto angulo ab altitudine apparente & inquisita à basi distantia complexo. Hoc absoluto, si obseruauerimus acutum angulum, cui altitudo conspecta prætenditur, applicabimus has dimensiones, vt alibi nobis explicatum est, planæ terræ superficiei, videlicet, vt spacium aliquod rectilineum sub æquali acuto, qui antea fuerit obseruatus, angulo intueamur, rectum subtendente pari linea exploratæ hypotenusæ. His constitutis, metiemur quantitatem eius lateris, quod ex obseruato angulo πρὸς ὀρθὰς in spacium rectilineum incurrit. Nam id inquisitæ oportebit æquari distantiæ. Cæterùm hîc scire licet subinde molestum aut difficile experientibus futurum propter nimiam hypotenusæ longitudinem, aut ipsum locorum situm, si ipsam ex ἰσοπλεύρου conemur obseruare. Quamobrem hinc ad isoscelum triangulum considerationem transferemus. Hîc intuebimur sub acuto angulo apparentem altitudinis partem, & aliud quodcunq; in plano signum. Per eandem rectam hinc digrediemur eousq;, vbi iterum sub eodem angulo appareat eadem altitudo, & prioris obseruationis locus. Hinc per 38 primi Regiomontani eam, quę rectum angulum subtendit, cõstituemus notam. Eandem verò hypotenusam non difficilius inueniemus ex triangulo ὀρθογωνίου si priore obseruatione facta, per assignatam rectam ad tantum loci interuallum digrediamur, vt alterum locum & conspectę altitudinis partem sub recto angulo liceat intueri. Tum per 29 primi Regiomontani hypotenusam colligemus. Superest nunc vt subiectis figuris demonstremus. Per obseruationem altitudinis a b metienda sit distantia b c. Ex c appareant a & g signa sub angulo a c g, qui sit 60 partium, quarum semicirculus continet 180. Sub pari angulo a g c conspiciantur a & c. his constitutis per præmissam dicimus c & g locorum interuallum ipsi a c rectæ adæquari. Constat enim angulum a reliquis g & c sigillatim æqualem constitui. Ergo per sextam primi Elementorũ g c ipsi a c magnitudine respondet. Cum iam trianguli orthogonij a b c hypotenusa c a constet, facilè ex c loco obseruabimus acutum angulum a c b. Quare si in alia plana superficie rectilineum aliquod spacium obseruauerimus sub angulo ęquali a c b & hypotenusa recti anguli fuerit ęqualis exploratę a c

rectæ,

recte, manifestũ erit latus illud, quod alteri acuto, videlicet æquali b a c subtendetur, ęquale reddi b c interuallo. Iterum intueamur sub acuto angulo a c f, cuius quantitatem pro arbitrio licet cõstituere a & f signa. Et ęqualis huic statuatur a f c sub quo appareãt a & c signa, tum efficitur triangulus c a f æquicrurius. Nam per sextam primi Euclidis æqualibus angulis a c f & a f c æqualia c a & f a latera subtenduntur. Ergo per 38 primi Regiomontani, cum c f basin in terra liceat explorare, a c non latebit. Tandem ex d loco appareant signa c & a sub angulo a d c recto, & obseruetur a c d acutus per inspectionem a d. tum per dimensionem explorato c d latere, per 29 primi Regiomontani a c hypotenusa innotescet, hinc ad inuentionem b c distantiæ eadem via progrediemur, quã paulò ante ostendimus, aut per eandem 29 primi Regiomontani ipsam colligemus, id quod demonstrastratione ratiocinari oportebat.



PROPOSITIO LXXXIIII.

De rationibus dimetiendi quorumuis apparentium corporum interualla.

EXplicabimus nunc simplicissimas dimensiones interuallorum, quibus apparentia quęuis loca inter se distiterint. In hunc vsum maximè nobis inseruient antecedentium propositionum demonstrationes. Per eas enim loci obseruationes ab vtraque meta, quę fuerit nobis præfixa, distantiæ obseruabuntur, inde conspecto per instrumentum angulo, cui inquisitum locorũ interuallum pręfigitur, per ratiocinationem 49 primi Regiomontani reliquum operis absoluemus. At scire licet, vt in antegressis exemplis ostẽdimus, has obseruationes simpliciter alicui planæ superficiei, vt innotescat æqualis, inquisitæ locorũ distantiæ magnitudo, applicari posse. Cæterùm ęqualem huic magnitudinem ex aduerso etiam deprehendemus, si vtrumque terminũ bis cum alio signo, sub ijsdem angulis, qui rectũ constituant, aspexerimus, cuius rei demonstrationem alibi cum de metiendis latitudinibus ageremus, contextam reliquimus. Et quãuis hęc per se satis manifesta sint, tamen ne rudioribus aliquis scrupulus relinquatur, figuram subijcere non pigebit. Constitutum sit ergo metiri distantiam locorum a & b ex f signo. Primùm obseruato angulo a f b per antegressas propositiones metiemur lõgitudines a f & f b. Inde per 49 primi Regiomontani reliquum a b interuallum ratiocinabimur. Sed easdem obseruationes, vt sæpius antehac explicatum est, alij applicare superficiei licebit, videlicet, vt à spacio rectilineo constituamus ęqualia interualla a f & b f, quę in eo-

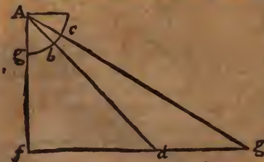


dem puncto concurrant sub angulo a f b, tum per 4 primi Elemētorum eam lineam, quę sub hoc angulo apparuerit ęqualem effici a b necessarium fuerit. Iterum per alias obseruationes exploranda sit ęqualis magnitudo ipsi a b distantię. Primùm ergo ex c intuebimur a b sub angulo a c b, & b d sub angulo b c d, qui collecti rectum constituant. Hinc in d progressi obseruabimus iterum a b sub angulo a d b, qui sit ęqualis ipsi a c b, & a c sub altero a d c, qui adęquatur ipsi b c d. hinc & totū b d c angulum toti a c d ęqualem esse constat. Inde per dimensiones explorata c d inuēta fuerit a b magnitudo inquisita. Cuius demōstrationem alibi explicatam reliquimus. Ex his quoque manifestum est, cum angulus c a b sit rectus, ex sola dimensione c a & anguli a c b in alia superficie, vt iam ostendimus ex repetitis obseruationibus ęqualem ipsi a b magnitudinem explorari posse, quæ nos hîc admonuisse sufficiat.

PROPOSITIO LXXXV.

Quomodo ex sublimioribus locis apparentes in subiectis planis distantias à basibus liceat explorare.

CVm varias ac multiplices rationes explorādi locorum altitudines ex inferiori superficie descripserimus, consultum videtur, vt viceuersa inuestigemus quomodo ex sublimioribus ędificijs, aut turribus apparentium locorū distantias à basibus liceat obseruare. Sed hîc meminisse oportet, cum ferè contingat ex vnico tantùm altitudinis loco, nimirum eminentiore obseruationes absolui, tam multiplices metiendi modos hîc contexi non posse, præterea admodum remotas locorum distantias incertius hinc colligi, cum exquisitam altitudinis constitutæ rationem ad easdem propter uisus imbecillitatem difficilius deprehendamus, attamen quid ipsa res permittat, considerandum hîc nobis est. Inprimis exquisitè huius altitudinis, ex qua fient obseruationes, magnitudinem aut demisso perpendiculo, aut antegressis dimensionibus exploratam habere oportet. Hoc constituto per 29 primi Triangulorum, negocium absoluemus in hunc modum, vbi ad perpendiculum exactè suspenderimus alterum latus instrumenti, eleuata mobili regula per διαγία infixa apparentem locum intuebimur. Hinc nobis constabit alter acutorum in trigono rectangulo, cui videlicet inquisita subtenditur distantia, quare deprehenso catheto & illa innotescet. Si ergo fuerit angulus obseruationis æqualis reliquo acuto, etiam quæsitam loci interuallum æquale assumptę altitudini efficietur. Eodem modo constat semper eandem esse rationem sinus complementi ad sinum huius anguli explorati, quæ est altitudinis propositæ ad conspectum loci interuallum. Ex his vel cuiuis manifestum est nostras hîc obseruationes tantùm ijs locorum distantijs congruere, quæ non alium situm posside ant, quàm basis altitudinis, hoc est, vt cum ea in libella consistant, quamuis exigua deflexio manifestum errorem non pariant. Sit ergo cōstitutum ex assumpta altitudine f a fastigio a distātias locorum d & g ab f basi explorare. Primùm applicato instrumenti latere a g ipsi a f catheto, cum visus dirigitur in d & g innotescūt anguli f a d & f a g ex segmentis g b & g c. Quare cum angulus a f g sit rectus, & a f perpendicularis nota per 29 primi Triāgulorum f d & f g latera ratiocinabimur. Quòd si hîc



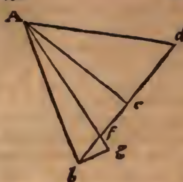
deprehenderimus angulum f a d æqualem ipsi f d a, id est, si offerretur circumferentia

cumferentia g b 45 partium, quarum totus Quadrans habet 90, sinus vtriusq; æquari constabit. Quare cum sit eadem ratio sinuum inter se, quæ est ipsorum laterum ad quæ referuntur, ipsam d f æqualem effici f a altitudini sequetur, De reliquis sinuum rationibus & distantiarũ ad altitudines idem sentiendum. Cæterùm hîc nobis obseruare licet, quòd si altitudo a f exigua esset, & interuallum g f admodum remotum aliquanto certius ex triangulo a d g & a d explorato, quàm ex triangulo f a g ratiocinari posse, quia ipsum a d latus & propius & longius respectu d g, quàm a f ad eandem magnitudinem existit, idq; non ἀκριβέστερον, sed visus imbecillitate, qua longiorem f g distantiam, non tam exquisitè assequimur. Conspecto igitur ex a, g loco, cum habeatur angulus f a g, & interior f a d constet, vtriusq; differentia d a g cognoscetur. insuper cum sit angulus f rectus, alter acutorum a d f non latebit, quo sublato ex duobus rectis, restituitur angulus a d g. Trianguli ergo a d g, cum duo anguli d & a sint noti, superest, vt aliquod ex lateribus colligamus, quod hîc sit a d. Huius quantitatem per ratiocinationẽ 26 primi Regiomontani metiemur. Tandem igitur per 4 secundi Triangulorum d g colligemus, qua annexa ipsi f d exploratæ, tota f g distãtia inquisita innotescet. Porrò hîc manifestum est, id quod paulò ante asseruimus, ipsa d & g loca ab ea, quam basis f occupat libella, si hac obseruandi ratione placuerit rem expedire, aut nihil aut parum deflectere debere. Si enim aut altius aut inferius constituerentur, ipsę distantiarũ lineæ in f πρὸς ὀρθὰς non incurrerent.

PROPOSITIO LXXXVI.

Quibus dimensionibus accliuam montis longitudinem liceat deprehendere.

SEquitur vt hîc deinceps inuestigemus, quibus obseruandi rationibus accliuam alicuius montis longitudinem liceat explorare. Primò quidem id facilè expediemus, si ad ipsam præfixæ magnitudinis rationem pateat accessus, per triangulos isopleuros, ęquicrurios, & orthogonios. Videamus ergo quem vsum ad huius problematis solutionem triangulus isopleuros præstare possit. Dicimus hîc obseruandum esse ex infima præfixæ longitudinis parte summũ ipsius fastigium & aliud quoddam in plana superficie signum exquisitè sub instrumenti segmento 60 partium, quarum totum continet 90. hinc nobis innotescit aliqua portio lateris inquisiti trianguli. Quare facilè per eandem rectam ad eam vsq; loci distantiam procedere licebit, ex qua idem longitudinis fastigium & constitutum signum sub eodem 60 partium segmento intueamur. Quocunq; in loco id cõtigerit, eius interuallum à puncto prioris obseruationis inquisitæ longitudini adæquari noueris. At maioris facilitatis causa per solam obseruationem catheti eiusdem isopleuri, qui semper ex quolibet æqualium angulorum in aduersum latus excurrens, exquisitè in semisses idem distribuit, hoc operis absoluere licebit. Hunc sine dubio inueniemus, si per eandem rectam, in qua fuerit conspectum signum, eousq; progrediamur, vbi fines inquisitæ magnitudinis sub integra Quadrantis circumferentia apparuerint, huius loci distantiam ab antegressę obseruationis signo exactè semissem inquisiti lateris isopleuri constituere certum est. Quare duplum eius integram longitudinis præfixæ quantitatem in lucem proferet. Sit ergo in obiecto monte accliua longitudo b a, quam in inferiori plano libeat explorare. Primùm ex b radice appareat a fastigium, & inferius f signum sub angulo a b f, qui sit partiũ 60. hinc per eandem b f rectam progressi vsq; in d, conspiciantur a & f sub angulo a d f æquali a b f. Tum asserimus distantiam locorũ b & d æqualem



esse inquisitæ b a longitudini. Cum enim per 32 primi Element. 3 anguli b, a, d constituant duos rectos, ex quibus vterque b & d triētem absumit, tertio a etiam tantùm relinquitur. Est ergo triangulus a b d isopleuros. Quare ex dimensione interualli b & d quæsita magnitudo b a innotescit. His demonstratis videamus, quomodo ex obseruatione catheti eundem scopum liceat cōsequi. Constituto igitur angulo a b f, per eādem b f rectam progressi in c, appareant ex eo loco b & a sub angulo a c b recto, tum dicimus b & c distantiam semissem esse totius b d. Cum enim angulus a c b sit rectus perpendicularis est a c ipsi b d. Sed eandem latus isopleuri, cui insidet, inęqualia segmēta diuidit. Nam duo latera b a & a d ex hypothesi sunt ęqualia, & angulus a b d ipsi a d b. Quare per 26 primi Elemētorum c d adęquatur b c. Est ergo b c semissis b d quod demonstrandum erat. Porrò ex æquicrurio trigono eandem magnitudinem inueniemus, si distantiam duorum signorum, cuius quantitatem pro arbitrio statuemus, sub duobus duntaxat æqualibus angulis obseruauerimus. Exempli gratia, idem fastigium a & signum g ex b loco appareat sub eodem angulo a b g, sub quo ex g, a & b, vt est a g b: tum explorata per dimensionem b g distantia, per ratiocinationem 38 primi Regiomontani b a latus colligetur. At consideremus etiam, quomodo duntaxat adminiculo lateris instrumenti similes montium longitudines liceat metiri: quam ad rem maximè nobis inseruiet vsus trianguli orthogonij. Si enim alterum latus Quadrantis præfixæ longitudinis lineæ πρὸς ὀρθὰς imposuerimus, & per mobilis regulæ pinnacidia supremum fastigium intueamur, innotescet acutus angulus, cui ipsa magnitudo subtenditur. Exempli gratia, inquisitę montis b a longitudini ad finem b impositum sit latus instrumenti c b ad angulum a b c rectū, tum visus radius ex c in a procedens, cum secet circumferentiam in d, ex segmento d b innotescit acutus angulus a c b. Quare latere c b cognito per 29 primi Regiomontani ipsa b a longitudo colligetur. Hanc obseruandi rationem satis exquisitam esse constat, quoties b a intra mediocrem quantitatem constiterit, ne visus in a debilior fiat propter remotius interuallum. Interim hîc silentio prætereundum non est, quo dimetiēdi artificio easdem magnitudines explorare oporteat, quando accessus interclusus fuerit, ex remotioribus interuallis. Ad cuius rei inuestigationem præcipuè vtemur adminiculo quartæ secundi Regiomontani. Per hanc enim primò inuestigabimus interuallum loci obseruationis à præfixæ longitudinis inferius apparente fine. Secundò per eandem colligemus quantitatem radij visus ex eodem obseruationis loco in summum longitudinis fastigium incurrente, vnà cum angulo, quo ad prædictum inclinatur interuallum. Quæ res vt euidentius intelligatur, demonstrationem contexere oportebit. Sit ergo metienda nobis accliua in monte longitudo b a ex c loco, quia ad infimam ipsius b partem aditum non patêre constituimus. hinc c b sit distantia loci obseruationis ab infima longitudinis parte, & c a radius visus, quo primum ex c sub angulo a c b obseruatur a b inquisita longitudo: vt ergo deprehendamus quantitatem b c ex c obseruentur signa b & f, vt constet angulus b c f, & ex f intueamur b & c, vt inueniatur angulus b f c. Hoc constituto, si exploremus magnitudinem lateris



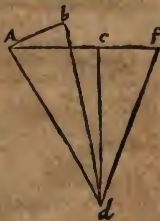
nem lateris c f per 4 secundi Regiomontani, ipsum b c interuallum ratiocinabimur. Eadem ratione metiemur latus a c. Nam per conspectum a & d ex c loco patefit angulus a c d: ex d verò dum intuemur a & c innotescit angulus a d c. Quare c d per dimensionem in terra deprehenso, per eandem quartam secundi a c colligetur. Sed angulum etiã a c b per antegressam obseruationẽ notum effecimus. Ergo per 49 primi Regiomontani a b inquisitæ longitudinis quantitatem in lucem proferemus. Cæterùm vt rudioribus hîc etiam consultum sit, scire licet exploratis ea ratione, quam præscripsimus, triangulorum b c a, b c f, & c a d angulis, & singulorum vno latere, obseruationes alij planæ superficiei, iuxta eandem symmetriam (vt alibi nobis explicatum est) applicari posse. Ita facilliori negocio, b c, c a, & hinc tandem b a colligentur.



PROPOSITIO LXXXVII.

Metiendi rationes uallium ac fossarum profunditates ex superioribus locis.

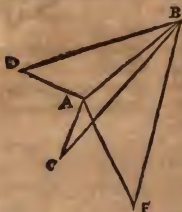
IN antegreßsis demonstrationibus vbiq; ferè pertractauimus eas metiendi rationes, quibus in sublimioribus locis constitutæ magnitudines explorantur: nunc vice versa inquirendum nobis est, an apparẽtes in inferiore situ quantitates ex mõtibus, aut altiore aliqua superficie eadem commoditate liceat deprehendere. In cuius rei inuestigatione vsitatas nobis hactenus in cõtexendis ἀκριβείας rationes vbiq; persequemur. Vt ergo institutum negocium simpliciter explicemus, primùm omnium ex superioribus locis profunditates vallium & fossarum alicuius loci situm ambientium ratione inuestigabimus. Per eas verò intelligimus perpendiculares ex infimo apparentis profundi loco vsque in libellam superius constituti situs ascendentes. Quæstionis huius solutionem igitur, ita nobis licebit expedire, si à latere obseruationis loci per 4 secũdi Regiomontani, decliuam ipsius in profundum longitudinem & quanto ad libellam angulo inclinet exploremus. Ex subnexa figuratione manifestius hæc innotescent. Ex sublimioribus ergo locis a & f descendentes longitudines concurrant in profundo d, quorum designatæ f a libellæ perpendicularis occurrat d c, cuius magnitudo hîc nobis exploranda sit. Ad hoc assumemus à latere interuallum, cuius a & b fines rectis lineis ipsi d annectantur. Prima hîc obseruatione ex a dum intuemur b & d offertur angulus b a d, secunda ex b cum aspicimus a & d patefit angulus a b d. Quare si dimensionibus (quod facillimum est) explorauerimus a b latus, per ratiocinationem quartam secundi Regiomontani innotescet longitudo ex a in d profundum descendens. Deinde superest, vt obseruemus angulum c a d acutum. Cum igitur per hypothesin angulus a c d sit rectus ratiocinio 29 primi Regiomontani c d profunditatem inquisitam in lucem proferemus.



PROPOSITIO LXXXVIII.

Quanta sit distantia duorum locorum, quæ interiacente profundiore spacio disiunguntur.

ANtecedentem profundi inquisitionem nunc sequitur demõstratio obseruandi locorum apparentium distantiam, quæ altiori cauitate sunt disiuncta. Hanc ferè ex ijsdem fundamentis cum superiore, nimirũ ex 4 secundi Regiomontani extructam proferemus. Nam duabus duntaxat obseruationibus hoc operis absoluemus, vt ex sequenti figura patefiet. Inter loca b & a intercedat profunditas a f b. Distantiam eorum comprehendit a b recta, quæ nobis hîc inquiritur. Ab vtroq; latere ipsius a designentur rectę a c & a d, quarum vtriusq; adminiculo ipsam a b licet ratiocinari. Primùm ex a loco per conspectum c b offertur angulus c a b, & ex b d ipse d a b. Eodem modo patefiũt anguli a d b & a c b. Quare ex vtroq; laterum c a & a d per ratiocinationem 4 secundi Regiomontani a b cognoscetur. Si hinc præcisè vtriusq; altitudinis a & b differentiam placeret inuenire, obseruandum esset quanto angulo b a ad libellam a loci inclinet, tum reliquum operis per 29 primi Regiomontani absolueretur.



PROPOSITIO LXXXIX.

Angulum profunditatis, quo duo seiunguntur loca, inuestigare.

QVi præmissas demonstrationes rectè intellexerit non difficulter inueniet angulum profunditatis, quo apparentia superius loca seiungũtur. Tantùm enim hîc opus fuerit obseruatione anguli, quem vtriusq; distãtia cum descendente in profundum longitudine complectitur. Inde per 49 primi Regiomõtani ratiocinationem absoluemus. Sit enim exempli gratia, in pręmisso schemate angulus profunditatis a f b inuestigandus. Per antegressas ἀποδείξεις inuentæ sunt a b & a f lineæ. Quare ex conspectu b & f obseruato f a b angulo per ratiocinium 49 primi Regiomontani ipsum a f b colligemus, id quod ostendendum erat.

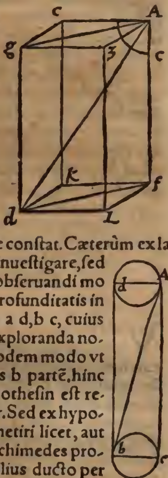
PROPOSITIO XC.

Quomodo angustiores profunditates, quæ ad perpendiculum in terram descendunt, obseruare liceat.

PRæmissas metiendi profunditates ἀποδείξεις non omnibus terræ cauitatibus propter angustiam locorum applicare licet. Nam sæpenumero tantum interuallum non offertur, vt ex diuersis locis idem in profundo signum liceat intueri. Quare ne hîc spe frustrati videamur, ad eundem scopum alia via contendere oportebit. Atq; hîc scire licet nos æqualem in tota cauitate, quæ præceps in terram descendat, latitudinem constituere. Nam huius ratiocinatione inquisitam profunditatis quantitatem colligemus. Vt ergo rem ipsam percipiant discentes, applicabimus alterum latus instrumenti exquisitè ipsius meatus catheto, & sublata regula obseruabimus, qua in parte, postquàm aduersus in inferiore latitudine finis fuerit conspectus, circumferentiam instrumenti secet. Hinc nobis innotescet angulus trigoni orthogonij, cui subtensa

fuerit

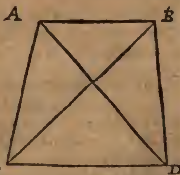
fuerit ipsa latitudo obseruata. Quòd si meatus fuerit quadrangularis, vtemur potius transuersa latitudine, cuius euidentior erit ratio ad inquisitam profunditatem, quàm altera in lateribus constituta: sinautem exquisitè congruerit circulari figuræ inquisita diametro, eodem modo negocium absoluemus. Sit ergo quadrangularis meatus g c a h, qui præceps in terram descẽdat vsque in partem d k f l. Huius metienda sit profunditas a f: vt hoc efficiamus constituendum est latera superioris quadranguli g c a h παράλληλα esse lateribus inferioris d k f l & æqualia. Hoc constituto, concinnè accommodato instrumenti latere a c ipsi a f catheto, cum radius visus in d aduersam partem procedit, secatur circumferentia in b. Quare ex b c innotescit angulus d a f. Sed angulus d f a est rectus. Ergo d f transuersa inuenta, per 29 primi Triangulorum a f colligetur. Illa verò constat ex transuersa g a, cui per hypothesin est æqualis: nam duo latera g h & h a sunt æqualia d l, & l f, & angulus g h a, ipsi d l f. Quare g a explorata, a f cathetum inueniri posse constat. Cæterùm ex lateribus g c & c a eandem a f profunditatem liceret inuestigare, sed cum ipsa g a maiorẽ ad illam obtineat rationẽ, hunc obseruandi modum sequi cõsultius fuerit. Nũc similem dimensionẽ profunditatis in rotundo meatu experiamur. Sit ergo præceps meatus a d, b c, cuius superior a d cauitas exquisitè inferiori adæquatur. Exploranda nobis hîc erit profunditas a c. Primùm ergo ex a loco, eodem modo vt superius, obseruabimus aduersam inferioris latitudinis b partẽ, hinc innotescit acutus angulus b a c & ipse b c a per hypothesin est rectus. Quare latere b c explorato, c a facilè inuenietur. Sed ex hypothesi æqualis est d a ipsi b c, & illam superius facilè metiri licet, aut ex nota circumferẽtia iuxta artificium circuli, quo Archimedes proximè dimetientis ad ipsam colligit rationem, aut facilius ducto per medium filo d a, quod in semisses totum circulum distribuat.



PROPOSITIO XCI.

Quibus dimensionibus ex monte apparentes in inferiori superficie locorum distantiæ sint explorandæ.

INuestigabimus hîc deinceps quibus obseruandi rationibus apparentes in inferiore superficie locorum distantiæ ex montibus sint explorandæ. Ad cuius rei consyderationem non mediocrem nobis vsum quarta secundi Triangulorum præstabit. Assumemus igitur in monte, vbi opportunum fuerit, aliquod loci interuallum, ex cuius vtroque fine præfixam locorum distantiã liceat intueri. Dehinc duabus obseruationibus negocium expediemus, vt sequitur. Sit ergo superius in mõte assumptum aliquod spacium a b, ex quo debeamus explorare interuallum locorum c & d quæ in inferiore superficie consistunt. Ducãtur etiam rectæ lineæ ex a & b in c d, nimirum a c, b c, a d, b d. Primùm ex b dum intuemur a, c, & d, innotescunt anguli a b c & c b d. Iterum ex a dum obseruantur c, d, & b offeruntur anguli c a d & d a b. Ex his etiam patefiant toti anguli a b c d & c a b. Ratiocinabimur ergo ex triangulo b c d inquisitam locorum di-

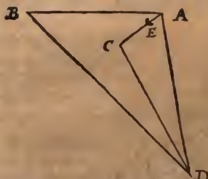


ſtantiam c d. Cum enim trigoni a d b inuenti ſint anguli d a b & a b d & a b ſpacium in monte liceat explorare, per 4 ſecundi Regiomontani b d latus colligetur. Iterum in trigono a c b cum dentur anguli c a b & a b c vnà cum a b latere, per eandem 4 ſecundi metiemur ipſam b c rectam. Cum ergo trianguli b c d inuenta ſint duo latera b c & b d conſtitutum c b d angulum complectentia per 49 primi Regiomontani c d inquiſitum locorum interuallum patefiet. Eadem ratione ex triangulo a c d ipſum c d cognoſcemus. Cum enim duo noti anguli c a b & a b c dato a b lateri inſideant, per eandem 4 ſecun. a c latus ratiocinamur. Et ex trigono a d b cum innoteſcant eius anguli d a b & a b d explorato a b ſpacio incumbentes, a d recta non latebit. Sed antea nobis inuētus eſt angulus c a d. Quare eodem modo, vt ſuperius per 49 primi Triangul. c d locorum interuallum inuenietur. Quòd ſi has obſeruationes alij planæ ſuperficiei accommodare voluerimus (vt ſæpius antehac admonuimus) ſine ratiocinatione propoſitionū Regiomontani negocium abſoluemus.

PROPOSITIO XCII.

Quantus ſit exceſſus altitudinis alicuius loci in monte ſupra libellam alterius in inferiore ſuperficie conſpecti.

VIdeamus hîc deinceps quibus obſeruandi modis exceſſum altitudinis conſtituti alicuius in ſuperiore montis parte loci ſupra libellam alterius cuiuſuis in inferiore apparentis ſuperficie metiri poſsimus. Et ſi verò alibi obſeruatione libellæ id fieri poſſe oſtenderimus: tamen ibi cum ſæpius repetitis ſit opus dimenſionibus, multò ſimplicius ac facilius ad eundem ſcopum hîc collimamus. Vt ergo inſtitutum explicemus, primò duabus obſeruationibus ex conſtituto ad hoc in monte ſpacio exquiſitè vtriuſque nobis præfixi loci interuallum auxiliante 4 ſecundi Triangul. colligemus. Hoc operis abſoluto, diligenter intuebimur, quanto circuli ſegmento demiſſum ex loco montis perpendiculum ab explorata nobis interualli linea deflexerit. Inde per ratiocinationem vigeſimænonæ primi Triangulorum inquiſitæ altitudinis exceſſus innoteſcet. At euidentius hæc ſubnexa ἐκθέσει ſunt explicanda. Statuamus ergo in monte ſpacium quoddam a b & in inferiore ſuperficie apparentem locum d, per quem deſignemus libellam d c, ſupra quā eleuetur locus a quantitate perpendicularis a c, quæ nobis hîc eſt inueſtiganda. Connectamus ergo rectis lines b, a, & d ſigna, vt triangulus conſtituatur, cuius dimenſione liceat præfixum ſcopum attingere. Primùm hîc ex a, cum obſeruamus b & d, offertur angulus b a d, eodem modo in b colligitur angulus a b d, & a b rectam in monte licet metiri.



Quare per quartam ſecundi Triangulorum ipſam a d, quæ præfixam locorum diſtantiam comprehendit, ratiocinabimur. Hoc conſtituto, ex a demittemus perpendiculum a b, quod exactè incidit in cathetum a c. Cum ergo ſitus a c & a d conſtet, facilè, admoto inſtrumento, metiemur angulum acutum c a d. Sed angulus a c d eſt rectus, quia comprehenditur perpendiculari in libellam incidente. Hinc per vigeſimamnonam primi Triangulorum concludimus a c inquiſitæ altitudinis exceſſum nos ratiocinari poſſe. Eandem verò

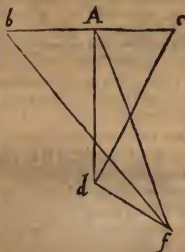
in alia

in alia superficie facilius inueniemus, si in ea æquinangulum struxerimus trigonum ipsi a d c, cuius ὑποτείνουσα æqualis efficiatur a d.

PROPOSITIO XCIII.

Quibus obseruationibus fluminum latitudines ex montibus deprehendantur.

SEquitur vt hic vlterius inuestigemus, quibus metiendi rationibus fluminum latitudines etiam ex altissimis montibus liceat explorare. Vt commodius id operis absoluamus à constituto montis loco adminiculo vigesimænonę primi Regiomontani colligemus distantias finium, qui apparentem latitudinem includunt: inde per instrumentum obseruantes, quanto illæ ad se inuicem angulo inclinent, per quadragesimamnonam primi Regiomontani inquisitæ latitudinis quantitatem ratiocinabimur. Constituamus ergo superius in monte locum a, ex quo labentis fluminis latitudo d f appareat. Cuius quantitatem obseruationibus in sublimiore spacio metiri debeamus. Primò vtrumque latitudinis finem d & f rectis lineis cum a connectamus. Et per eundem a locum designemus spacium rectilineum b c, quod ad vtramque d a & f a πρὸς ὄρθας existat. Deinceps extremitas b copuletur cum fine f, & c cum d. His constitutis ad inquisitionem d f præfixæ latitudinis progrediemur. Primùm in triangulo orthogonio d a c metiemur instrumento acutum angulum a c d: tum a c latere superius explorato, per vigesimamnonam primi Triangulorum a d patefiet. Eadem ratione per obseruationem anguli a b f trigoni orthogonij b a f, innotescet a f recta. Inde per instrumentum deprehenso f a d angulo, ratiocinatione 29 primi Regiomontani inquisitam latitudinis d f magnitudinē in lucem proferemus, Id quod demonstratione nobis concludendum erat.

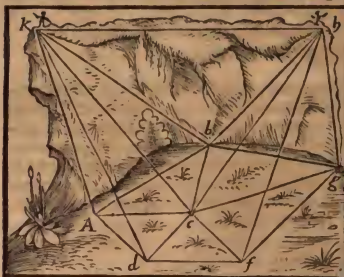


PROPOSITIO XCIIII.

Quomodo ex montibus singulorum in inferiore superficie, quæ appareant, locorum situs exquisitè liceat obseruare.

HActenus ex montibus omnium, quæ in inferiore situ conspiciuntur magnitudinum obseruationes executi sumus: nunc instar coronidis subijciemus, quibus dimensionibus verum situm & constitutionem omnium inferius apparentiū locorum iuxta exquisitam symmetriam liceat explorare. Ac sanè hac in re operā dabimus, vt inquisitis demonstrationibus singularum conspectæ superficiei partium descriptionē non minore certitudine absoluamus, quàm si inferius in ipsis locis (vt alibi explicauimus) sigillatim obseruationes faceremus. Quantū verò attinet ad constitutionē symmetriæ proxima quæque loca rectis lineis ita connectemus, vt tota superficies triangulis contexta maximè cōgruentem ipsis locorū sitibus & interuallis picturam ac adumbrationem repræsentet. Porrò ad omnes dimensiones absoluendas vnicū duntaxat

in monte ſpacium rectilineum conſtituemus, ex cuius magnitudine cõſpecta triangulorum latera ratiocinemur. Sed ne longiore verborũ contextu res ipſa obſcurior fiat, ad ſtructuram ἀποδείξεως progrediemur. Deſignemus ergo in inferiori ſuperficie loca a,b, g,f,d, c, quorum proximiora per rectas lineas ſigillatim (vt hîc apparet) ſint cõnexa. Horum veros ſitus iuxta exquiſitam ſymmetriam interuallorum, quibus inter ſe diſtant conſtitutum ſit explorare in duobus ſublimioribus mõtis locis k & h. Ducantur ergo ex k rectę lineę, quę ſint radij viſus in loca b, c,f,d, & a: & ex h in b,c,f,g. His ita conſtitutis, dicimus ſingula trigonorũ latera quę in deſignatis locis coeunt, & præfixam nobis ſuperficiem abſoluunt, ex locis k & h, ſi notum conſtituerimus k h ſpacium rectilineum, obſeruationibus deprehendi poſſe. Aſſumamus enim, exempli gratia, triangulum a c b, cuius ſingulis lateribus inuentis, de exquiſito locorum a,b, & c ſitu non dubitabimus. Cum ex k intuemur a & b innoteſcit angulus a k b, cum a & c ipſe a k c, deniq; c b, tertius c k b angulus offertur. Sequitur inde, vt trigoni a k b per antegreſſam propoſitionem a k & b k latera ratiocinemur, id quod facilè expediemus cum h k ſpacium notũ aſſumamus. Etenim ex ea ſatis cõſtat, quomodo per triangulum orthogonium loci obſeruationis à ſingulis, quæ in inferiore ſitu conſiſtunt, ſignis interualla ſint metienda. Quoniam igitur triangulo a b k dantur duo latera a k & b k exploratum a k b angulum complectentia per 49 primi Triangulorum reliquum a b latus metiemur. Eodem modo per antegreſſam propoſitionem inuẽto latere k c, cùm obſeruatus ſit angulus c k b cognoſcetur recta b c. Reliqui ergo lateris a c non eſt difficilis inuentio cum a k & c k notum a k c angulum comprehendentia, ſint conſtituta. Quare trigoni a b c cum a b, b c, & c a latera ſint deprehenſa, verum a, b, c locorum ſitum exploratum eſſe demonſtrauimus. Iterum ex h ſit explorãdus locorum c,f,g ſitus. Per antecedentem metiemur rectas diſtantiarum loci h à præfixis ſignis, quę ſunt h c, h f, h g: inde explorabimus inſtrumento angulos c h g, c h f, & f h g. Tum per eandem 49 primi ſingula c g, c f, & f g latera patefient. Conſtat ergo ſitus locorum c,f,g. Eadem ratiocinandi via reliquorum trigonorum latera inquiremus. Ex his manifeſtum eſt, totam propoſitæ ſuperficiei deſcriptionem ſatis exquiſitè abſolui, ſi duntaxat exploratis loci obſeruationis diſtantijs à conſpectis ſuperficiei ſignis, obſeruemus angulos, quibus triangulorum latera ſubtenduntur. Hanc demonſtrationem copioſius explicare volui, vt diſcentium induſtriæ, quantum fieri poteſt, ſuccurram.

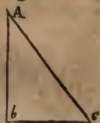


PROPOSITIO XCV.

Quomodo ex Triangulorum ſcientia colligantur rationes metiendi planas ſuperficies.

HActenus explicata ferè ſunt omnia, quæ ad multiplices linearum dimenſiones requiri poſſe videntur. In his præcipuè operam dedimus, vt induſtrij artifices

ſtrij artifices,& qui non omnino à Mathematis abhorreant, certis & immotis ἀκριβέστων fundamentis inſtructi,& noſtris maiore cum fructu vti & ſic vbi occaſio poſtulauerit,quæ in alijs locorum ſitibus, quales infiniti occurrere poſſunt,obſeruanda ſint,non difficulter ratiocinentur. Iam verò ſequitur, vt pro inſtituti noſtri ratione quomodo ex obſeruatis planæ ſuperficiei lateribus tota eius capacitas explorari poſsit,breuiter perſtringamus. Id quod non difficilius,quàm antegreſſas demonſtrationes ex iiſdem elementis Triangulorũ extrui poſſe, perſpicuè diſcentes intelligent. Omnes enim planas ſuperficies in quotcunq; opus fuerit,triangulos reſoluemus, vt ſigillatim eorum quantitate perſpecta,totius capacitatem cõuenienter abſoluamus. Quare vt in huius rei conſideratione faciliorem diſcentium ingenijs methodon perſequamur, ſingulos alterius generis trigonos in ὀρθογωνίους per inquiſitos perpendiculares ſecabimus. Conſtat enim τρίγωνον ὀρθογώνιον exquiſitè complecti ſemiſſem παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου. Cum ergo per 16 primi Regiomontani, quod ſub duabus inter ſe datis rectis lineis continetur parallelogrammum rectangulum non lateat,manifeſtum eſt facillima ratione ſemiſſem inueniri poſſe. Prima igitur inquiſitio eius ſuperficiei,nobis inſtituetur,quæ lateribus trigoni rectanguli fuerit complexa. Conſtitutis hîc lineis, quæ comprehendunt rectum angulum, multiplicabimus ſemiſſem vnius in totam magnitudinem alterius, aut tota in alteram ducta,cõflatum numerũ in ęquales partes diſtribuemus. Igitur,exempli gratia,ſtatuamus trigoni rectanguli a b c, cuius duo latera rectum angulum a b c ambientia,nimirum a b & b c cognoſcantur,inueniendam eſſe aream,ſiue interiorem capacitatem. Et a b ſit 8 partium b c,7. Cum ergo multiplicatis 8 in 7 conſurgant 56,conſtituitur ſemiſsis 28 part. Item ſi duxerimus 7 in 4 idem numerus offertur. Quare hoc ratiocinãdi modo totam trigoni a b c capacitatem habemus inuentam. Atq; hîc ſcire licet eandem ratiocinij formam omnibus trigonis orthogonijs, ſiue quæ rectũ angulum cõprehendunt latera,fuerint inter ſe ęqualia,ſiue inæqualia,ex ęquo congruere. At non tantùm ſi dentur latera, quæ rectum angulum complectuntur,inquiſitam ſuperficiem metiemur, verùm etiam ſi vnum ex lateribus cum altero acutorum conſtiterit. Nam hoc conceſſo,per 29 primi Regiomontani reliqua latera pateſiunt. Quòd ſi detur ὑποτείνουσα, vnà cum altero latere rectũ angulum ambientium,reliquum per 26 primi Triangulorum inueſtigabimus. Ita ſemper ratiocinamur duo latera,quæ rectum comprehendunt. Quare per præmiſſam rationem area, ſiue quantitas ſuperficiei latêre non poteſt. Hæc cum facilè à diſcentibus intelligantur, exemplis euidentius explanari nihil opus fuerit.



PROPOSITIO XCVI.

Qua ratione ſub menſuram cadat ſuperficies triangulo iſopleuro comprehenſa.

CVm in antegreſſa propoſitione facillima dimetiendæ ſuperficiei ratio ſit nobis explicata: ſequitur vt pedetentim ad alias difficiliores progrediamur. Conſideremus ergo deinceps, quomodo ſuperficies trianguli iſopleuri ſub menſuram cadat. Verbi gratia, deſignemus iſopleurum a b d, ex cuius lateribus vnum duntaxat datum ſit. Nam reliqua cum ſint æqualia, etiam innoteſcunt. Et ex angulo b a d deſcendat perpendicularis a c in oppoſitum latus b d,tum facilè inuenietur incluſa ſuperficies. Conſtat enim per 34 primi Triangulorũ perpendiculari a c,quoduis ex lateribus potentia ſeſquitertium

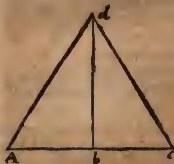


esse. Vnde per eiusdem corollarium quantitas eius innotescit. Iam verò ex ratiocinatione penultimæ primi,& ex communibus animi notionibus certum est ipsam a c basin b d inæqualia segmenta, nimirũ b c & c d partiri. Quare tota b d per hypothesin constituta, semissis b c, aut c d non latebit. Ex his manifestum est trigonos rectangulos a c d & a c b esse ęquales,& coniunctos exquisitè parallelogrammum rectangulum constituere. Hinc per 16 primi Regiomontani notis b c & a c lateribus, totam areæ capacitatẽ colligemus.

PROPOSITIO XCVII.

Cuiuslibet trianguli superficiem metiri, si unà cum tribus lateribus notis, aliqua ex perpendicularibus constiterit.

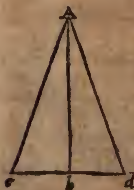
Assumemus hîc qualemcunq; triangulum, cuius superficiẽ explorari posse dicimus, si vnà cum tribus lateribus datis aliqua ex perpendicularibus innotescat, vtq; hoc exemplo euidentius intelligatur, constituamus triangulum qualemcunq; c a d, cuius notis lateribus c a, a d, & c d, detur etiam perpendicularis d b, tum asserimus totam eiusdem trigoni capacitatem certa dimensione posse explorari. Cum enim d b sit perpendicularis ipsi a c, manifestum est triangulum a b d esse orthogonium, cuius duo latera, videlicet a d & d b sunt nota. Quare per 26 primi Regiomontani basin a b colligemus. Ergo cum innotescant a b & b d latera rectum angulum a b d ambientia, ex multiplicatione semissis a b in totam b d, tota superficies trigoni b a d patefiet. Insuper in trigono rectangulo c b d, cum ex hypothesi constet b d c, inueniemus ipsam b c, ex subtractione b a ex tota a c. Nam hæc est vtriusq; differentia. Quare eodem modo, quo altera constat, per multiplicationem semissis b c in b d totam, aut semissis b d in c b totam ratiocinabimur superficiem triangulo c b d complexam. Ex coniunctis ergo superficiebus c b d & a b d tota c a d conflatur, id quod hîc demonstrandum erat.



PROPOSITIO XCVIII.

Trianguli isoscelij, cuius alterum ex æqualibus lateribus unà cum basi constiterit, capacitatem metiri.

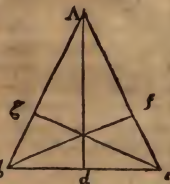
Videamus hîc deinceps, qua ratiocinandi via metienda nobis sit capacitas trianguli isoscelij, cuius alterum ex æqualibus cruribus, vnà cum basi innotescat. Exempli gratia, trigoni æquicrurij c a d detur alterum ex æqualibus lateribus, nimirum a c vnà cum basi c d, hinc totam c a d planam superficiem inueniri posse asserimus. Ducatur autem perpẽdicularis a b in oppositum latus c d. Hoc constituto, manifestum est triangulos c b a & a b d esse orthogonios, quorum latus cõmune a b per 36 primi Triangulorum colligemus. ex ratiocinatione penultimæ primi Elementorum, aut ex communibus animi notionibus vtraq; c b & b d est semissis totius c d basis,



d basis, aut ex eadem 36. Quare c d nota segmentum c b non latebit. Ex his etiam euidenter constat triangulos c b a & d b a compositos parallelogrammum rectangulum constituere. Quare ex multiplicatione c b, aut b d in totã a b integra superficies c a d inquisita consurgit.

PROPOSITIO XCIX.

Si unum ex trigoni æquicrurij lateribus unà cum aliquo angulorum, aut duntaxat perpendiculari innotescat, totam eius capacitatem metiri.

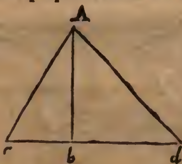


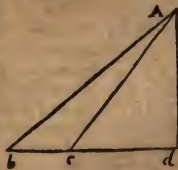
TRigoni æquicrurij b a c, detur latus a b vnà cum angulo a b c, aut duntaxat perpendiculari a d. Si detur angulus a b c per 29 primi colligentur latera a d & b d rectum a d b angulum complectentia. Sin autem prætermisso a b c angulo detur cathetus a d, per 26 primi b d innotescet. Cũ ergo ex præmissa propositione constet totum b d a trigonum toti a d c trigono æquari, & inuenta sint a d & b d latera per 16 primi superficies b a c in lucem nota prodibit. Eãdem etiam inueniemus, si tantùm detur c g cum a c aut b c, aut angulus g a c. Sed constet tantùm angulus g a c vnà cum c g catheto, tum per 29 primi Triangulorum a g nõ latebit. & per 35 primi angulus g b c patefiet. Quare per eandem 29 b g nota in lucem prodibit. Si multiplicemus ergo b g in semissem g c cõsurget superficies b g c. Eodem modo si c g in semissem g a tota planicies a g c constabit. Ex coniunctis ergo planis a g c & b g c, totum b a c planum inuenitur. Ex catheto b f per eandem ratiocinationem ipsa b a c capacitas inueniri posset.

PROPOSITIO C.

Cuiuslibet trianguli notis omnibus lateribus capacitatem metiri.

SIt tandem qualiscunq; triangulus, videlicet a c d, cuius omnia latera innotescant, dico interiorem capacitatem sub dimensionem cadere. Vtq; hoc euidentius demonstremus, ducatur ex angulo c a d perpendicularis a b in oppositum latus. Sed vtrum ei occurrat intra trigonum an extra, 42 & 31 primi trigonorum patefacient. Primò quidem statuatur nobis intra triangulum, vt anguli c & d sint acuti. His constitutis, per 43 primi Regiomõtani, inuenientur segmenta c b & b d, & per 46 eiusdem perpendicularis a b. Cognitis ergo trigoni rectanguli c b a lateribus c b & b a rectũ angulum ambientibus, ex multiplicatione c b in semissem b a cõsurget tota superficies a b c. Eadem ratiocinandi via constabit superficies a b d. Ex cõiunctis ergo planis c b a & a b d conflatur totum a c d planum, quod inquisitum est. Porrò nunc exemplum assumamus trianguli, cuius perpendicularis extra eundem constituatur. Sit ergo metienda nobis superficies trianguli a b c, cuius angulum a c b obtusum constituimus, vt perpendicularis ex a descendens, lateri b c vlterius producto in d signo occur-



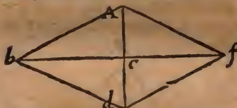


rat. His constitutis, per 43 primi Regiomontani innotescunt segmentũ c d & tota b d recta. Quare per 26 primi eiusdem, a d in lucem emergit. Constat ergo ex multiplicatione a d in semissem b d totam b d a superficiem colligi. Sed etiam trigoni rectanguli c d a constitutis c d & a d lateribus eadem ratione patefiet superficies c d a. Manifestum est igitur parte c d a ex toto b d a plano sublata, vtriusque differentiam nimirum b c a relinqui, id quod ἀποδεῖξαι stabiliendum erat.

PROPOSITIO CI.

Quibus rationibus metiamur planas superficies, quæ sunt quatuor lineis comprehensæ.

QVantum ad dimensiones planorum, quæ tribus duntaxat lateribus circumscribuntur, absoluendas attinet, in antegressis propositionibus satis superque pertractauimus: sequitur nunc, vt progrediamur ad inquisitionem superficierum, quæ quatuor lineis includuntur. Inter quas simplicissima ac facillima est, quam Græci τετράγωνον appellant, Latini Quadratum. Cõstat autem hoc schema quatuor æqualibus lateribus ad rectos angulos inter se connexis. Si ergo huius figuræ aliquod latus innotuerit, per primam primi Regiomontani ex multiplicatione eius in sese tota quadrati area resultabit, quod cum facillimè intelligi possit, vlteriore explicatione non opus fuerit. Proximè sequitur figura παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου, cuius superficiei dimensionem ex 16 primi Regiomontani petas licebit. Nos duntaxat eas figuras inuestigabimus, quas ille reliquit intactas. Ex his primò nobis occurrit παραλληλόγραμμον ἰσόπλευρον non tamen ἰσογώνιον, qualem figuram Latini vocant Rhombum. Est autem Rhombus figura, quæ constat quatuor æqualibus lateribus, quę non complectuntur quatuor angulos inter se æquales, sed tantùm eos, qui sunt ex aduerso, per 34 primi Elementorum. Et hìc diametri, quæ totum in semisses distribuunt, sese inuicem πρὸς ὀρθὰς & in æqualia segmenta partiuntur. Si ergo superficiem Rhombi constitutum sit metiri, oportebit vnum ex lateribus cum altero angulorum, aut dimetientium cognitum esse. Deinde negocium absoluemus, vt in sequenti exemplo videre licet. Constituamus igitur Rhombum a b d f, qui ductis ex aduersis angulis dimetientibus b c f & a c d in semisses diuidatur. Hæ πρὸς ὀρθὰς sese inuicem secant in c puncto. His cõstitutis, si metiri velimus ipsam superficiem inuestigabimus vnum aliquod ex lateribus cum altera dimetiẽtium,



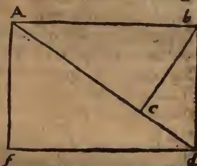
aut aliquo angulorum. Detur ergo primùm latus a b, vna cum dimetiente b f. Quoniam hìc latera b a & a f trianguli b a f sunt æqualia, & b f innotescat ex antegressis demonstrationibus inuenietur perpendicularis a c, sed b c & c f segmenta sunt æqualia, id quod facilè confirmare licet. Nam per 34 primi Elementorũ anguli a b f, a f b, d b f & b f d inter se sunt ęquales. Eodem modo in trigonis a b d & a f d æqualibus demonstratur angulum b a c æqualem esse f a c. Quare anguli a c b & a c f sunt recti, quibus æqualia latera b a & a f subtenduntur. Ergo b c adæquatur c f. hinc per multiplicationem b c in a c consurgit area b a f & eundem æquatur b d f. Quare duplum illius totam b a f d superficiem constituit. At detur tantùm angulus b a f vna cum latere b a, tum per 38 primi Regiomontani patefiet latus b f & perpendicularis a c. Quare cum paulò ante sit demonstratum b c complecti semissem totius b f, ipsa b a f area non latebit, cui æqualem esse ostẽdimus b d f. Duplum igitur alterius horum trigonorum totam b d f a superficiem, quæ nobis inquirebatur,

quirebatur, notam proferet. Non dissimilem ratiocinationem institueremus, si duntaxat cum vno latere constaret angulus a b d, aut dimetiens a d.

PROPOSITIO CII.

Quam metiendi rationem admittat superficies parallelogrammi, quod Rhomboides apppellant.

RHomboides parallelogrammum appellamus figuram quadrilateram, cuius opposita duntaxat latera sunt æqualia. Huius etiam dimensionis rationem non difficilem esse constat, si vnà cum datis lateribus angulus sub ijs comprehensus, aut altera dimetientium innotescat. Nam vtraque harum totam figuram per 34 primi Elementorum in semisses distribuit. Ex his ratiocinabimur perpendicularem, quæ ex constituto angulo in aduersum latus deducitur. Quare semissem figuræ in trigonos orthogonios distributum habebimus. Superest nunc, vt subiecto schemate rem euidentius demonstremus. Sit ergo parallelogrammum a b d f, cuius latus f a sit æquale b d opposito, & a b ipsi f d. Secetur id in semisses a b d & a f d per dimetientem a d. Et ex angulo b incurrat in eandem perpendicularis b c. His constitutis, si dentur latera a b & b d vnà cum angulo a b d, aut dimetiente a d, totam a f d b superficiem licebit metiri. Primùm constet angulus a b d: tum per 49 primi Regiomontani a d colligetur. Cognitis ergo trigoni a b d tribus lateribus, per 43 primi Regiomontani patefient segmenta a c & d c & per 46 eiusdem b c perpendicularis. Trianguli igitur a c b datis a c & c b rectum angulum a c b ambientibus lineis tota superficies ex multiplicatione b c in semissem a c patefiet. Eadem etiam ratione superficies b c d colligetur. Ex his constat tota a b d, quæ cum sit semissis per 34 primi Elementorum totius parallelogrammi, duplum eius totam a b d f superficiem notam producet. Quòd si in principio constiterit a d facilius, vt patet, res absoluetur. Non dissimilis ratiocinandi modus instituetur, si data fuerit dimetiens, quę duceretur ex b in f, aut manente a d inuestiganda nobis esset perpendicularis, quæ ex angulo a f d in eandem a d, rectam incidit.

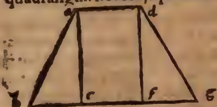


PROPOSITIO CIII.

Quomodo superficies figurarum, quæ Trapezia appellantur, liceat metiri.

IN antegressis propositionibus, satis nobis explicatum est, qua ratiocinandi via superficies quadrilaterorum schematum, quorum tamen opposita latera sunt παράλληλα metiendæ sint: sequitur nunc, vt de ijs figuris tractemus, quę trapezia appellantur. Ea verò sunt quadrangula, quorum latera ad vtranque partem, nec sunt παράλληλα, nec æqualia. quo fit, vt in multiplicia genera pro diuersitate laterum & angulorum distribuantur. Nam ex his quędam constituũt segmentum isoscelij trianguli, videlicet si producta basi parallela, ab vtroque crure abscindat æquales magnitudines. Constituuntur enim duo duntaxat ęqualia latera, quæ productis inæqualibus parallelis, vna ex parte ad acutos, altera ad obtusos angulos connectuntur. Quare id genus quadranguli isosceliũ non temerè appellabimus. Aliud genus trapezij construitur ex duobus lateribus æquidistantibus, quæ ab vna parte per rectam lineam πρὸς ὀρθὰς copulan-

tur, ab altera verò diuersa ac inæquali. Ergo nobis hoc ὀρθογώνιον quadrangulum appellabitur. Ab his diuersa genera vocabimus amblygonia, quia nullis constant parallelis, vel lateribus, vel angulis æqualibus. Sed linearum concursus partim ad acutos, partim ad obtusos, & reliquis inæquales fit angulos. Videamus ergo primùm quo metiendi modo exploranda sit nobis superficies quadranguli isosceliȷ: quale hîc designauimus b a d g, cuius duo latera d a & g b sunt parallela, reliqua verò b a & d g



duntaxat æqualia. Hanc superficiem, vt facilius dimensionem admittat, ductis ex a & d finibus in oppositum latus b g perpendicularibus a c & d f in parallelogrammum rectãgulum & duos æquales trigonos, qui sunt orthogoniȷ secabimus. His constitutis, absoluemus negociũ in eum modum, qui sequitur. Primò datis omnibus huius trapeziȷ lateribus, inuestiganda nobis est quantitas alterius perpendicularis. Vt hoc efficiamus scire licet per 29 primi Elementorum quadrangulum a d c f esse parallelogrammum, & consequenter æqualia, quæ opponuntur latera per 34 primi eorundem Elemen. videlicet a d, ipsi c f & a c ipsi d f. Quo constituto, asserimus b c adæquari segmento f g, quæ coniuncta efficiunt differentiam a d & b g rectarum. Trianguli enim orthogoniȷ a c b laterum a c & b c quadrata sunt æqualia quadrato b a per 47 primi Element. ita quadrata d f & f g æquantur ipsius d g quadrato per eandem. Cum igitur recta b a statuatur æqualis ipsi d g, quadratum b a æquatur quadrato d f. Sed quæ eidem ęquãtur, inter se etiam sunt æqualia per communem animi notionem. Quadrata igitur ex a c & b c æqualia sunt quadratis ex d f & f g, & quadratum ex a c æquatur quadrato d f. Nam rectas a c & d f æquales esse demonstratum est. Reliquum igitur quadratum ex b c adæquatur quadrato ex f g, & consequenter b c ipsi f g rectæ. Manifestum est ergo, si distribuerimus differentiam laterum a d & b g in semisses, nos vtramq; b c & f g rectam inuenturos. Hinc sublato quadrato b c ex quadrato ipsius b a quadratum a c remansurum, ex quo deinceps radice extracta, ipsa a c recta innotescet. Ex his manifestum est superficiem b c a adæquari superficiei d f g. Quare multiplicata b c in a c tota quantitas vtriusq; consurget, & eadem a c ducta in a d, constabit tota superficies παραλληλογράμμου a d f c. hinc ex coniunctis partium planis absoluetur totum b a d g trapezium isosceles.

PROPOSITIO CIIII.

Superficiem Quadranguli orthogoniȷ metiri.

Consyderemus hîc deinceps qua metiendi ratione nobis explorandi sit superficies trapeziȷ orthogoniȷ, quale hîc a b c d cõstituimus, cuius duo latera a b & d c sunt παράλληλα. Et fines horum a & d πρὸς ὀρθὰς connectuntur recta d a. Vt ergo metiamur superficiem a b c d, secabimus ipsam in παραλληλόγραμμον, & trigonum orthogoniũ in hunc modum. Per tertiam primi Elementorum abscindemus ex d c maiore æqualem a b, quæ sit d f, & b & f fines recta copulabimus. Hinc constat a b f d esse parallelogrammum & d f c trigonum orthogonium. Cum enim latera a b & d f sint παράλληλα & æqualia, per 33 primi Elementorum b f erit æqualis a d, & hinc consequenter angulus b f d rectus: nam a d f per hypothesin rectũ effecimus. Est igitur & exterior b f c rectus.

Cum

Cum ergo parallelogrammi innotescat latera per hypothesin, superficies ipsa latere non potest. Porrò trigoni orthogonij b f cõstant latera b f & f c. Nam b f demonstratum est æquale esse a d & f c est differẽtia laterum a b & d c. Quare, vt alibi ostendimus ex multiplicatione b f in semissem f c tota superficies b f c consurget. Si hanc igitur iungamus superficiei parallelogrammi tota a b c d orthogonij trapezij absoluta nobis erit.

PROPOSITIO CV.

Datis quatuor lateribus quadranguli amblygonij, unà cum aliquo angulorum, aut latere subtendente, superficiem eius metiri.

SEquitur nunc vt tertij demum generis quadranguli, quod amblygonij nomen sortitum est, aream inuestigemus. Id quod non difficulter expediemus, si in duos ipsum triangulos sectum habuerimus. Nam ex vtriusque lateribus inquisitis planis, si ea coniunxerimus, tota quadranguli superficies resultabit. Cuius rei, vt exempla aliquot videantur operæpretium fuerit. Sit ergo trapezium amblygonium c a b d, cuius notis quatuor lateribus cum aliquo angulorum, aut latere subtendente, totam nos superficiem metiri posse dicimus. Detur ergo primùm angulus c a b, cui subtendatur latus c b, quod totam figuram in duos secat triangulos, videlicet c a b & c d b. Illius ergo magnitudinem inueniemus per 49 primi Regiomõtani. Hinc notis trigoni c a b omnibus lateribus per ratiocinationem superius nobis explicatam superficies ipsa patefiet. Eodem modo cum innotescant latera trigoni c d b, cum vtrique c b sit communis, ipsa area non latebit. Ex coniunctis ergo superficiebus c d b & c a b tota superficies c a b d trapezij resultabit. Eodem modo licebit totam figuram secare in duos triangulos a b d & a c d per rectam a d: quæ si cognita fuerit eodem processu, quo paulò ante vsi sumus, rem absoluemus. Iterum constituamus trapezium quadrilaterum c a d b, è cuius angulo a, vsque ad concursum linearum c b & d b recta producta, ipsum in duos triangulos partitur, videlicet c b a & a b d. Quòd si nũc cum lateribus notis detur angulus a c b, aut a d b, aut a b recta, quæ vtrũque subtendit, per antegressam ἀπόδειξιν, vtriusque trianguli superficiẽ inueniri posse constabit. His ergo cõiunctis, inquisita trapezij area patefiet. Ex his euidenter constat qualescunque trapeziorum formæ offerantur, quomodo per interiorem rectam in duos secari possint triangulos, vt sigillatim vtriusque perspecta superficie, tota ex ijs componi possit.





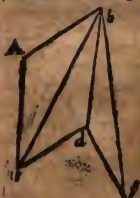
PROPOSITIO CVI.

Quomodo superficies plurium laterum & angulorum sub mensuram cadant.

SVperest nunc tandem, vt illorum schematũ superficies inuestigemus, quæ ex pluribus & lateribus & angulis construuntur, ex quibus alia vocãtur regularia alia irregularia. Regularia sunt, quæ ex lateribus & angulis æqualibus constant, & cum circulo ipsis inscripto, aut circumscripto idem centrum obtinent. Irregularia verò, quorum & anguli sunt inæquales & latera. Illorum sim-

plex ac facillima ratio dimensionis existit: si videlicet ex constituto centro in quodlibet æqualium laterum rectam extendamus, quæ in semisses idipsum exquisitè distribuat, deinde ipsam in mediam totius ambitus partem multiplicemus. Hinc superficies inquisita resultabit. Porrò ipsius centri situm hoc modo inueniemus, vt si numerus laterum par fuerit, è quolibet angulorum in oppositum rectam extendamus, quam deinceps in æqualia segmenta partiamur. Facillimè id efficiemus, si ex alio quopiam angulo similiter in oppositum rectam pertraxerimus. Nam in eo puncto, quo sese intersecant centrum constitui oportebit. Quòd si numerus laterum fuerit impar, ducemus ex duobus angulis rectas in opposita latera, quæ similiter in æquales portiones ipsa diuidant. Communis earum sectio (vt in quarto Euclidis demonstratur) in ipso constituitur centro. Hinc fit, vt illa pars rectæ, quæ inter centrum & medium oppositi lateris intercipitur, in semissem totius ambitus multiplicanda veniat, vt inquisita superficies innotescat. Cuius rei ἀπόδειξιν in hexagono schemate intueamur. Sit igitur schema sex æqualium laterum k b c d g h, quod ductis in oppositos angulos rectis lineis in sex isoscelia triangula (vt apparet) distribuitur. Horum bases efficiũtur ipsius schematis latera. Ex communi linearum sectione centrum a innotescit, ex quo ducatur perpendicularis a f in latus g d, hoc ideo secatur in semisses, quia d g est chorda circumscribendi circuli, in quam perpendicularis incidere non potest, nisi eandem in æqualia segmenta diuidat per 3 tertij Elementorum. In hanc multiplicata perpendicularis per 41 primi Euclidis rectangulum constituit duplum trigono g a d: si ergo ducatur in semissem eiusdem basis, cõsurget exquisita ipsius trigoni area. Iam verò cum latera hexagoni sint æqualia, & perpendiculares in ea ex cẽtro incurrentes inter se æquentur, quod ex 4 & 26 primi Element. confirmari potest: sequitur, vt dicta perpendicularis per totum multiplicata ambitum, rectangulum producat, quod sit duplum ipsius hexagoni. Quare si duntaxat in semissem totius ambitus, aut è conuerso multiplicetur, exquisitè ipsius hexagoni area prodibit. Porrò si offeratur schema irregulare, quale est a b f d c, secabimus ipsum per interiores lineas in triangulos, quorum superficie sigillatim inuenta, tota figuræ area facilè componetur. Ductis igitur ex b rectis lineis in c & d distributum erit totum schema in triangulo c a b, c d b, & b d f, quorum superficies per eas, quæ nobis alibi sunt explicatæ propositiones inuestigabimus. Ex his coniunctis consurget area totius a b f d c schematis inquisita. Hæc de superficierum dimensione scripta sufficiant.





SECTIO QVINTA, DE RATIONE LIBRATIONIS, CVIUS VSVS EST IN DVCENDIS AQVIS.

PROPOSITIO CVII.

Quæ ſit ratio librationis, cum ex fonte in locum caſtelli proſpectus patet.



T artificioſa ac certa ratione aquas ex ſuis fontibus in conſtituta nobis loca educamus, in primis exquiſitis dimẽſionibus, quæ per inſtrumenta fiunt, ſitus locorum explorare oportet. Vitruuius ad has abſoluendas vtitur Dioptris & Chorobate. Sed hunc, vt rationi cõſentaneum eſt, propter euidentiorem certitudinem illis præfert. Etſi enim obſeruandi rationes vtrobiq; infallibili demonſtratione ſtabiliantur, tamen rudes Elementorum Geometriæ opifices, cum per Dioptras rem expediunt, procliuius ac ſæpius, aut negligentia, aut viſus imbecillitate impediti, à ſcopo aberrant. Cum autem rationes dimetiendi, quibus in multiplicibus locorum ſitibus obſeruandis opus ſit, explicatas non reliquerit, pro ratione noſtri inſtituti qualemcunq; conſiderationem de his inſtituemus. Cæterùm obſeruationes ita proponemus, vt intelligatur quomodo eadem opera ac facilitate, tum Dioptris, tum Chorobati accõmodari poſsint. Ac, vt euidentius à diſcentibus ipſa res intelligatur, ſcire licet cum aqua recto ac continuo fluxu, aut per libellam, aut per loca infra eandem deflexa in præfixa receptacula delabatur, dimenſionum rationes eò præcipuè nobis referendas, vt manifeſtè conſtet tam ſitus fontis, quàm eius loci, in quem aqua recipietur. Cuius rei cognitio non tãtùm requirit exactam vtriuſq; altitudinis collationem, verumetiam quanto finitoris circuli ſegmento alter locus ab altero diſtiterit obſeruationẽ. Quando hæc exquiſitis rationibus cõſtituta habuerimus: non difficile fuerit totius meatus, quem aqua percurret, longitudinem (vt certa canalium aut fiſtularum quantitas nobis innoteſcat) ratiocinari. Ex omni verò Dioptrarum genere (ita enim appellantur inſtrumenta Geometrica, quibus è longinquo diſtantiarum altitudinum, & profunditatum dimenſiones abſoluuntur) nullum Quadrante perfectius & præſenti negocio accommodatius adhiberi poteſt. Quare, vt rem ipſam aggrediamur, primò ſimpliciſsimam rationem explicabimus, qua metiri liceat eiuſcemodi fontis ſitum, ex quo proſpectus etiam pateat in locũ caſtelli aquam ſuſcepturi. Manifeſtum eſt hîc facillimum eſſe modum obſeruandi quantum vnius loci altitudo ſitum alterius excedat. Si enim propè fontem conſtituerimus, aſſumpto inſtrumento, per alterius lateris διωγία, vt Proclus vocat, ſiue pinnacidia præfixum caſtelli locum intuebimur: tum perpendiculum è centro demiſſum parte circumferentiæ, quam attigerit differentiam ſitus locorum, ſi aliqua fuerit, oſtendet. Nam ſi id exquiſitè occupauerit alterũ latus inſtrumenti, ſine dubio conſtabit vtrumq; locorum in eadem altitudine conſiſtere. Sin autem latus hoc à perpendiculo ſurſum deflexerit, cõſtituemus obſeruatum locum inferiorem eſſe fontis ſitu. Sed perpendiculo nulla parte, circumferentiam attingente, manifeſtum erit locum caſtelli in altiori conſtitutione apparere. Quare per lineam Horizontis plano παράλληλον aqua deduci nullo modo poterit, niſi arte queat in altum extorqueri. Cæterùm hîc cum de ijs locis, quæ infra libellam ex fontis ſitu ductam, tractationem inſtituamus, videndum nobis erit qua arte exceſſus altitudinis, & totius meatus longitudo

deprehendi posint. Horum vtrunque efficiemus commodissimè per dimensionem æquationis locorum ad libellam, quæ alibi nobis explicata est. Vt autem euidentius hæc intelligantur, figuram subijciemus. Constituamus ergo



fontem extra vrbem in signo g, ex quo deducenda sit aqua per fistulas in punctum m, quod est in mœnibus vrbis. Vtrum ergo m inferiorem situm possideat quã g, etsi visu discerni possit, tamen instrumento certius deprehenditur. Collocetur igitur Quadrans in d, vt obseruationis linea sit, quę ex d in m signum extenditur d m. Sit etiam Quadrans circuli d f b, similiter a b c. Perpendiculum ex centro demissum d g. His ita cõstitutis, manifestum est Quadrantis d b latus esse in recta linea, quæ ducitur ex signo τῷ κορυφῷ, & d f circuli finitoris planæ superficiei æquidistare. Quare si obseruationis linea incideret in rectam d f, eadem esset altitudo locorum g & m. Si verò in d c, quæ à recta d f deorsum inflectitur, necessariò m infra g constitueretur. Et cum perpendiculum circumferentiam Quadrantis a b c secet in signo b, erit pars b a, quæ ab eodem deflectit æqualis f c. Nam b c vtriq; circuli quartæ est cõmunis, qua ex æqualibus sublata, per communem animi sententiam, differentiæ, quæ relinquuntur, æquales remanebunt. Ergo quod differentiæ altitudinis locorum prætenditur segmentum æquale inuenitur in vtroq; situ instrumenti, nimirum siue alterum latus statuatur in d f, siue in d c inclinetur. Porrò cùm manifestum sit m inferiorem occupare locum ipso g, ducantur ex his signis rectæ lineæ, quæ πρὸς ὀρθὰς concurrant sub terra in h. Erit ergo g h altitudinis, siue situs locorum g & m differentia, & h m breuissimæ distantiæ linea, iuxta cuius magnitudinem meatus excauari posset. Harum linearum quantitates exactè metiemur, si g & m loca ad libellam æquauerimus. Constabit ergo & situs differentia, & totius itineris, per quod aqua duceretur, longitudo. Quoniam verò commodum non est, vt aqua statim ex præcipitio descendat, velut ex b in h: sed per huiuscemodi rectam lineam, quæ ad Horizontem inclinatur ad acutum angulum, superest, vt huius etiam quantitatem colligamus, & quomodo inter fodiendum rectè & certò sequeuda sit, constituamus. Incidat ergo obliquus huiuscemodi meatus in rectam h m in signo k, cuius ab h interuallum quacumque licet constituere. Hîc angulus obliquitatis g k h, vnà cum meatu b k ex datis duobus lateribus g h & h k innotescit, cum angulum g h k ex hypothesi rectum esse dixerimus. Quare alter

acutorum,

acutorum h g k non latebit. Huius anguli adminiculo efficiemus, vt à recto itinere b k, nihil fodiendo aberremus. Nam ſumpto fodiendi initio propè g ſignum, & inſtrumento in eadem plana ſuperficie cum g m collocato, tãtum eleuabimus ſuperius Quadrantis latus à ſuſpenſo perpendiculo, vt concluſa inter vtrumque circumferentia æqualis videatur ei, quæ prætenditur angulo h b k: tum manifeſtum erit centro Quadrantis communem ſectionem linearum h g & k g occupante & perpendiculo incidente in rectam g h, alterum illius latus rectam b k poſsidere. Quare inter fodiendum à recta linea, quæ ex Quadrantis latere ita conſtituto educitur, nullo modo declinandum. Cuius rei certum erit argumentum, ſi in ipſo itinere præſcripta diſtantiæ perpendiculi ab inſtrumenti latere circumferentia vbique eadem apparuerit. Nam perpendiculum rectam lineam, vbique ad eoſdem angulos ſecat. Exemplum huius rei videre licet in c ſigno, quod in recta g k conſtitutum eſt. Cum perpendiculum hîc ſit c l, æqualis eſt angulus l c a, ipſi h g k angulo. Exploratum igitur habemus, quo artificio ex g recta via ſit aperienda vſque in k.

PROPOSITIO CVIII.

Quæ ratio dimenſionis ad librationes requiratur, ſi montis interpoſitione fons à caſtelli loco diſiunctus fuerit.

SImplicisſima ac facillima dimenſionis ratione, quæ ad aquæ librationes requiritur, hoc modo nobis explicata: ſequitur, vt paulatim difficiliores, quę ex multiplici locorum ſitus, ſiue conſtitutionis varietate emergunt, aggrediamur. Ac primùm hîc deinceps ratione inueſtigabimus, quomodo negocium ſit expediendum, ſi inter fontem, cuius aqua fuerit deriuanda, & præſtitutum caſtelli locum alicuius montis poſitio intercedat. Etenim hîc diligentius inuigilandum eſt, niſi temerè omnis operæ & ſumptuum iacturæ periculum facere voluerimus, vt exquiſitis obſeruationibus altitudinem ſitus ipſius fontis, & loci caſtelli exploratam habeamus. Id quod ſatis exactè licebit experiri, ſi prius in montis cacumine planam illam ſuperficiem inueniamus, quæ & fontis & caſtelli loco communis extiterit. Exemplum huius rei alibi oſtendimus per duas planas tabellas, quæ in eum ſitum conſtituantur à lateribus, vt per alterius ſuperficiem conſpiciatur locus fontis, per alterius ipſum caſtellum, ita tamen vt vtraque ab vno eodemq; plano non deflectat. Inuenta igitur per accuratas obſeruationes in montis ſummitate ea linea, quæ communem locorum ſuperficiem occupat, facillimè horum punctorum, in quibus tabulæ collocatæ fuerint altitudines, ſupra apparentia loca deprehendentur. Ex quarum collatione ſituum differentia manifeſtè innoteſcet. His ita conſtitutis, verſus quam mundi plagam locus fontis à ſitu caſtelli declinauerit officio Magnetini indicis obſeruabimus, & totius itineris per quod aqua deferetur, longitudinem ratiocinabimur. Supereſt nunc, vt deſignato ſchemate rem ipſam certius ac euidentius explicemus. Statuamus ergo fontem in ſigno d, ex quo deducenda ſit aqua in m. Inter hæc loca mons conſtituatur d c b m. Primum hîc nobis explorandum eſt, vtrum in altiori ſitu conſiſtat d an m. Vt hoc efficiamus, ad ſummitatem montis à lateribus in ſignis b & c collocentur planæ tabulæ in eum ſitum, vt in eadem ſuperficie appareant. Ex b verò per idem planum conſpiciatur locus m, & ex c fons in d. Ducatur etiam ex m puncto recta verſus d, vt tamen Horizontis circuli plano ſit παράλληλα, cui perpendicularis occurrat ex b in l ſigno. Eodem modo ab altero latere ex c deſcendat perpendicularis in æquidiſtantem finitori, quæ ex d



sit protracta, quarum contactus sit in g puncto. Insuper ex b ad rectos angulos occurrat linea in c g, idque in puncto a, quam Horizonti παράλληλον esse certum est. His ita constitutis, per dimensiones experiemur differentiam altitudinis locorum d & m, in hunc modum. Cōstituto in m instrumēto diligenter obseruabimus tabellam, quę est in b & aliud quoddam in inferiori loco signum, vt hîc intelligimus n. Et connexis per rectam lineam m & n partibus, innotescit angulus b m n, cui latus ipsum b n prætenditur. Simili ratione, si fecerimus obseruationem ex n locorum b & m, apparebit angulus b n m. Quare per 32 primi Elementorum tertius angulus m b n non latebit. Insuper cum lateris m n dimensionem in terra liceat absoluere, per 4 secundi Regiomontani magnitudinem lateris m b colligemus. Cum hoc deprehenderimus, iterum assumpto instrumento, trigoni ὀρθογωνίου l b m angulum acutum b m l obseruabimus. Et hoc inuēto, per 29 primi Triangulorum b l & l m latera patefient. Simili obseruationis ratione ex fontis loco d primum latus d c per notum latus f d trianguli d f c colligemus. Deinceps ex acuto angulo c d g innotescent latera c g & d g. His cōfirmatis, per dimensionem æquationis ad libellam explorabimus situs locorum c & b. Ex hac constabunt magnitudines c a & a b linearum. Quare etiam manifestum erit, vtrum altiorē situm possideat c an b. Sed altiorem hîc c locum statuamus ipso b quantitate c a. Hinc nobis apparebit differētia altitudinis d & m locorum. Cum enim a consistat in eadem altitudine cum b, & tota c g per dimensiones sit inuenta, apparebit etiam profunditas g infra a, nimirū a g. Præterea deprehensa est altitudo l sub b. Proinde si maior fuerit b l ipsa a g, altior erit situs g, quàm l. Sed antea ex hypothesi in eadem altitudine collocauimus d cum g, & m cum l. Quare necessariò sequetur, m inferiorem possidere locum, quam d. Atque ita manifestū erit aquam ex d in m delabi posse. Cùm hoc sit demōstratum, sequitur vt inuestigemus totius itineris ex d in m longitudinem. Id autem expediemus in hunc modum. Ex d perpendicularis descendat, cui πρὸς ὀρθὰς vlterius producta m l occurrat in h. In hanc etiam decidat vlterius extensa a g in signo k. Cum ergo b a & k l rectè constituantur in libella etiam sunt παράλληλαι. Quare perpendiculares in has incidentes a k & b l sunt æquales. Hinc sublata a g ex a k, relinquetur g k altitudinis locorum d & m differentia, cui adęquatur d h. Et cum ex hypothesi a b, d g, & h m sibi inuicem æquidistent, ęqualis erit g d ipsi h k & a b ipsi k l. Illarū verò magnitudines vnà cum l m per obseruationes paulò ante sunt inuentæ. Constant igitur singulæ h k, k l, & l m. ex quarum summa tota h m recta innotescit. Hinc in triangulo ὀρθογωνίῳ d h m constitutis lateribus d h & h m, reliquum latus d m non latebit. Totius ergo meatus aquę longitudinem hoc pacto inuentā habemus. Superest nunc, vt inuenia-

vt inueniamus, quomodo inter fodiendum meatus hic, nimirum d m exquisite possit obseruari. Vt autem ratio huius negocij certò nobis constet, opus est, vt inuestigemus in quam mundi plagam d m deflectat, & quantitatem acuti anguli h d m exactè dimetiamur. Quod ad primum attinet, cum antea ex hypothesi constitutum sit planas tabellas, quæ sunt in locis c & b, vnà cum d & in signis eandem superficiem possidere, manifestum erit si dimẽsi fuerimus magnetini indicis adminiculo, ex d versus, quam cæli partem declinauerit tabella c, etiam ipsius in loci deflexionem haberi. Secundò angulum h d m notis d h & h m lateribus, auxiliante 27 primi Regiomontani notum constituemus. Quare eadem ratione, qua in antegressa propositione vsi sumus, rectam, quæ ex latere Quadrantis à perpendiculo ad quantitatem circumferẽtiæ, quæ prętenderetur angulo h d m eleuato extenditur, inter fodiendum sequemur, Atqui hoc nobis explorandum erat.

PROPOSITIO CIX.

Quæ sit ratio librationis, quando per plures montes ducenda fuerit aqua.

QVo pluribus obstaculis & impedimentis locorum interualla fuerint obstructa, eò difficiliores in librationibus dimensionum rationes effici necessarium est. Sed tamen industrij artificis opera absolui posse certa demonstratione ostendemus, idq; variata ratione, quàm ea, qua in antegressa propositione vsi sumus. Neq; enim vbiq; sola visus obseruatione per constitutas tabellas, vt paulò ante explicatum est, communem vtriq; locorum situi superficiem licet deprehendere. Et quo rem aggrediamur, perspecto fontis loco, & constituto, in quod sit aqua recipienda, castello, primùm in dimensione differentię situs vtriusq; occupabimur, vt manifestè constet sine iactura sumptuum rem absolui posse. Huius obseruationis modum ita instituemus, vt à deprehenso eius loci, in quem defluxura sit aqua, Meridiana plano in neutram partem deflectentes, si commodè fieri poterit eousq; progrediamur, vbi fontis locus in conspectum veniat. In huiuscemodi loci situ admodum multiplex varietas occurrere potest. Aut enim exquisitè occupabit libellam cum præfixo castelli loco, aut infra, aut supra eandem consistet. Iterum aut citra perpendicularem, quæ ex fonte in rectam progressionis lineam incurrit, aut in eadem aut vltra consistet. Præterea occurrentibus obstaculis fieri potest, vt rectam in progrediendo lineam obseruare non possimus. Sed à recto itinere ad certos angulos deflectendum sit, vt eodem reuertamur. In his omnibus quid fieri expediat exemplis euidentius, quàm longo verborum contextu innotescet. Sit ergo locus castelli r, fons in c, r d meridiana linea, in quam ad rectos angulos incurrat recta c d, perpendicularis c b, metiatur altitudinem loci c supra d & r. Et ex signo b ducatur recta in r, & altera ex b in d. Igitur tres rectas b d, d r, & r b, constituimus in eodem plano, quod exquisitè in libella consistat. Etiã ex c & d signis educantur rectæ lineæ, quæ in a concurrant in inferiori superficie. Et in recta r d erectę sint perpendiculares m n, k z, h t, & f d, vt nimirum differẽtia altitudinis loci m supra r sit m n, & k, k z, ipsius h, h t, & f, f d. Ex m verò πρὸς ὀρθὰς in k z extendatur in l, ex k in h ipsa k h, & in recta h t ex g signo in f, ipsa g f. His ita constitutis ad dimensionem c r & anguli d c r progredimur in hunc modum. Cum ex r loco progredienti, primùm occurrat altitudo m n, metiemur quantitates m n & n r per obseruationem libellæ. Eodem modo inueniemus magnitudines m l, l k, k h, h g, g f, & f d. Et cum parallelæ sint m l, k h, & g f, ipsi d r (nam ad eosdem angulos in perpen-

diculares incidunt) ex summa collectarum constat tota n d, quæ sub terra latet, vt hinc manifestum sit f ad perpendiculum supra d consistere. Quod aũt ex c πρὸς ὀρθὰς incurrat in d, recta c d, id circumferentia quadrantis p x licet obseruare, nimirũ si basis d x collocetur in rectam d r, & per alterum latus d p appareat locus c. Hoc cõstituto ex d procedimus in planam superficiem in signo a. hîc duabus obseruationibus (vt sæpius ostendimus) innotescẽt anguli c a d & a d c. Quare per 32 primi Elementorum, tertius a c d angulus non latebit. Et quantitatem a d in subiecta planicie metiemur. Hinc per 4 secundi Regiomontani c d latus colligemus. Ergo trianguli orthogonij c d r. constitutis lateribus r d & d c per processum penultimæ primi Elementorum tertium latus c r ratiocinando inueniri potest. Atq; hoc modo totius aquæ meatus longitudinem habemus inuẽtam. Insuper trianguli orthogonij c b d acutum angulum c d b metiemur, si basin instrumenti ita in libellam cum recta d r constituerimus, vt exquisitè per superficiem planam locus c conspiciatur. Quare hypotenusa recti anguli d c inuenta per 29 primi Regiomontani altitudinis differentia, quæ dato angulo prętenditur, nimirum c b non latebit. Et cum ad eandem c d πρὸς ὀρθὰς extendatur r b, triãgulus r b c, est ὀρθογώνιος, cuius duo latera b c & c r, cum sint nota, per 27 primi Regiomontani, angulus acutus b c r cognoscetur. Et hunc, vt in antegressis propositionibus ostendimus, & hîc circumferẽtia t x demisso perpendiculo figurauimus, inter fodiendum exquisitè obseruabimus. Vt autem percipiamus in quam mundi partem c r meatus inclinet, assumpto instrumento explorabimus in plana terræ superficie trianguli c d r orthogonij acutum angulum d c r, quem ex notis lateribus per 27 primi Regiomontani ratiocinari oportet.

Hac dimensionis ratione nobis ita constituta, assumemus & alteram figurationem nonnihil diuersam in hunc modum. Statuamus ergo fontem in a, castellum in f, vt dimetienda nobis sit tota f a. Et quo voti compotes fiamus, per rectam lineam faciemus progressum ex f in d, vtrum hæc in Meridiano consistat, an non, nihil refert, tantùm hîc in eadem altitudine collocamus d & f signa, & d sit citra perpendicularem, quæ ex a in f d, vlterius productã extenderetur, ita tamen, vt ex d obseruanti in conspectu sit a. Descendat autem perpendicularis ex a, vsq; ad altitudinem d & f locorum, quæ sit in c: ex quo in d & f excurrant rectæ lineæ c d & c f, quæ sunt in eodem plano, cum d f libellam occupante. Insuper in subiecta planicie constituatur b signum, cuius distantiam ab a per instrumentum ex d obseruabimus, eodem modo ex b interuallum d & a locorum explorabimus. His constitutis, progrediemur ad inquisitionem longitudinis f a & anguli d a f. Primum in progressu si f & d

loca



loca interpositis montibus fuerint disiuncta, vt per rectam f d nō pateat transitus, ex dimensione perpendicularium, quæ inter ascendendum ex differentijs altitudinum occurrunt, & obseruatione libellæ (vt in præcedenti exemplo patefactū est) magnitudinē f d explorabimus, & collocato in aliqua parte rectæ lineæ d f ex d per instrumentum idem signū & a intuēti offeretur circumferentia distantiæ, quæ nimirum pręteditur angulo a d f. Deinde, vt paulò ante constitutum est, ex duabus obseruationibus in planicie factis innotuerunt anguli a b d & b d a, quibus ex semicirculo sublatis tertius b a d notus relinquetur. Et b d lateris dimensionem in eodem plano absoluemus. Hinc per sæpius allegatā 4 secundi Regiomontani quantitas a d cognoscetur. Et antea per obseruationem libellæ f d magnitudo patefacta est cum angulo a d f. Ergo per 49 primi Regiomontani latus f a cum reliquis angulis inuenietur. Et cum c d signa sint in libella constituta Quadrantis basi in rectam d c per instrumentum intuenti a circumferentia, quæ pręteditur angulo c d a apparebit. Quare trianguli a c d rectanguli nota etiam recti anguli hypotenusa d a, perpendicularis a c, quę nimirum differētiam altitudinis a & d locorum comprehendit, latere non potest. Et cum in eandem πρὸς ὀρθὰς incurrat ex f ipsa f c, triangulus c f a est ὀρθογώνιος, cuius duobus lateribus c a & a f notis, patefiet angulus c a f, cuius ductu inter fodiendum, quousque sit via inclinanda, constabit. Et angulus d a f in quam mundi plagā sit deflectendum ostēdit. Atqui hoc nobis explorandum erat. Iterū statuamus hanc figurationem in hunc modum. Sit locus fontis in b, castelli in c signo, ex quo fiat progressus paulatim ascendendo vsque in f, quod vltra fontis sitū cōstituatur. Vlterius in subiecta planicie appareat k signū, quod per rectas lineas, nimirū k b & k f, ipsis k & b pūctis copuletur. Descendat autem perpen-



dicularis ex f, cui ex loco c per libellam occurrat recta c h, vt altitudinem f supra c metiatur f h. Eodem modo designetur cathetus ex b, in quem πρὸς ὀρθὰς incidat ex c recta c d. Et hic erit altitudinis differentia b d. Cæterùm pars eiusdem catheti, quæ eminet supra f, sit b g. Et in signo g ex f ad rectos angulos producatur recta f g. Cum ergo progressus instituatur ex c in altiorem locum, qui est f, vt in præmissis exemplis, totius f c magnitudo patefiet. Et per obseruationem libellæ altitudo f h cognoscetur. Porrò in aliqua parte rectæ f c constituto signo per dimensionem offeretur angulus b f c. Similiter ex f obseruanti k in vlteriori planicie & b innotescet angulus k f b, & ex k intuenti f & b offeretur angulus b k f. Iam verò basin f k trianguli f b k in terræ superficie licet metiri. Quare per 4 secundi Regiomõtani f b latus notum emerget. Hinc constitutis f b & f c lateribus notum angulum b f c comprehendentibus, per 49 primi Regiomontani b c latus, vnà cum angulo c b f inuenietur. Porrò, vt inueniamus altitudinẽ b supra f, statuemus basin instrumenti in libellam, siue in rectam f g, tum inspicienti locum b offeretur acutus angulus b f g. Et paulò ante ex ratiocinatione innotuit recti anguli hypotenusa f b. Quare cathetus b g non latebit. Cum autem ex hypothesi in eadem altitudine consistant d & h signa, & differentia situs b supra f, & ipsius f supra d sit deprehensa, ex summa coniunctarum b g & f h constabit tota b d. In hanc cum ad rectos angulos incurrat c d, sequitur, vt inuentis b d & b c lateribus, angulus acutus d b c non lateat. Id quod demonstratione cõficiendum erat. Iterum collocemus alium fontis locum in c, & castellũ in m, vt totus aquæ meatus sit c m. Et instituatur progressus ex m vsque in h ex quo pateat prospectus loci c per rectam h c, vt infra libellam descendamus. Differentiã altitudinis m & h designet perpendicularis h k. Si iam recta connectantur k & m signa, erit ipsa k m in libella. Ex c demittatur perpendicularis vsque ad æqualem altitudinem ipsius h: tum recta, quæ cõiungit g & h signa in libella consistet. In eandem c g perpendicularem ex m iuxta eiusdem altitudinem πρὸς ὀρθὰς protrahatur m f recta, vt nimirum differentia altitudinis c & m locorum contineatur c f recta. Porrò ex c & h signis educantur rectæ lineæ in inferiorem superficiem, quæ concurrãt in d puncto. His per hypothesin datis, vt in præmissis exemplis fecimus, procedemus ad inquisitionem meatus, & angulorũ, qui ad rem absoluendam requiruntur. Descendenti ex m in h, vbi primum occurrit conspectus loci c, innotescit tota longitudo m h, vnà cum recta, quæ differentiam situs comprehendit, h k. Et constituto instrumenti centro in h, obseruanti c, & signum aliquod in recta h m positum patefiet angulus c h m. Per similem obseruationem d & c ex h offeretur angulus d h c, & ex d, angulus c d h. Cum autem latus

tem latus d h in subiecta planicie dimensionem admittat, c h magnitudo cognoscetur. Quare cum trianguli c h m detur angulus notis lateribus comprehensus, tertium c m latus ratiocinatione colligetur. Et quia trigonis c g h est ὀρθογώνιος, cuius hypotenusa recti anguli abit, si basi Quadrantis in rectam h g cõstituta, obseruauerimus acutum angulum c h g, c g cathetus offeretur, qui altitudinem loci c supra h comprehendit. Porrò in eadem altitudine consistentibus f & k, æqualis erit k h ipsi f g. Ergo ablata g f ex tota c g, remanebit c f, quæ situũ c & m differentiam patefacit. Hinc trigoni c f m rectanguli datis f c & c m lateribus, angulus f c m non latebit. Deinde cum nota sint omnia trianguli c m h latera ex dimẽsione anguli h c m in quam partem deflectat c m deprehendemus. Hactenus ad obseruationes tãtùm vna progressionis linea vsi sumus: sequitur nunc, vt occurrentibus in recto itinere impedimentis, qua ratione eundem scopum assequi liceat, deinceps consideremus. Atq; hîc scire licet inquisitionem huius negocij commodiorem ac faciliorem fore, si quoties à recto tramite declinãdum fuerit, obseruata digressionis quantitate, quomodo sit in eundem reuertendum, quantum fieri poterit, exploremus. Cæterùm in ipsis diuerticulis, quam rationem situs ad libellam conseruent, minimè negligendum est. Etenim nisi hoc constiterit, angulus inclinationis meatus ad perpendicularem exquisitè non poterit deprehendi. Quare diligenter inuigilandum est, vt inter progrediendum obseruata linearum deflexione, eius loci situm, ex quo fit obseruatio fontis, cum eo, in quem aquam deferetur, conferamus. Hoc constituto, non difficile fuerit distantiam obseruationis ab initio processus dimetiri. Si enim dimensi fuerimus longitudinem itineris ab hoc initio in eam vsq; partem, ex qua versus fontem cursum reflectere possimus, angulum huius reflexionis instrumento deprehendemus, cuius quantitatem pro loci ratione licet constituere. Quare si etiam reflexionis lineam exquisitis dimensionibus explorauerimus, per 49 primi Triangulorum, quæ dato angulo prætenditur, linea patefiet. Habebimus ergo longitudinem interualli inter obseruationis locum & initium processus interceptam hac ratione exploratam. Sed ne obscuritas rei nimiam difficultatem pariat, quantum licebit, figura eam illustrabimus. Sit locus fontis a, castelli k, c obseruationis, vt totum iter processus, quo in antegressis exẽplis vsi sumus, designet k c recta, per quã nullus pateat transitus. Quare ex k ita postulante occasione processus instituatur vsq; in g versus sinistrã. Ex hoc puncto cursum reflectemus in c, ex quo situs fontis in conspectum veniat. Ex a descendat perpendicularis, quæ sit a b, vsq; ad altitudinem k c, quæ statuimus hîc in eadem altitudine cõnexis c b k signis per rectas lineas. Et aliud signũ d constituatur in inferiori superficie, ex quo fiat obserua-



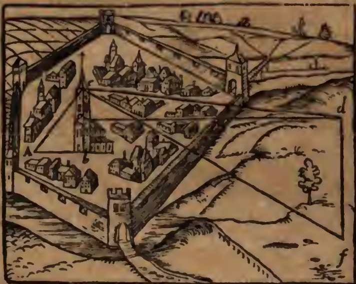
tio a & c,& ex c ipsorum a & d.Supra g etiam erigatur perpendicularis g f ad altitudinem k & c locorum.Nam rectas k g & c g infra libellam inclinari intelligimus.Primùm ergo cum fit progressus ex k in g per obseruationem libellæ patefit tota k g cum differentia altitudinis f g. Deinde cum ex g iter instituitur versus c,instrumento deprehendi potest angulus k g c.Et in progressu exploratur quantitas g c,quare per 49 primi Triangulorum, recta c k,quæ dato prætenditur angulo,nota prodibit.Sed vtrum c altiorem situm in alijs locis posfideat,quàm k ex collatione differentiarum altitudinis,quam habent k & c ad ipsam f g deprehendetur. His constitutis, reliqua absoluemus eodem modo,quo in præmissis vsi sumus exemplis.Nam trigoni rectanguli a b c acutus angulus a c b si basis Quadrantis in rectam c b collocetur, apparet.Cæterùm ex obseruationibus,quæ factæ sunt in c & d,patefiunt anguli a d c & d c a.Quare c a latus,quod est triangulis d a c, & b a c commune,non latebit.hinc deinceps a b cõstabit.Ad inuestigationem lateris a k trianguli a c k,paulò plus operæ requiritur.Nam ex inuentis tribus trigoni c g k lateribus,inueniendus erit angulus g c k per 47 primi Regiomontani. Deinde si inclinauerimus planum Quadrantis in superficiem triangulo c k g comprehensam,& à recta,quæ extenditur ex c in g,numerauerimus circumferentiam huius anguli, apparebit in quam partem deflexerit c k recta. Sed hac constituta, per similem obseruationem innotescet angulus a c k. Quare notis a c & c k lateribus per 49 primi Regiomontani latus a k inuenietur. Totius ergo meatus quantitatem habemus exploratam. Sed in quam partem inclinet ex angulo c a k constabit. Et cum in eundem situm posuerimus b & k ex constitutis b a & a k lineis,angulus acutus b a k patefiet.Ex his nõ difficulter intelligent mediocriter ingeniosi,quid in alijs locorum sitibus, vt infiniti occurrere possunt,efficiendum sit.

PROPOSITIO CX.

Si fons in interiorem aliquem urbis locum sit ducendus, qua dimensione excessus utriusq; altitudinis exquisitè posit explorari.

COnstituamus nunc etiam ex fonte,qui remotius distet ab vrbis mœnibus deducendam esse aquam per fistulam,aut canalem in interiorem aliquem vrbis locum. Vt ergo rectè hîc consilium instituatur, manifestum est diligenter explorandam esse instrumento rationem situs vtriusq; loci, vt nimirum certò constet locum castelli,quod sit intra vrbem,infra libellam fontis esse constitutum.Nos igitur operam dabimus,vt excessum vtriusq; altitudinis,quantum fieri potest,exactè metiamur.Commodisimè id operis absoluemus, si ex constituto vrbis loco & altero deinde ipsius fontis eiusdem turris fastigij supra vtrumq; locum instrumento obseruemus altitudinem. Alteram huius altitudinis obseruationem,quæ videlicet intra vrbem est,facillimè (vt superius explicatum est) adminiculo 4 sexti Elementorum absoluemus. Alteram verò, quæ est extra vrbem,per ratiocinationem 4 secundi Regiomontani, & deinde 29 primi eiusdem expediemus. Cõstituemus enim ab ipso fontis loco ad certum spacium signum aliquod, è quo similiter in ipsum turris fastigium prospectus pateat.Cum ergo primam facimus obseruationem ex fontis loco & turris fastigij & collocati in terra signi per circumferentiã instrumenti innotescit vnus angulorum trigoni. Eodem modo cum obseruationẽ repetimus in loco signi eiusdem fastigij & fontis alter angulorum offertur, qui duo incumbunt noto spaçio rectilineo. Quare trigoni reliqua latera inuenientur, quorum alterum est commune

eſt commune trigono rectangulo, cuius cathetus altitudinis præfixi turris faſtigij ſupra fontem complectitur differentiam, quam facilè deinceps ratiocinabimur: ſi angulum, cui illa prætenditur inſtrumento, habuerimus exploratum. Cum ergo ex his conſtet eiuſdem faſtigij ſupra duo loca certa altitudo, ac veri ſitus ratio, eorum quoq; in ſitu differentia non latebit. Sed hæc euidentius lectori ante oculos conſtituere operæpretium fuerit. Sit igitur, exempli gratia, locus intra vrbem in a, & fons extra in d, ex quo in illum aqua deducenda ſit, vt cõmodius id efficiatur, ſit intra vrbem altitudo alicuius turris, aut ędificij b c in cuius faſtigiũ c proſpectus pateat, tam ex a, quàm d. Incurrat autẽ per libellam recta ex a in b, quæ ſit a b, & alia ex d in g, quę ſit d g, ac ſigna d & a cõnectantur rectis cum c faſtigio. Deinde extra vrbem aſſumatur notum aliquod ſpaciũ rectilineum d f, cuius f finis cum c etiam coniungatur. His conſtitutis, oſtendendum eſt, quomodo vtriuſq; a & d loci altitudinis ac ſitus differẽtia exploretur. Primò hic manifeſtum eſt triangulum c b a eſſe ὀρθογώνιον, cuius c b cathetus altitudinem ſitus c ſupra b comprehendit. Si ergo per inſtrumentum (vt ſuperius explicatum eſt) obſeruemus angulum c a b & baſin a b in terra metiamur, per 29 primi Regiomontani, deinceps c b, aut alia ratione per 4 ſexti Elementorum ratiocinabimur. Eodem modo conſtat triangulum c g d eſſe ὀρθογώνιον & altitudinem c ſupra d, c g catheto comprehendi. vt ergo hunc liceat ratiocinari, primùm in triangulo d c f, ſi ex d intueamur inſtrumento c & f ſigna innoteſcet angulus c d f. eodem modo ſi ex f aſpiciamus c & d ſigna offeretur angulus c f d. Sed antea per hypotheſin f d latus innotuit. Quare per 4 ſecundi Regiomontani c d latus colligemus. Ac deinde explorato acuto angulo c d g per 29 primi Regiomontani c g catheti abſoluemus dimenſionem. Ex his manifeſtum eſt, quòd ſi fuerit c g cathetus minor c b etiam altiorem eſſe ſitum d, quàm a. Sublato igitur c g ex toto c b, vtriuſque differentia g b relinquetur, quæ erat inquiſita. Quare conſtat aquam ex d in a facilè deduci poſſe.



PROPOSITIO CXI.

Vtrum aqua in fodinis à latere perfoſſo monte educi poſsit.

OCcurrente in aurifodinis aqua, quam inſtrumentis plerumq; ſolent exhaurire, experiemur etiam, an maiore cõmoditate perfoſſo à latere monte in inferiorem ſuperficiem poſsit deriuari. Vt autem huius negocij ratio manifeſtius nobis conſtet, exquiſitis dimenſionibus explorandum erit, vtrũ aqua profundiorem locum occupet, an exterior terrę ſuperficies in quam fuerit deducenda. Id quod facillimè expediemus in hunc modum. Ex ſuperiori meatus foramine perpendiculum in aquam demittemus, quo totam illius altitudinem deprehendamus. Hoc operis expedito, in inferiorem aut ſubiectũ montis ſummitati locum deſcẽdemus, cuius ſitum ratione ſupremæ partis perpen-

diculi duabus obſeruationibus inſtrumento explorabimus. Ex cuius collatione cum perpendiculi quantitate vtriuſq; altitudinis differentia manifeſtè innoteſcet. Ceterùm, vt euidentius hæc ſubiecto ſchemate demonſtremus, operæpretium fuerit. Sit igitur aqua monti incluſa in ſigno c, locus in quem deriuari debeat g, & meatus c g. Differentiam altitudinis c & g, quæ nobis inueſtigāda eſt, deſignet recta c d, cui πρὸς ὀρθὰς occurrat g d recta altitudo b, in quo ſigno conſtituimus ipſius meatus ingreſſum, ſupra g ſit recta b d, & profunditas aquæ infra b deſignetur recta b c, cuius collationem hîc cum b d conſiderare oportet. His conſtitutis ex loco g fiat per Quadrantem obſeruatio ipſius b, & alterius cuiuſdam ſigni, nimirum f in inferiori plano conſtituti: tum apparebit angulus b g f. Si iterum in f ſimilem obſeruationem locorum b & g repetiuerimus, conſtabit angulus b f g. Et per quartam ſecundi Triangul. vbi nobis certa dimenſione conſtiterit f g, reliquum latus b g non ignorabitur. Deinceps explorabimus angulum b g d, cui altitudinis differentia b d prætēditur in hunc modum. Inſtrumēti baſin erigemus ſuper rectam b g ad finem: tum à circumferentia demiſſo, vt recta in centrum tendat, perpendiculo, apparebit quanto ſegmento reliquum latus à ſigno τῷ κορυφῶ diſtiterit, cui demonſtrauimus alibi adæquari alterum, quo baſis eleuatur ſupra libellam. Atq; id nobis in Quadrante l k g deſignat h k. Conſtat ergo trigoni rectanguli d b g, acutus angulus b g d. Quare cum etiam detur hypotenuſa recti anguli b g, per 29 primi Triangulorum inuenientur reliqua latera b d & d g. Quòd ſi iam perpendiculum ex b in c demiſſum, minus fuerit b d recta, conſtabit rem expeditè abſolui poſſe: ſin minus alia via eam aggredi oportet. Sed hîc nobis, exempli gratia, minor conſtituitur b c, quàm b d. hinc deprehendemus totius meatus ex c in g longitudinem per 47 primi Elementorum, ſi b c ſubduxerimus ex b d. Nam hinc remanebit differentia c d, & paulò ante nobis inuenta eſt d g baſis. Deinde ex acuto angulo d c g, vt in antegreſsis exemplis oſtendimus, quomodo inter fodiendum paulatim ex c verſus g ſit iter inclinandum, patefiet. Vt autem agnoſcamus in quam mundi partem meatus c g deflectat, primum obſeruabimus ex b adminiculo Magnetis quo inclinet ſignum g. Hinc cum c ad perpendiculum conſiſtat ſub b, in eodem plano verticali ſtatuuntur & in eandem plagam vergunt c g & b g.

PROPOSITIO CXII.

Quomodo ſit intra conſtitutum tempus certa quantitas aquæ, è caſtello fontis educenda.

CVm hîc tractationem de aquis obiter ingreſsi ſimus, non inutile aut iniucundum diſcendi ſtudioſis fuerit, ſi conſideremus qua ratione per numeros certò liceat ratiocinari, vt ipſi etiam conſentiat experientiæ, intra conſti-

tutum

tutum temporis interuallum quanta pars aquæ sit effluxura, si aliquot castelli, in quod fons influit, fistulis obstructis, reliquæ aperiantur. Et vicissim constitutæ certæ aquæ quantitati, quantum temporis ad effluxum assignetur. Vt recta ratiocinatione id colligamus, quanto temporis spacio singulæ fistulæ separatim certam generis mensuram effundant, statuendum erit. Deinde per canonem Gebri, siue vt alij vocant artem rei & census, negociũ absoluemus in eum modum, qui sequitur. Castello cuipiam 36 mensuras cuiuslibet quantitatis capienti infigantur fistulæ a, b, c, d: quarum a totam aquam exhauriat duabus horis, b tribus, c sex, d 8. & obstructis fistulis a & c, quæratur quantum aquæ effundant reliquę duæ b & d intra spatiũ Quadrãtis horæ. Cum ergo 3 horis b effundat 36, cõuenient $\frac{1}{4}$ tres, & d cum easdem exhauriat 8 horis, tribuentur $\frac{1}{4}$ horę, $1\frac{1}{8}$ quæ cũ tribus cõiũctę efficiũt simul $4\frac{1}{8}$ Sed vicissim inquiramus quãto tẽpore b & d simul apertæ $4\frac{1}{8}$ reddant. Vt hoc inueniamus primùm inquirimus quanto tempore simul effundant 36, pro quo statuimus 1.℞. Cum iam effundat b 36 mensur. 3 horis statuetur 1. ℞. tẽporis 12 ℞. & cum d consumat horas 8 cõuenient 1. ℞. $4\frac{1}{2}$ ℞. Sed summa quæ colligitur ex 12 ℞. & $4\frac{1}{2}$ ℞. nimirum $\frac{33}{2}$ ℞. æquatur mensur. 36. Quare 1. ℞. producit 2 horas cũ $\frac{2}{11}$. Tanto tempore b & d simul effundunt 36 mensuras. Vtrũ hoc verum sit, licet experiri per regulam proportionis. Nam si 3 horis effluunt 36 mens. $2\frac{2}{11}$ exibunt $26\frac{2}{11}$. Et si d 8 horis reddit 36, in $2\frac{2}{11}$ dabit $9\frac{9}{11}$. Sed harũ summa restituit 36. Constat igitur nos verum collegisse numerum. Et cum 36 effundantur simul apertis b & d, tempore duarum horarum cum $\frac{2}{11}$ elabentur $4\frac{1}{8}$ vnius quadrantis spacio. Ita viceuersa ex tempore collegimus certam mensuræ quantitatem, & ex hac temporis effluxus interuallum. Eadem calculandi ratione tantùm apertis a & b totam aquam effluere in vna hora cum $\frac{1}{5}$ sed ex a & c idem euenire in $1\frac{1}{2}$, & a d $1\frac{3}{5}$. Verùm omnibus simul apertis, eadem aquæ quantitas effluit $\frac{8}{9}$ horæ. Id quod hinc manifestum est. Nam intra tantum temporis sola a effundit 16 mensuras, b $10\frac{2}{3}$, c $5\frac{1}{3}$ & d 4, quarũ summa restituit 36. Idem experiri licet in reliquis συζυγίαις, vt b c, c d, a c d, d b c, &c.

PROPOSITIO CXIII.

Quomodo per aquam Archimedes inuenerit quantum argenti aureę coronæ idolo suo consecratæ artificis dolo immistum esset.

VItruuius historiam cõmemorat de Archimede, qui postulante rege Hierone, aquæ adminiculo explorauit, vtrum aurea corona idolo suo propter victoriam partam consecrata, opificis dolo argenti aliquid admistum haberet. Ad cuius rei inquisitionem primùm vasi aqua repleto massam auri puri grauitate ponderi fabrefactæ coronæ æqualem immersit, aqua effluente collecta. Deinde repleto vasi ęquale pondus argenti puri excepta aqua redundante immisit. Tertiò explorauit quantum aquę, immissa corona, efflueret. Ita considerata proportione effluxarum aquę partium, quantum argenti in aurea corona lateret, ratiocinatus est. Sed cum Vitruuius rationem huius calculi explicatam non reliquerit, inuestigabimus hîc, quomodo illud Archimedis inuentum nobis liceat imitari. Id quod facillimè expediemus per canonem Gebri. Statuamus ergo pondus coronæ fuisse trium librarum, qua vasi immersa, effluxerint $\frac{67}{420}$ aquæ, per eiusdem ponderis massam auri puri immissam, excepta sit $\frac{1}{40}$ aquę & per alteram argenti puri $\frac{3}{7}$ redundarint. Ergo corona est constructa 3 ℞. auri, in cuius locum substituitur 1. ℞. argenti. Hinc ad inuentio-

nem æquationis procedimus. Cum 3 libræ auri puri effuderint $\frac{1}{40}$ aquæ, conueniēt 3-1.℞. lib. $\frac{3-1.℞.}{120}$ Et immerso argēti pōdere, cum effluxerint, $\frac{3}{7}$ aquæ, attribuētur 1 ℞. $\frac{3 ℞.}{21}$ lib. ex quarum summa per additionem colligētur $\frac{63†339 ℞.}{2520}$ Hæc fragmenta adæquantur $\frac{67}{420}$ aquæ per hypothesin, siue obseruationem, quæ per multiplicationem in crucē, quę fit hoc modo $\frac{63†339℞.}{2520}$ χ $\frac{67}{420}$ reducūtur ad huiuscemodi denominationes 26460†142380℞ & 168840. Si nunc ab his æqualibus subtraxerimus æqualia, residuæ partes erunt æquales. Ergo vtrinq; auferantur 26460: tum reliquentur ęquales partes. Hinc manifestū est, cum radices relictæ, tantùm semel contineātur in 142380 numerō, 1. ℞. efficere vnam libram argenti. Quare $\frac{2}{3}$ ipsius coronæ sunt auri, & residui pars argenti. Id quod inueniendum nobis erat. Sed vtrum hoc consentiat experientiæ per canonem proportionis licet experiri. Nam ratione 2 librarum auri effluet $\frac{1}{60}$ aquæ, & ratione 1. lib. argen. $\frac{1}{7}$ aquę, quorum summa fragmētorum restituit $\frac{67}{420}$ aquę. Et tantum aquæ effudit immissa corona. Constat ergo nos verum numerum hoc modo assecutos.

Cùm deessent characteres numerorum Coßicorum constituimus in superioribus exemplis loco radicis Coßicæ signum ℞.

SECTIO SEXTA, COMPLECTENS ABSOLVTVM ARTIFICIVM EIACVLANDI SPHAERAS TORMENTARIAS.

PROPOSITIO CXIIII.

Ex quo fundamento sit extructum artificium eiaculandi sphæras è tormentis.

CVM de multiplici tormentorū vsu tractationem hîc instituamus, forsan obiecerit aliquis hoc tempore, quę scribam, artificum vulgò satis perspecta & vsitata esse: huic respōsum volumus lōgè aliud esse rem simpliciter τὸ ὅτι intelligere & vsurpare, quàm eādem τὸ διότι, siue ex primis fundamētis inuestigare. Cōstat enim aliquos ex opificibus magna cum dexteritate experientia duce suas operas absoluere, verū certas ac euidentes causas, ex quibus omnia tanquā ex veris fontibus deriuantur, acie ingenij perspicere non possunt. Nos igitur cum in hoc opere Quadrantis vsum potissimū explicemus, ad quem propriè ratio artificiosè sphęras tormentarias eiaculandi pertinet, & in conflictibus nostro tempore maximè ad hanc rem vsurpetur: cōstituimus hîc non tantùm simplicem ipsius vsum declarare, sed etiam demonstrationes experimentorū ex immotis Geometriæ Elementis extructas studiosę iuuentuti in lucem proferre, de quibus an alij ante nos conscripserint, ingenuè profiteor me ignorare. Quantum ad absolutum vsum attinet, sicut alijs omnibus in rebus, ita hîc quoq; experientię multum cōcedimus. Nam etsi ἀκριβείας θεωρίαι veluti Parcarum tabulę, immutabiles permaneant: tamē inter experiundum multis de causis non pauca errata incidunt. Aut enim instrumenta non sunt exquisitè ad normam cōstructa, aut in dimensionibus hinc rei necessarijs obseruandis exploratores ἐν τῷ ἐποπτεύειν aberrant, aut in vera collocatione machinarum negligentiores sunt, quàm res ipsa permittat. Sed nos, quæ sint in singulis propositionibus obseruanda suis locis diligenter annotabimus, si

hî c

hîc præmiſerimus illam Euclidis propoſitionẽ, in cuius fundamento (exceptis obſeruationibus) tota huius tractationis ſumma ferè conſiſtit. Ea verò 6 libro Element. Græcè ſic deſcribitur: τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί. id eſt, Aequiangulorum triãgulorum proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos, & ſimilis rationis, quæ æquales angulos ſubtẽdunt latera. Huiuſmodi duos trigonos, nimirum æquiangulos in eiaculationibus ſphærarũ è tormentis inueniri declarabimus. Ex his alter triangulus ὀρθογώνιος conſtituitur ex tribus lineis, quarum prima eſt hypotenuſa tormẽti, ſeu via, quam ſphæra è principio, ſeu loco ſuo violentiſsimo motu expulſa in illud punctum vſq;, ex quo verſus terram delabitur, percurrit. Hanc verò exquiſitiſsimè adæquari rectæ lineæ conſentaneum non eſt, quãuis vtriuſq; differentia non ſit magna. Neq; enim violentus ille motus quo ſphæra impulſa defertur, in tẽporis momento ita abrumpitur, vt ſtatim ex præcipitio ſphæra in terrã deuoluatur, ſed paulatim in itinere elangueſcit, donec tãdem in fine curſus omnino deficiat & euaneſcat. Atq; hac ratione fit, vt in ipſo fine decurſus ſphæra non exactè ſupremam catheti altitudinem, quæ ex eleuatione tormenti in Quadrante colligitur, attingat, ſed paulò inferius in eundem incidat. Quãuis igitur non exactè rectam lineã ſphæra percurrat, tamen in ipſis eleuationibus tormẽti, vt hypotenuſam loco rectæ lineæ accipiamus & cõſtituamus eſt neceſſe. Sed qua ratione hoc fiat, & quomodo hæc differentia percipiatur, inferius demõſtrabimus. Secunda linea eſt, quam ſphæra metitur, cum deficiente violento motu, natiuo impetu in terram ad rectos angulos delabitur. Hanc exactiſsimum trigoni rectanguli catheton conſtituere infallibilis omnium temporum experientia ſatis atteſtatur: id quod etiam Claudius Ptolemæus primo libro μεγάλης συντάξεως pulchrè his verbis comprobat: κἀκεῖνο δὲ μόνον προχειρότατον ἂν εἰς τὴν τοιαύτην κατάληψιν γένοιτο, τὸ, σφαιροειδοῦς, καὶ μέσης τοῦ παντὸς (ὡς ἔφημεν) ἀποδεδειγμένης τῆς γῆς ἐν ἅπασιν ἁπλῶς τοῖς μέρεσιν αὐτῆς, τάς τε προσνεύσεις, καὶ τὰς τῶν βάρος ἐχόντων σωμάτων φοράς, λέγω δὲ τὰς ἰδίας αὐτῶν, πρὸς ὀρθὰς γωνίας πάντοτε καὶ πανταχῇ γίνεσθαι πρὸς διὰ τῆς κατὰ τὴν ἔμπτωσιν ἐπαφῆς διεκβαλλομένῳ ἀκλινεῖ ἐπιπέδῳ. Tertia verò linea trigoni, nimirũ baſis ipſa conſtat illa diſtantia, quæ inter locum tormenti & cathetum, vbi rectum angulum vna comprehendunt, intercipitur, quæ Horizontis planæ ſuperficiei ſemper æquidiſtat. Secundus triangulus in Quadrante conficitur ex ſinu toto, ſinu recto eius circumferentiæ, ad cuius altitudinem machina eleuatur, & ſinu ipſius complementi, qui partem alterius trianguli βάσεως conſtituit, quemadmodum etiam ſinus maximus partem hypotenuſæ. Sinus rectus eleuationis tormenti maioris trianguli catheto æquidiſtat. Hæc in ſequenti figura demonſtrata, euidentius intelligentur. Demonſtrabimus igitur, quæ ſit horum τριγώνων ὀρθογωνίων ratio, quorum cõſideratione ad rectã tormentorum conſtitutionem maximè vtimur. Sit ergo tota, quam ſphæra percurrit hypotenuſa c l, quæ ſi exquiſitè recta conſtaret linea eſſet ipſa c k, verùm quia vis expultrix in hoc itinere paulatim elangueſcit, adeò, vt ſimul in ipſo motu nonnihil deſcendat, ſphæra infra k punctum in cathetum k m, quæ ratione d g circumferentiæ conſtituitur, incidit, id quod hîc fiat in ſigno l. Quæ ſit autem ratio deſcenſus in motu dum vis expellens paulatim imminuitur, in ſignis n p r l manifeſtè conſpicitur. Porrò ex l ſigno, in quo violenti motus vis ſubitò euaneſcit, ſphæra in ſubiectam baſin ad rectos angulos natiuo impetu delabitur in m punctũ: id quod immutabili omniũ temporũ experientia veriſsimum eſſe conſtat. Erit igitur diſtantia tormenti à loco delapſæ ſphæræ c m. Cõſtituimus hîc etiã ex hypotheſi Quadrantis baſin c g in Horizontis plana ſuperficie conſiſtere, & in eandem rectã lineam cum g m incidere, &



centrum sphæræ d signum exquisitè præterijsse. Qua ratione sint hæc exploranda paulò post aperiemus. Constat igitur d f sinum rectum circumferentiæ eleuationis d g παράλληλον esse k m perpendiculari. Insuper assumamus c k rectam loco c l hypotenusæ. Habemus hîc iam duos trigonos rectãgulos, quorum vnus c k m, alter c f d, cum d f ipsi k m æquidistet: nam d f est sinus arcus c d, & c f æqualis sinui complementi, & angulus k c m vtriq; est communis. Quare duo reliqui anguli c d f & c k m inter se æquales erunt. Est igitur per 4 sexti Elementorum eadem ratio lateris c f ad f d, quæ est c m ad m k. Et his ita constitutis, manifestum est satis exquisitè inueniri posse c k & k m, verùm c l & l m non ita facilè deprehenduntur, attamen quomodo k l differentia proximè inueniatur, inferius ostendemus. Porro hîc considerandum est, quoties sphæra sit extorquenda, vt per cathetum in subiectum locum deferatur, vt centrum tormẽti exactè eleuetur iuxta lineam c k, ne inferius inclinetur ad c l hypotenusam veram. Nam hac ratione futurum est, vt perpendicularem l m sphæra rectius decurrat, ne vltra aut citra præscriptum terminum deuoluatur.

PROPOSITIO CXV.

Obseruationes quædam ad certas collocationes & omnem usum tormenti necessariæ, ne à scopo multum aberremus.

CVm demonstrauerimus præcipuum vsum tormentorum ex consideratione trianguli ὀρθογωνίου extructum esse, sequitur etiam, vt explicemus quænam obseruationes hîc necessariæ sint, vt ne obliqua aut distorta collocatione tormẽti huius trianguli structura perturbetur. Nam in hoc præcipuè incumbendum est, vt ex certa eleuatione tormenti ad Quadrantem & eiusdem distantia à loco delapsæ sphæræ hypotenusam ex sinuum tabulis inuenias. In primis huc requiritur, vt basis Quadrantis exquisitè occupet planam Horizontis superficiem: id quod facillimè (sicut alibi demonstrauimus) expedire licet, si perpendiculum ex supremitate suspensum alterum latus, quod est erectum exactè contingat. Hoc ita constituto, dicimus axem tormenti, siue lineam,

neam, quæ per mediam cauitatem tormenti & centrum sphæræ transit, semper ad præfixam circumferentiam eleuandum, ex qua omnia trianguli orthogonij latera ratiocinando colligemus. Expeditè hoc operis absoluitur, si in tormenti superficie circulus eo artificio designetur, vt cauitati ex qua sphæra egreditur, exactè æquidistet. Secetur hîc in Quadrantes ea ratione, vt suprema sectio, tormento finitoris plano æquidistante verticali puncto respondeat, quæ ad latera fuerint intermediæ, finitoris planæ superficiei. Ex his manifestè constat, ad quantamcunq; altitudinem, machina fuerit à terra eleuata, semper intermedias sectiones cum axe æqualem in Quadrante eleuationem occupare. Insuper ab his sectionibus ad infimam tormenti partem ducantur rectæ lineæ, quarum singulæ à suis initijs denominationem sortientur. Quare si intermediæ sectionis lineam ita ad certam Quadrantis circumferentiam eleuaueris, vt longius producta in centrum Quadrantis extendatur, exactìsimè tormentum erit collocatum. Sed hæc quomodo fiant inferius copiosius explicabimus. Superest deinde, vt in singulis eiaculationibus idem sit pondus sphærarum, quæ emittuntur, & eadem vis pulueris tormentarij.

PROPOSITIO CXVI.

Quomodo ex singulis eleuationum aut inclinationum circumferentijs ὑποτείνουσα tormenti colligatur.

HActenus ea descripsimus, quæ ad sequentium tractationem maximè necessaria videbantur, sequitur nunc, vt progrediamur ad singulorum propositi nobis trianguli laterum inuestigationem. Et cùm in primis necessaria sit cognitio lineæ rectum angulum subtendentis, ab huius inquisitione exordiemur. Quando igitur intermediæ sectionis linea (sicuti præscripsimus) ad certam Quadrantis circumferentiam fuerit eleuata, diligentìsimè obseruandus erit locus in quem sphæra primùm fuerit delapsa, cuius distantiam à Quadrantis centro dimetieris, quæ trianguli orthogonij basin constituit. Ex hac non difficili ratiocinatione reliquorum laterum quantitates assequeris. Nam cum demõstratum sit per 4 sexti Elementorum, eandem esse rationem sinus arcus complementi ad sinum totũ, quæ est huius distantiæ ad hypotenusam tormenti, multiplicabis secundam magnitudinem in tertiam, & productã distribues in primã. hinc quarta necessariò innotescet. sit igitur axis tormenti a b eleuatus ad circumferentiam b d, quę est 41 part. 24 scrupul. & sphęra violẽto motu expulsa, in g punctum delapsa inueniatur. Igitur ex dimensione a g lineę constat vnum ex lateribus trigoni rectanguli a f g. Deinde arcus b d sinus rectus b c, & complementi sinus a c, vnà cum sinu



toto a b innoteſcunt. Multiplicabis igitur a g in a b, & productum in a c diſtribues. Cum arcus b d ſit 41 part. 24 ſcrupul. erit complementum 48 part. 34 ſcrup. cuius ſinus rectus, nimirũ a c eſt 75011. Diſtantia g a ſit iuuenta 600 paſſ. Quare poſt abſolutam operationem prodibit linea f a ferè 800 paſſ.

PROPOSITIO CXVII.

In quantam altitudinem ad ſingulas eleuationes tormentum ſphæram excutiat.

INuenta nobis hac ratione tormẽti hypotenuſa, ex iiſdem fontibus magnitudinem perpendicularis educemus, cuius cognitionem etiam ſæpenumero vtilem & neceſſariam eſſe docet vſus. Nam ſi conſtitutum fuerit ea ratione ſphęram extorquere, vt per cathetum in pręfixum locum deiiciatur: opus erit, vt huius altitudinem cum ſinu recto eius anguli, ſupra quem machina eleuatur, diligenter conferas, qua de re inferius plura: nunc ad rem veniamus. Conſtituta nobis eſt circumferentia altitudinis tormenti d b 41 part. 24 ſcrupul. cuius b c ſinus rectus ex tabulis iuuenitur 66131, ſed hypotenuſa a f conſtat 800 paſſ. Cum igitur ſit eadem ratio a b ad b c, quæ eſt a f ad f g, ex quibus tres magnitudines ſunt notæ, quarta etiam f g non latebit. Ex multiplicatione b c in a f conſurgit 52904800, qui numerus diſtributus in ſinum totum a b reſtituit 529 & $\frac{4800}{100000}$. Tantæ magnitudinis proximè eſt perpẽdicularis f g. Eandem etiã quantitatem inuenies ex penultima primi Elementorum. Cum enim inuenti lateris f a τετράγωνον adæquetur τετραγώνοις laterum g a & g f rectum angulum ambientium, & ex his alterum ſit notum, ſequitur, vt hoc ex illo ſublato, tertii lateris τετράγωνον remaneat. Quadratum f a eſt 640000, & a g 360000, quo ex illo ſubtracto, reſtat Quadratum lateris f g 280000. Ex hoc radix quadrata extracta, nimirum 529 & paulò plus, ipſius catheti magnitudinem f g patefacit, qui ſecundum exactam circuli rationem ex circumferentia d b colligitur. Sed cum violentus motus, quo ſphæra per totam hypotenuſam defertur, circa finem maximè imminuatur, ſequitur, vt ſphæra non exactè in ſupremam catheti f altitudinem incurrat, ſed aliquanto inferius in eundem incidat. Et ſi differentiam hanc aliquo modo metiri volueris, pręfigas tibi certum alicuius loci ſcopum, ex cuius altitudine & tota hypotenuſa iuxta exquiſitam circuli rationem angulum eleuationis tormenti inueſtiges. Nam hac ratione futurum eſt, vt finis hypotenuſæ exactè incidat in præfixum ſcopum. Hinc manifeſtum eſt ex impulſu ſphæræ ſtatim appariturum eſſe locum paulò inferiorem ſumma perpendicularis altitudine, quæ ex circumferentia eleuationis colligitur. Cæterùm hæc aliis curioſius perſcrutanda relinquam, cum ſola ferè experientia huiuſcemodi difficultates explicet. Quò fit, vt noſtras propoſitiones duntaxat ad exquiſitam circuli rationem accõmodemus. Manifeſtum eſt hîc etiam diſcentibus, qua ratione fiat, vt eiuſdem tormenti catheti, pro magnitudine angulorum ſupra quos axis eleuatur, ſemper immutentur, cum tamen hypotenuſa vbiq; retineat eandem quantitatem. Nam ſemidiametri in circulo vicem gerit.

PROPOSITIO CXVIII.

Quanta ſit diſtantia tormenti à loco, in quem ſphæra delabitur, ex ſingulis eleuationibus & hypotenuſa colligere.

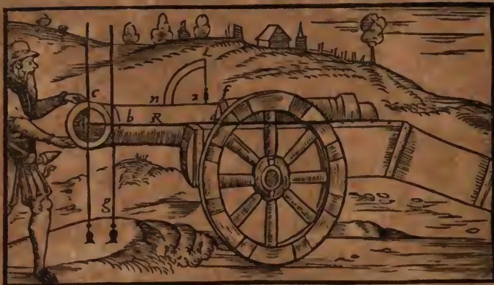
DEmonſtrauimus iam, qua ratione ex magnitudine rectæ lineæ, quæ inter centrum Quadrantis & locum delapſę ſphæræ intercipitur, vnà cum angulo eleuationis aut inclinationis tormenti, illa, quæ rectum angulum ſubtendit, &

dit, & perpendicularis colligantur: hic viceuersa ex constituta hypotenusa & perpendiculari, aut complemento anguli eleuationis quanta sit distantia tormenti à loco delapsæ sphæræ, vbi cum catheto semper ad rectum angulum concurrit, peruestigabimus. Ac primo iuxta 47 primi Elementorum ex hypotenusa & catheto eam inquiremus in hunc modum. Quadratum hypotenusæ est 640000, catheti 280000. Hoc igitur ex illo subtracto, superest quadratũ distantiæ 360000, cuius radix inuenietur 600 Sed cum pro diuersa quantitate complementi anguli eleuationis etiam distantiæ crescant, aut decrescant, videamus quomodo ex sinu complementi maioris eleuationis, & hypotenusa quęstionem soluere liceat. Constituamus igitur axem tormenti ad eleuationem 60 part. cuius complementum est 30 & sinus rectus 50000. Iam verò ex multiplicatione 800 in 50000 consurgit 40000000, qui numerus distributus in sinum totum, restituit 400 passus. Igitur hæc distantia minor est altera 200 pass. Atqui tanta esset a g linea, si d b circumferentiam constitueremus 60 part. Rationem supputationis non difficulter intelliges. Nam eadem est ratio a b ad a c, quæ est a f ad a g. Quare multiplicatur f a in a c & productum diuiditur in a b. Non dissimili ratione colliges ad quascunque alias eleuationes basium & perpendicularium quantitates.

PROPOSITIO CXIX.

Quomodo axis tormenti in libellam collocetur.

VT certas tormenti eleuationes discentes intelligant & commodius experiantur, operæpretium fuerit, vt exquisitis rationibus constitutum habeant, quomodo axis in libellam sit collocandus, id quod sine omni difficultate licet explorare, si perpendiculo superiori Quadrãtis lateri appenso quod ab eodem in neutram partem deflectat (vt alibi etiam ostendimus) basin in tormenti superficiem constitueris. Sed tamen ad commodiorem vsum, velim vt propè extremam cauitatem, ex qua sphæra egreditur, exquisitè circulus designetur, qui ita secetur in Quadrantes, vt suprema sectio respõdeat τῷ σημείῳ τῶν κορυφῶν, & intermediæ τῷ ὁρίζοντι ἐπιπέδῳ παράλληλαι constituantur. Ex singulis harum sectionum per superficiem tormenti ducãtur rectæ lineæ, quæ denominationem à suis initijs sortientur. Atque superioris lineæ vsus erit, vt Quadrantis basin sustineat quoties perpendiculi adminiculo certam axis eleuationem (vt paulò post apertius explicabimus) experiri volueris. Si autem ad Quadrantem in terra constitutum placeat axem eleuari mediarum sectionum lineis, quæ cum illo semper eandem occupant altitudinem, vtaris. Cæterùm, vt rationem inueniendi has sectiones in designato circulo facilius intelligas, Quadrantis vsu in libellam axe constituto, obseruabis superiorẽ perpendiculi contactum, quod centro cauitatis siue axis exquisitè prætenditur. Ab hoc in descripto circulo deorsum numerabis vtriusque 90 partes, quantarum totus circulus contineat 360. Nam in finibus harum partium occurrunt ea puncta, quæ finitoris planæ superficiei æquidistant, & eundem possident cum axe tormenti situm. Quare rectæ lineæ ex his eductæ, cum machina ex libella eleuatur, eandem altitudinem cum axe occupabant. Sed puncta mediarũ sectionum simplicius etiam sine distributione circuli in partes obseruabis, si in eodem situ manente, machina alterius perpendiculi contactum vtrumque ad exteriorem superficiem notaueris. Nam inter contactus duarum perpendiculariũ, quarum altera per centrum transit, altera tantùm exteriorem contingat superficiem, Quadrans circuli exquisitè concluditur. At ne videantur hæc aliqua obscuritate discentes remorari, euidenti demonstratione stabilire non pigebit, Cõstituatur enim axis tormenti d a, quem in eum sinum collocare debeas,



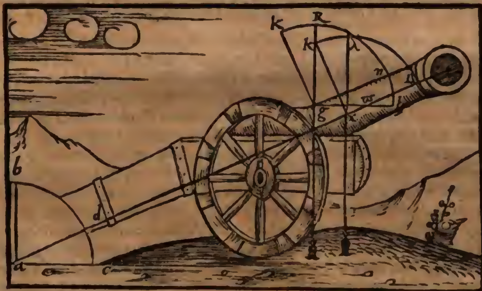
vt finitoris planæ ſuperficiei æquidiſtet, ſiue in libella quieſcat. Centrum cauitatis ſit a. Superiori machinæ ſuperficiei ita inſiſtat inſtrumenti baſis r n, vt perpendiculum exactè erecto lateri adhæreat, quod ſit l r. Aliud deinde perpendiculum prætendatur à cẽtro, quod ſuperius attingit machinam in c puncto, quod exquiſitè reſpondet ſigno verticali, à quo, ſi deorſum numeraueris quartam circuli partem, quæ finiatur hîc in b, offendes etiam illud ſignum, ex quo producta recta b d, finitoris plano æquidiſtat. Sed recta linea, quæ educitur ex c, nimirum c f, omnium quæ in ſuperficie tormenti ſunt eſt ſuprema, cui baſis inſtrumenti impoſita, ſemper officio perpendiculi oſtendet, quãtum axis à libella deflectat, aut ſub quanto illum ſecet angulo, vt poſtea apparebit. Porrò certum etiam habebis argumentum, quòd axis occupet libellam, ſi perpendiculum tam ſuperius quàm inferius æquabiliter cauitatis circumferẽtiam attingat, cuius rei euidentior eſt ratio, quàm vt explicatione indigeat. Diximus etiam intermediæ ſectionis punctum b ſine deſignato circulo facilius inueniri poſſe ſolo perpendiculo. Tranſeat ergo altera perpendicularis linea per a centrum, altera verò extremam circumferẽtiam leuiter attingat in b: tum dicimus punctum contactus b 90 partibus à verticali c ſigno diſtare, ſiue ſegmentum c b quadranti circuli adæquari. Occurrat enim ſemidiametro c a perpendicularis in centrum, quæ ſit k b a, vt circumferentiam ſecet in b: tum b c ſit quarta circuli: cum ergo rectę c a & b g ad rectos angulos in eandem ſuperficiem longius extenſæ incurrant, ſunt παράλληλαι. Sed in παράλληλα recta incidens per 29 primi Elementorum efficit exteriorem angulum æqualem interiori oppoſito ad eaſdem partes. Quare m angulus b a c ſit rectus, erit æqualis huic exterior, & interior deinceps c b a. Cum ergo ſit angulus a b c rectus, neceſſariò exiſtet in b ſectione per 18 tertij Elementorum, quam perpendiculum contingit. Id quod demonſtratione explicandum erat. Inuentis ergo hac ratione ſectionibus c & b educendæ erunt ex ipſis rectæ lineæ c f & b d, cum qua ſemper æqualem habet altitudinem in quolibet ſitu axis ipſe. Si ergo Quadrantem in terram conſtitueris, ſemper ad conſtitutam circumferentiam eleuabis b d lineam. Atque hac ratione nos inſtrumentum collocabimus ad euidentiorem ſequentium demonſtrationum explicationem. Sed quomodo conſtituto Quadrante in rectam f c, axis eleuari, aut inclinari debeat, deinceps perſequemur.

PROP

PROPOSITIO CXX.

De multiplici Quadrantis collocatione ad exquisitam axis tormenti eleuationem explorandam.

VT euidentius & facilius sequentium propositionum demõstrationes extruamus in singulis axis eleuationibus Quadrãtis basin in planam terræ superficiem, quæ tamen in situ non declinet à libella, collocamus. Sed nõ ignoramus quàm molestum & sæpenumero difficile foret, si in terra semper illud signum esset inuestigandum, cui centrum instrumenti imponeretur, vt in rectam lineam incideret, quæ ab axe vlterius in rectum extenso constituitur. Sępius etiam occurrit ea loci constitutio, vt basis, cui machina insistere debeat, non sit exquisitè plana & Horizontis superficiei παράλληλα. Quare nobis hîc vigilanter est consyderandum qua instrumenti collocatione artifices vbiq; locorum commodissimè & certissimè singulas axis altitudines experiantur. In antegressa propositione quomodo ex superiore perpendiculi contactu summæ altitudinis linea in superficie tormẽti inueniatur, explicauimus, cuius vsus ad præsentis negocij demonstrationem commodissimè applicabitur. Si enim instrumenti basin concinnè huic lineæ ad rectos angulos imposueris, & tormentum in quancunq; altitudinem eleuaueris, dico demissum ex supremo circumferentiæ in centrum Quadrantis perpendiculum, tanto segmento exquisitè à fine partis nonagesimæ destiturum, quantus sit angulus eleuationis axis tormenti supra suam basin. Idem etiam manifestè experieris, in quancunq; superficiei partem Quadrantem transtuleris, modo rectam in ea lineam possideat. Sed nos maioris cõmoditatis & certitudinis causa supremæ lineæ situm basis instrumenti loco assignamus. Hac ratione sic constituta, semper exquisitissimè axem tormenti supra cõstitutos angulos eleuabis, si perpendicularem in centrum descendentem obseruaueris, donec ab altero instrumenti, quod erectum est, latere tanto deflexerit interuallo, quantum respondeat oblatæ altitudini. Vt autem hoc indubitata demonstratione cõfirmemus, euidentem huius rei figuram subijciemus. Sit igitur axis tormenti a l, g n supremæ sectionis linea, a p plana finitoris superficies, supra quam in Quadrante a b c axis eleuatur ad circumferentiam c d. Hîc iam inuestigandum nobis est, an cõmodè fieri possit, vt per alias Quadrantis collocationes eandem axis altitudinem experiamur. Ad huius rei demõstrationem pertexendam statuatur basis eiusdem Quadrantis, aut eidem ęqualis in supremę sectionis lineam g n: tum per-

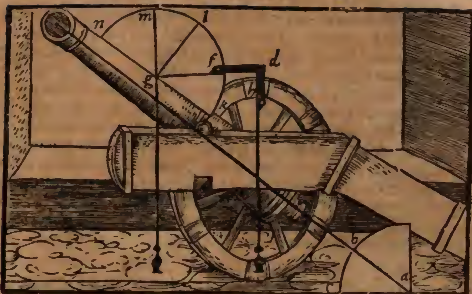


pendiculo per centrum g exquiſitè tranſmiſſo, quod à ſuperiori parte circumferentiam attingat in r, dicimus ſegmentum k r adæquari d c. Vt autem huius demonſtrationis complementum abſoluamus, perpendiculari lineæ r g in centro g ad rectos angulos occurrat h g, eidem æqualis. Quare ſi fines harum linearum deſignata circumferentia connectantur, erit r h ſegmentum quarta pars circuli, & æqualis toti k n. vtriq; eſt communis circumferentia r n, qua ſublata relinquitur r k æqualis n h. Inſuper cum duo ſint eiuſdem magnitudinis Quadrantes a b c, & r g h, quorum latera vnius ſunt παράλληλα lateribus alterius, nimirum r g ipſi b a (Nam vtrunq; πρὸς ὀρθὰς incidit in baſin a c p) & g h ipſi a c, quas recta linea ſecat a p, conſtituitur per 29 primi Elementorum angulus exterior l p h æqualis interiori & oppoſito d a c. Et cum g n æquidiſtet x λ, in quas incidit recta h g, per eandem 29 erit angulus l p h æqualis interiori n g h. Eſt igitur n g h æqualis d a c & circumferentia n h ipſi d c. Sed antea demonſtratum eſt n h adæquari k r. Concludimus ergo ſegmentum k r exquiſitè adæquari d c ſegmẽto altitudinis. id quod demonſtratione ſtabiliendum erat. Ac, vt euidentius tota res diſcentibus innoteſcat, tormento eundem ſitum occupante, inſtrumenti baſin transferamus in axem ipſum x l, vt ſimul etiam deſcendat perpendiculum in centrum x. Iterum hîc aſſeueramus diſtantiam perpendicularis, vbi circumferentiam contingit (vt hîc in λ apparet) à finè partis nonageſimæ æqualem eſſe d c altitudini. Primum in confeſſo eſt duas λ x & r g lineas eſſe παραλλήλας, cum ad rectos angulos productę in baſin deſcendant. Quare per 29 primi Elementorum angulus r x l, æqualis eſt angulo g r x, & per eandem cum æquidiſtent k g & r x latera, in quę recta linea incidit r g, ęquatur angulus g r x angulo k g r. Manifeſtum eſt igitur angulum r g k æquari r x l, & circumferentiam k r circumferẽtiæ r λ. Quare negari non poteſt r λ æqualem eſſe d c. Atqui hoc demonſtratione conſtituendum erat.

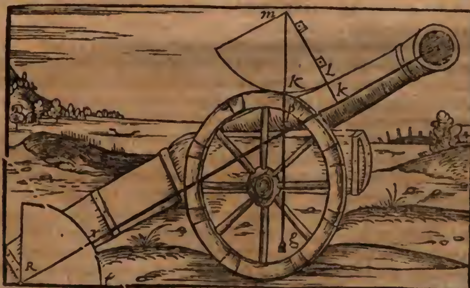
PROPOSITIO CXXI.

De duabus alijs Quadrantis collocationibus, quibus certam axis tormenti eleuationem experimur.

HIs ſubnectemus, & alios duos Quadrantẽ collocandi modos, quibus eandem axis tormenti eleuationem experiemur. Alterum horũ expediemus adminiculo gnomonis & perpendiculi in hunc modum. Conſtituentes baſin Quadrantis in ſupremæ ſectionis lineam circumferentia verſus terram cõuerſa, attentè explorabimus, qua in parte eam ſecet ſuperius latus gnomonis, quando cuſpis in centrum exquiſitè dirigitur alterum latus occupantè perpendiculo. Hoc conſtituto, certum eſt ſegmentum circumferentiæ, quod inter ſectionem gnomonis & baſin Quadrantis intercipitur, æquale eſſe circumferentiæ, quæ inter axem tormenti & libellam ſupra quam eleuatus eſt, concluditur. Cæterùm, vt res ipſa euidentius intelligatur, ἀπόδειξις erit contexenda. Sit igitur axis tormenti a b g, qui ſupra libellam ſiue planiciem Horizontis a c eleuetur in Quadrante ad quantitatem circumferentiæ b c. In ſuperioris linea ſectionis k n conſtituatur baſis Quadrantis k g, ita vt circumferentia l k a ſignum ſpectet. Sit autem gnomon h d f, cuius d h latus occupet perpendiculum d r, ac alterius d f cuſpis in g centrum dirigatur, ita vt circumferentia l k ſecetur in f ſigno. His conſtitutis, dicimus f k ſegmentum adæquari b c, quæ eſt eleuationis axis circumferentiæ. Vt hoc euidentius demonſtretur, ſuper g centrum ad quantitatem g l deſignemus alterum l m n Quadrantem, ita vt coniuncti ſimul k l g, & g l n in eadem ſuperficie ſemicirculum



micirculum abſoluant. Et ex circumferentia l n demittatur per centrum g perpendicularis m g. Cum igitur latus gnomonis d h ad perpendiculum cõſiſtat, erit alterum d f in libella, cui vlterius in g extenſo occurrit perpendicularis m g, vt neceſſe ſit angulum f g m eſſe rectum. Quare circumferentia f m conſtat abſoluto circuli Quadrante. Sed & l k per hypotheſin eſt Quadrans. Igitur l k & m f ſunt æquales. vtriq; autem eſt commune l f ſegmẽtum, quo ablato, per communem ſententiam neceſſe eſt ſegmentum f k æquale relinqui alteri l m. In antegreſſa propoſitione demonſtratum eſt l m adæquari b c eleuationis circumferentiæ. Cum ergo per communem ſententiam quæ eidem ſunt æqualia, etiam inter ſe ſint æqualia, manifeſtum eſt f k adæquari b c: id quod hîc demonſtrari oportebat. Eandem eleuationis circumferẽtiam adhuc alia ratione conſtat explorari poſſe in hunc modum. Alterum latus inſtrumenti, cui ſunt infixa pinnacidia, ſi ad rectos angulos imponatur ſuperioris lineę ſectionis perpendiculum è centro per ſuperficiem demiſſum tanto ab eo latere ſegmento diſtabit, quanta fuerit circumferentia ſupra quam axis tormenti eleuetur, id quod euidentiore demõſtratione explicandum eſt. Sit igitur



tur axis tormenti r z k eleuatus ſupra libellam ad quantitatem circumferentiæ x t. Ac lineæ ſectionis ſupremæ p l imponatur latus Quadrãtis in l ad rectos angulos. Deinde perpendiculum m g ex m centro per planiciem de-

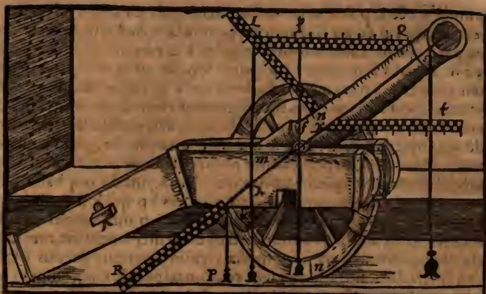
missum circumferentiam secet in k signo. Hoc cõstituto dicimus l k segmentum adæquari x t eleuationis circumferentiæ. Vt hoc demõstretur, m l latus vlterius extendatur in axem, cui occurrat in k signo. Eundem secat perpendiculum in z signo. Quoniam igitur p l & k z sunt parallelæ, erit etiam angulus m k z rectus per 29 primi Elementorum. Sed etiam angulus r g z est rectus, quia perpendiculum incidit hîc in libellam. Vterque igitur triangulus r g z & m k z est ὀρθογώνιος. Cùm autem lineæ r k & m g secent sese in z signo certum est angulos κατὰ κορυφὴν r z g & m z k esse æquales per 15 primi Elementorum. Quare per 32 primi eorundem Elementorum tertius z r g ipsi z m k adæquatur. Cum igitur sit ęqualis (vt hîc constituimus) vterque Quadrãs, certum est segmentum x t adæquari alteri k l. Quòd si Quadrans alter non sit ęqualis alteri, tamen vtriusque segmentum simile constitui oportebit. Atqui hoc demonstratione stabiliendum erat.

PROPOSITIO CXXII.

Quomodo per regulam, cui annexum sit perpendiculum, multipliciter eiusdem axis tormenti eleuationem experiamur.

SEquitur nunc, vt videamus qua ratione sine Quadrantis vsu solius regulæ, cui perpendiculum sit annexum, adminiculo, tam ex superiore quàm inferiore parte certam axis tormenti eleuationem liceat explorare. Id quod facillimè posse fieri euidenti demonstratione discentibus ante oculos cõstituemus. Vt igitur ad constitutum quemlibet angulum axis attollatur, regulam mediocriter longam in minima, quantum fieri potest, segmenta distinctè partiemur. Si hac placuerit vti inferius, videlicet prope finem tormenti ad libellam, ita vt illa constituatur in axe, in trigono rectangulo sinus maximi locum occupabit, & sinum anguli eleuationis præfixæ perpendiculum ab eius summitate in planiciem Horizontis demissum, ac basis ipsa comprehenditur recta linea, quæ est inter contactum perpendiculi, & sectionem regulę cum libella. Hinc manifestum est, vt axis supra certum angulum eleuetur, operępretium esse, vt ratiocinando perpendiculi quantitatem colligamus per 29 primi Regiomontani. Deinde reliquum operis absoluetur si constituta in axe regula, cuius summitati iuxta collectam magnitudinem perpendiculum sit appensum, in eam altitudinem eleuetur, vt infima pars eius contingat libellam. Hunc situm axe occupante certum est ipsum eleuatum esse à libella ad quãtitatem anguli constituti. Atque hoc modo negocium expeditur in planicie Horizontis: sed triplici collocatione superius in lineis per superficiem tormenti designatis eadem regula cum perpendiculo ad eandem axis eleuationem constituendam, vel explorandam licet vti, ita vt perpendiculum tam hypotenusæ quàm catheti locum subeat, sed regula vbique baseos vicem, quę fuit in inferiori triangulo, sustineat. At hæc cum oculis subiecta facilius intelligantur, ad structuram ἀκριβέστερον progrediemur. Sit igitur axis tormenti r x s eleuandus supra libellam r n ad datum angulum, quem hîc constituimus k r p. Quomodo verò hîc explorari debeat, collocata notę magnitudinis regula r k in axe, si per 29 primi Regiomontani quantum esse debeat perpendiculum huic angulo prætendendum ratiocinemur, quale hîc est k p innotescit. Cum enim k p ad rectum angulum in r n decidens, eam rationem habuerit ad r k, quam sinus anguli k r p constituti ad sinum totum, certum est axem rectè eleuatum esse. Nunc transferamus regulam r k, aut aliam ęqualem (eundem tormento situm occupante) in supremæ lineam sectionis n q, cui in n signo ad

rectos



rectos insistat angulos, ac ipsi r p basi trianguli orthogonij r p k statuatur æqualis n l: tum ab l puncto demisso perpendiculo, quod secet m q, in m signo, dicimus trianguli ὀρθογωνίου m n l m n basin æqualem effici k p catheto trianguli r p k, & l m perpendiculum ipsi r k hypotenusæ. Vt ergo hoc demonstremus, vlterius extendatur perpendicularis l m in x, vt nimirum secet axem in λ signo. Duabus igitur lineis in λ sese intersecantibus, erit per 15 primi Elementorum angulus f λ x, æqualis ipsi l λ x, cui etiam propter æquidistantiam linearum λ s & m q, item k p & λ x, quæ nobis alibi est demonstrata, per 29 primi eorundem Elementorum æquatur l m n & alteri r k p. Sed vterque l n m & r p k est rectus. Iam autem angulo l m n prætensum latus l n per hypothesin æquatur basi r p, quæ subtendit æqualem r k p angulum. Constat igitur per 26 primi Elementorum latus m n æquari k p perpendiculo, ac l m ipsi k r. Atque hinc manifestum est, si propositum sit axem ad angulum k r p, siue alium quemuis datum eleuare, facillimè negocium expediri posse, si per 29 primi Regiomontani collecta k p catheti magnitudine æqualem ipsi statuamus in m q aliam rectam, vt hîc est m n: & in regula πρὸς ὄρθας propè finem erecta accipiamus æqualem trianguli orthogonij basi, vt hîc est n l, quo constituto, attentè exploremus inter eleuandum, donec perpendiculum ab l summitate demissum exquisitè incidat in alterum m finem, aut sumpta in regula l n æquali r p & æquali perpendiculo l m ipsi r k regulæ constituto eleuemus tantisper machinam, donec finis m cõtingat supremam lineam q m. Eandem eleuationem constituere aut explorare adhuc alia licet ratione. Cum enim iuxta magnitudinem regulæ & anguli eleuationis constituti per 29 primi Triangulorum reliqua trigoni orthogonij latera ratiocinati fuerimus, æqualem in mediæ sectionis linea datæ constituemus hypotenusę, cuius inferiori fini regulam applicantes, quæ notatam habeat ęqualem basi magnitudinem, ac alteri nempe superiori fini perpendiculum appendentes, eleuabimus tormentum in eam altitudinem, donec ad rectos angulos ipsum perpendiculum pernotatum in regula signum transeat: tum manifestum erit angulum, quo ad se inuicem inclinant regula & mediæ sectionis linea, æqualem esse illi, quo basis eleuatur supra libellam. Sit igitur in mediæ sectionis linea x s æqualis r k hypotenusæ datæ, & ipsi r p basi notetur in regula ęqualis x t, quę applicetur ipsi x signo: tum perpendiculum ab s demissum, quod angulum s x t constituent æqualem ipsi k r p, vt per t ad rectos angulos transeat, æquale dicimus esse k p catheto. Cum enim duæ perpendi-

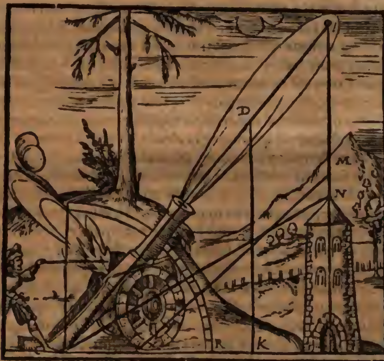
culares lineæ s t & k p sint παράλληλαι, ac incidant in x t & r p ad rectos angulos, etiam ipsæ r p & x t sibi inuicem æquidistant. Sed easdem secat axis s r. Quare per 29 primi Elementorum angulus s x t æquatur ipsi k r p. Cum ergo x t sit æqualis k p, etiam s t æquatur k p, id quod ad æqualitatem angulorum s x t & k r p requiritur. Eadem regula ac perpendiculo vti licebit in superioris linea sectionis. Nam si designetur ibi æqualis datæ linea hypotenusæ, cuius superiori parti applicata regula, in qua sit æqualis notata basi magnitudo, demittat perpendiculum in finem designatæ rectæ, quod æquale sit catheto, angulus cui ipsum prætenditur perpendiculum æqualis erit inclinationi axis ad libellam. Sit igitur æqualis in regula magnitudo p q basi r p & q f in tormento ipsi r k, & in perpendiculo p n pars f p ipsi k p catheto: tum ipsum p q f angulum æqualem esse dicimus ipsi k r p inclinationi axis ad libellam. Id enim ex 5 sexti Elementorum satis euidenter innotescit, cum singula vnius triangulorum latera sint æqualia vicissim lateribus alterius trigoni. Ceterùm & alia demonstratione idem confirmari potest. Cum enim, vt alibi constituimus, παράλληλαι sint t s & f q lineæ, & perpendiculum secet axem in t, erit angulus p f q æqualis p t s, cui æquatur per 15 primi Elementorum r t n, & eidem r k p. Cum igitur duo latera p f & q f sint æqualia duobus r k & k p lateribus, & illa complectantur angulum p f q æqualem ipsi r k p, certum est per 7 primi Element. reliquos angulos sub quibus æqualia latera subtēduntur sibi inuicem æquari. Angulus igitur p q f æqualis est ipsi k r p. Atque hac ratione eandem axis supra libellam experimur eleuationem. Sed altera cum regula nimirum ad rectos angulos designatæ q m rectæ infigitur, in hunc vsum commodior fuerit.

PROPOSITIO CXXIII.

In quantam altitudinem supra basin eleuandum sit tormentum, ut sphæra in locum præfixum per κάθετον descendat.

CVm igitur sint explicatæ rationes eleuationum ac inuentiones omnium linearum orthogonij trianguli, in cuius fundamēto ferè totum artificium rectè eiaculandi sphæras tormentarias consistit: sequitur nunc, vt ad principalem rationem πράξεως deinceps progrediamur. Et cum duo tantùm sint eiaculationum modi, nimirum vt sphęra in pręfixum locum, aut per κάθετον descendat, aut per ὑποτείνουσαν in eundem excutiatur, de priori modo primò tractationem instituemus. Quādo igitur ὑποτείνουσα tormēti ex aliquot obseruationibus tam exquisitè quàm fieri possit, inuenta fuerit, diligenter opera danda, vt tormentum quàm proximè ad præfixum locum admoueatur. Hoc cōstituto, per diligentes obseruationes præfixi loci altitudinem, & eiusdem à tormento dimetiaris interuallum. id qua ratione fiat ex antegressis propositionibus deprehendes. Ex his duabus lineis inuentis, vel per tabulam Gnomonicam Peurbachij, vel tabulam sinuum, sicut alibi explicauimus, quantitatem anguli, quem subtendit linea altitudinis præfixi loci, supputabis. Eadem ratione ex hypotenusa tormenti, & eiusdem à loco distantia earundem linearum inclinationis angulum deprehendes, quem si videris maiorem angulo prius inuento, certum habebis indicium, negocium expediri posse, sin minus, aut tormentum erit propius admouendum, aut si hoc commodè fieri non possit, per hypotenusam oportebit rem tētare, aut à labore omnino desistere. Idem etiam facilius percipies, si tantùm ex altitudine loci & distātia per quadragesimamseptimam primi Elementorum lineam rectum angulum subtendentem inueneris, &

ris, & eandem cum hypotenusa tormenti contuleris. Si enim hæc maior fuerit illa, etiam certò constabit rem eo modo absolui posse, sin minus aliam viam ingrediemur. Constat igitur ex his rationibus, quomodo experiamur an finem propositum consequi possimus. Nisi enim hoc certò præuiderimus, sæpènumero frustra laborem consumemus. Cæterùm quærat aliquis, si in prima distantia rem fieri non posse perspexerimus, quàm propè sit accedendum, vt locum conuenientem inueniamus: respondemus hîc ex omnibus illis interuallis scopum attingi posse, in quibus anguli inclinationis tormenti excesserint angulos oblatæ loci altitudini respondentes, id quod ex hypotenusis recti anguli colligemus, sicut antea præscriptum est, ita vt proximiora semper occupemus interualla. Quòd si curiosè volueris inquirere remotissimum locum operi conuenientem, inuentæ loci præfixi altitudini aliquot partes adijcies, ex qua summa deinceps & hypotenusa tormenti per 3 huius tractationis propositionem distantiam deprehendes. Iam verò si constituerimus exploratum nobis esse locum, in quo superet hypotenusa tormenti lineam subtendentem rectum angulum, quem ambiunt altitudo loci & distantia, considerãdum erit, quomodo sit exquisitè tormentum à basi eleuandum, aut à perpendiculari versus terram inflectendum. Indicauimus antea qua ratione ex sinuum tabulis sit inueniendus angulus inclinationis hypotenusæ tormenti & distantiæ à loco præfixo. Numerabis igitur huius anguli circumferentiam in Quadrante ad quam ita dispones tormentum, vt ipsius axis, siue linea, quæ per centrum sphęrę & tormenti pertransit eam exquisitè occupet altitudinem, cuius rei modos & rationes multiplices indicauimus in præmissis propositionibus. Deinde opus est, vt eadem in tormento linea quantum fieri possit exquisitè consistat in eadem plana superficie cum loco præfixo, id quod sola visus obseruatione facillime consequemur. Ex sequenti schemate tota res euidentior erit.



Constituamus igitur sphæram è tormento excutiendam, vt ex altiori loco delabatur in locum n, ex quo deducatur in subiectum planum κάθετος n o, distantia tormenti ab eo loco sit c o, hypotenusam c l notam cõstituimus. Primò inueniamus ex lineis n o & c o per obseruationem notis, ipsam c n, quæ subtendit rectum angulum c o n per penultimam primi Elementorum,

Dicimus igitur necessarium esse, si ex c loco sphæra sit eijcienda, vt ex præcipitio in n delabatur, vt c l sit maior, quàm c n, & vt angulus l c o sit maior angulo n c o. Cum enim duo sint trigoni rectanguli c o l & c o n, quibus est communis basis c o, & l o κάθετος maior sit ipso n o, erit etiam quadratum l o maius quadrato n o. sed duo quadrata c o & l o per penultimam primi Elementorum adæquãtur quadrato c l, & per eandem quadrata c o & n o sunt æqualia quadrato c n, & hæc duo sunt minora illis. Ergo & quadratum n c minus est ipsius l c quadrato. Et per cõsequens l c linea maior n o. Idem etiam simplicius demonstratur per 21 primi Elemẽtorum. Nam per hanc duo latera c n & n o minora sunt duobus c l & l o, & angulus c n o maior est angulo c l o. Quare cum duo acuti anguli in ὀρθογωνίῳ triangulo constituant rectum, necessariò sequitur angulum l c o maiorem esse altero n c o. Manifestum est igitur si tormentum sphæram tantùm excuteret in d, cum c d sit minor ex hypothesi c n propius machinam admouendam. Nam aliàs sphæra non deferretur in locum constitutum, sed in subiectam superficiem delaberetur in signum r. At fingamus tormenti vim tantum posse pertingere in d, & quærendus sit proximus locus in c o plana superficie, ex quo vis machinæ posit globum extorquere in κάθετον l o. Assumamus punctum aliquod in l o paulò supra n quod sit in m signo, ex quo ducamus rectam m p in subiectum planum, quæ sit æqualis c d, incidat autem in punctum p, erit igitur inuenienda distantia p o. In trigono rectangulo p m o nota sunt duo latera p m ex hypothesi & m o ex obseruatione. basis igitur o p per 26 primi Regiomontani non latebit. Quare si machina proueheretur in p sphęra κάθετον attingeret in m. His intellectis videamus quomodo per exemplum res explicari debeat. Constituamus igitur totam vim tormenti posse deferre globum per c l, quæ sit 1000 passuum, distantia verò c o sit 600, altitudo n o 100. Quæritur hic primum, an vis tormenti posit extorquere globum aut ignem eousq́, vt in aliqua parte contingat l n cathetum. Primum multiplico c l quadrate, hinc consurgit 1000000, deinde quadratum 600 est 360000, quo sublato ex priori, remanet quadratum catheti 640000, cuius radix est 800 passuum, quæ cum 100 exuperet, non est de euentu dubitandum. Constat igitur in hac constitutione sphæram ex aere delabi per 700 ferè passuum, interuallum, donec attingat punctum n. Iam verò superest, vt inuestigemus quantitatem circumferentiæ f r in quadrante ad quam debet eleuari media tormenti linea c f, id quod facillimè expediemus per sinuum tabulas. Ex lineis l c & c o inquiritur angulus c l o in hunc modum. in primo loco statuitur l c, id est 1000, deinde 600, tertiò sinus totus 100000. Iam ex multiplicatione secundi in tertiũ consurgit 60000000, qui numerus in primum distributus, restituit 60000 sinum. Huius circumferentia ex tabulis inuenitur 36 part. 52 scrup. cuius complementum est 53 part. 8 scrupul. tanta est circumferentia f r, quæ erat inuenienda. Iterum statuamus vim tormenti minorem esse, qualis est c d linea, cui asignemus 500 passus, si nunc eadem maneat distantia c o: tum manifestum est sphæram in terram esse delapsuram, nec ad optatum scopum peruenturam, ad quancunq́ altitudinem machina eleuetur, si hîc relinquatur eadem eleuationis circumferentia sphæra decidet in k signum, & cum angulus c d k sit 36 part. 52 scrupul. erit c k distantia ferè 300 passuum. Verùm inquiramus nunc signum p, hoc est, quantum esset antrorsum prouehenda machina, vt tamen incidat sphæra in aliquam catheti partem, videlicet in m & statuamus n m 20 passuum. Constat igitur m o pasibus 120, cuius quadratum 14400 sublatum ex quadrato 250000, restituit 235600, ex quo numero subtracta radix quadrata constat ferè 485 pasibus, quibus ex 600 sublatis, restant 115

passus,

passus, qui metiuntur lineam c p. Tantum igitur spacij proueheretur machina, vt sphæra in m signum incideret. Quòd si iterum quæsiueris ad quantam circumferentiæ altitudinem tormentum attolli deberet, si in p collocaretur, ordinatis in hunc modum numeris, vt sequitur, 500, 120, 100000 si multiplices secundum in tertium prodibit 12000000, quem numerum si diuidas in primum emerget tibi sinus 24000, cuius circumferentia est 13 partium 53 minut. quæ erat inuenienda.

PROPOSITIO CXXIIII.

Qua ratione sphæræ sint è tormentis emittendæ, ut per hypotenusam in præfixum locum incurrant.

QVi rectè assecutus est antegressam propositionem, hanc etiam facillimè intelliget. Hæc autem vtriusque differentia diligenter nobis est consideranda, quòd illic potissimum habeamus rationem totius hypotenusæ, videlicet, vt summam ipsius altitudinem in aere ad singulas eleuationes aut inclinationes tormenti, quam sphæra metitur usque ad subiectum locum animaduertamus: Hîc verò non tam finem hypotenusæ, aut catheti magnitudinem, quàm violentiorem sphæræ impetum in hypotenusæ decursu obseruemus, cùm solus hîc finis sit propositus, vt arces in præfixis locis constitutæ quãtum fieri possit, maximè disijciantur. Quamobrem hîc diligẽter inuigilandum est, vt tormenta propius locis admoueantur, ne in decursu sphęrę prope finem hypotenusæ, vbi motus est multò languidior, in pręfixum scopum incurrentes, eundem leuius concutiant. In huius negocij consideratione, quemadmodum in reliquis omnibus, duæ tantùm res non oscitanter nobis sunt perpendendę, scilicet an finem propositum possimus consequi, & quibus rationibus. Primum igitur perspiciendum est per exquisitas dimensiones, an ea linea; quam ex constituto loco vsque in pręfixum scopum sphæra percursura sit, magnitudine hypotenusam tormenti excedat, an ab eadem superetur. Nisi enim hoc constiterit, subinde futurum est, vt laborem & sumptum frustra consumas. Hanc lineam facillimè inuenies ex 47 primi Elementorum, si modò fuerint antegressæ dimensiones altitudinis pręfixi scopi supra locum tormenti & eiusdem basis à tormento distantiæ. Nam ex summa quadratorum quæ ex his lineis separatim in sese multiplicatis cõsurgunt, extracta radix 1. ℞. inquisitam magnitudinem producit, si hęc minor fuerit hypotenusa tormenti securè licebit rem expedire. Superest nunc, vt persequamur inuentionem anguli inclinationis tormenti in Quadrante, vt pręfixum scopum exquisitè emissa sphęra contingat. cum inueneris altitudinem scopi, & eiusdem basis à tormento distantiam, totum negocium ex sinuũ tabulis absolues. Nam quæ fuerit ratio lineæ, quam sphęra percurret ad altitudinem scopi eadem erit sinus maximi ad sinum eius circumferentiæ, supra quam tormentum eleuari debet. Quare si multiplicaueris sinum totum in altitudinem inuentam, & productum numerum partitus fueris in pręd ictam itineris lineam, exurget sinus anguli inclinationis tormenti & basis. Itaque nihil restat, nisi vt hypotenusa tormenti exquisitissimè collocetur in eadem plana superficie cum pręfixo scopo. Vt autem hanc tractationem discentes intelligant facilius, non pigebit eam figura & exemplo illustrare. Constituamus igitur in planæ superficiei c g loco c tormentum aliquod in tantam quidem altitudinem à basi eleuandum esse, vt sphęram extorqueat in k scopum. Ex hypotesi nihil hîc deprehendimus notum præter solam hypotenusam, sed ex dimensionibus primùm inueniuntur lineæ k g quæ est altitudinis scopi, & c g eiusdem basis à tormento distantiæ. Vtraque harum



multiplicetur in ſeſe, id eſt quadrate: tum ex ſumma productorum per 47 primi Elementorum conflatur quadratum lineæ rectum angulum c g k ſubtendentis c k, ex quo radix educta ipſam c k lineam patefacit, quæ ſi minor fuerit explorata hypotenuſa, certum eſt negocium expediri poſſe. His conſtitutis ſupereſt, vt procedamus ad inuentionem circumferentiæ d m, ad cuius altitudinem axis tormenti c d attolli debet. Cum d f ſit perpendicularis ipſi c g, quod in principio demonſtrauimus, per 4 ſexti Elementorum eſt eadem ratio c k ad k g, quæ eſt c d ad d f, quæ linea eſt ſinus rectus propoſitam circumferentiam ſubtendens. Ex his tres ſunt notæ, nimirum c d, c k & k g. Quarta igitur d f per regulam proportionis innoteſcet, per quam ex tabulis & ipſa circumferenia d m inuenietur. Exemplum huius rei tale proponimus. Tormenti hypotenuſa ſit paſſuum 900, g k altitudo 100 & c g diſtantia 300. Quadratum g k eſt 10000 & c g 90000, ex quibus collectis conſurgit quadratum c k 100000, ex quo radix 1. ℞. extrahitur 316. Quare manifeſtum eſt ſphæram ex loco c violentiſsimo impetu in k ſcopum incurſuram, ſi ad iuſtam circumferentiam in Quadrante tormentum fuerit eleuatum. Ad illius inuentionem progrediemur in hunc modum. In primo loco ſtatuatur c k linea, quæ inuenta nobis eſt 316, ſecundo k g nimirum 100, vltimò ſinus maximus 100000, iam ex multiplicatione ſecundi in tertiū fit 10000000, qui numerus in primum diſtributus, reſtituit 31645 ſinum, cuius arcus ex tabulis inuenitur 18 part. 27 ſcrupul. Tantus erit igitur angulus inclinationis tormenti & baſis. Sed hunc quoq; per radium viſiuum non difficulter explorant artifices. Memineris hîc etiam nos altitudinis baſin g & locum c exquiſitè in libella conſtituiſſe: ſed in aliјs ſitibus locorum, quomodo eundem ſcopum attingamus, alibi explicatum eſt.

PROPOSITIO CXXV.

Qua ratione, quæ in antegreſsis propoſitionibus numerorum adminiculo ſunt inuenta, ſolo perpendiculo in Quadrante abſoluantur.

IN antegreſsis propoſitionibus, quomodo artificium ſphęras tormentarias eiaculandi ſimpliciſsimè ex veris & immotis Geometriæ fundamentis ſit extructum,

extructum, ita tamen, vt numerorum adminiculo ſingulorum ὀρθογωνίου τριγώνου laterum quantitates colligantur, explicauimus: verùm hac ratione tantùm illis cõſultum eſſe video, qui harum artium elementa mediocriter aſſecuti ſunt. Quare ſimpliciorem hîc viam aperiemus, qua expeditius & citra omnẽ vſum calculi perpendiculi officio omnium nobis propoſiti trianguli linearum magnitudines inueniantur. Atq; hîc iterum primò ad inquiſitionem hypotenuſæ progrediemur. Quam verò ſuperius tormenti & Quadrantis collocationem præſcripſimus, hîc firmam & immotam retinebimus. Sit igitur axis tormenti a d eleuatus ad circumferentiam d g, & ſphæra delapſa inueniatur in l ſigno (vt a k ſit hypotenuſa) cuius à Quadrantis centro diſtantia l a, trianguli nimirum a k l, baſis per dimenſionem terreſtrem facillimè innoteſcit. Nunc ab a cẽtro verſus g in baſi a g dinumeres tot partes ęquales, quot paſſibus ſiue menſuris totam a l conſtare deprehendiſti. Ad finem harum partium demittas perpendiculum, ita vt axem tormenti a d ſecet in b ſigno. His ita conſtitutis, per 2 ſexti Elementorum, conſtabit quomodo reliqua trianguli a l k latera a k & k l inueniãtur. Ea verò Græcè ſic habet: Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Cum igitur vtraq; linearum b c & k l ad rectos angulos in ſubiectam baſin a l incidant, ſunt παράλληλαι per 28 primi Elementorum. Ergo per præmiſſam trianguli a l k cum latera ſint proportionaliter ſecta per b c lineam proportionis omnium linearum inter ſe pateſiunt. Iam verò trianguli a b c omnia latera innoteſcunt, ſi a b & b c in ſubiectam baſin expanſo circino transtuleris. Nam quot partibus ipſius a g adæquentur manifeſtum erit. Cum igitur notæ ſint proportiones omnium laterum trigoni a b c ad omnia latera trigoni a l k, & data ſit baſis a l per 6 primi Regiomontani reliqua latera a k & k l cognoſcentur. Qualium igitur partium a c eſſet 600, talium a b eſſet 800, & b c 529, quod exemplum antea cõſtituimus. Iam nunc ſtatuamus ex inuenta hypotenuſa a k & baſi a l axem tormenti eleuandum eſſe, vt per cathetum in l ſignum ſphæra decidat. Hîc ab a centro in baſi a g numerabis partes diſtantiæ à loco præfixo & in a d ſemidiametro partes hypotenuſæ tormenti,

quam cōſtat in eum ſitum diſponendam eſſe, vt ex b fine perpendiculum ſuſpenſum, in finem partium, quæ inuentæ diſtantiæ in baſi reſpondent, exactè deſcendat. Nam tum ſemidiameter in extremitate d circumferentiā, ad quam axis tormenti ſit eleuandus, extemplò indicabit.

PROPOSITIO CXXVI.

Quomodo ſine Quadrante tantùm officio regulę & perpendiculi, ea, quæ ſunt hactenus explicata, inueniantur.

DEmonſtrabimus nunc etiam ex conſideratione trigoni rectanguli ad omnem tormētorum vſum & certas eorundem collocationes Quadrantem neceſſariò non requiri, ſed huic negocio regulam oblongam & exquiſitam, cui perpendiculum ſit annexum abundè ſatisfacere. Et certè minori labore & difficultate per hanc rationem totam rem licet expedire. Nec minor eſt huius rei certitudo, cum ex ijſdem fundamentis extruantur omnia. Regulam igitur longam trium aut quatuor cubitorum in æquales ſectiones, quotcunque volueris, diſtribuas, cui ex altera parte perpendiculum appendas. Conſtituamus ergo primùm huius regulæ adminiculo colligendam eſſe tormenti hypotenuſam, id quod efficiemus hoc modo. Ad quamcunque altitudinem volueris à baſi regula cum axe tormenti ſimul eleuetur, & in eo ſitu expulſa ſphæra, diligenter locum in quem primum deuoluta fuerit inueſtiges, vt ipſius à tormento diſtantiam inde colligas. Tum regula in eodem ſitu permanente, ex ea tot æquales portiones circino excipies, quot paſsibus aut pedibus diſtantiam tormenti à loco delapſæ ſphæræ conſtare deprehenderis. Has ſectiones aut partes à centro, id eſt eo puncto, vbi regula terræ innititur, in ſubiecta baſi verſus perpendiculum dinumerabis. Quo facto, in finem partium idem perpendiculum traduces, & notata huius & regulæ mutua interſectione, inquiſitam tormenti hypotenuſam inuentam eſſe pronuntiabis. Quomodo verò ex conſtitutione regulæ in ſuperiore parte tormenti idem opus perficiatur, qui antegreſſas propoſitiones rectè intellexerit non difficulter ratiocinabitur. Ex ſubiecto ſchemate res euidentius innoteſcet. Ad altitudinem perpendiculi d f, eleuetur axis tormenti a f, deinde expulſa ſphæra per hypotenuſam a g deuoluatur in h ſignum, cuius ab axe diſtantia h a per dimenſiones in terra facillimè innoteſcit, a b f regula in certas ſectiones diſtributa. His conſtitutis tripliciter inuenies quantitates laterum a g & g h. Nam ſi totā a h per certas partes dimenſus fueris, circino excipies in regula a b tot æquales ſectiones, quot his partibus reſpōdeant, quas ab a cētro verſus d dinumerabis. Incidat aūt finis harum ſectionum in c ſignum, à quo erigatur

erigatur perpendiculum c b, ita vt regulam in b puncto interſecet. Hinc cõſurgit trigonus rectangulus a b c, cuius b c latus catheto g h æquidiſtat, cum vtraqꝫ linearũ b c & g h in ſubiectam baſin a h ad rectos angulos decidant. Conſtat igitur per proceſſum 2 ſexti Elementorum triangulorum a b c & a g h latera eſſe proportionalia. Nam cum ſit eadem ratio g b ad b a, quæ eſt h c ad c a, erit etiam coniunctim eadem ratio g a ad a b, quæ eſt h a ad a c. Etiam trigoni a b c omnia latera ſunt nota: nam b c facilè innoteſcit, ſi a b lateri admoueatur. Hinc conſtat ratio baſis a h ad a g, quarum hæc per certam menſuram eſt deprehenſa. Quare hîc iterum concludimus eodem modo, quo ſuperius per 6 primi Regiomontani a g hypotenuſam & g h cathetum latêre non poſſe. Quemadmodum igitur numerus c a ſectionum æquatur numero partium a h, ita etiam a b adæquabitur a g, & b c, g h. Eaſdem etiam a g & g h magnitudines inuenies, ſi ad lineam diſtribueris in tot æquales portiones, quot ex dimenſione ipſius a h collectæ fuerint. Nam ſi a d baſin trianguli a f d admoueas hypotenuſæ f a ſtatim vtriuſqꝫ differentia apparebit, quam circino exceptam viciſsim baſi applices. Quot partibus æqualibus hæc adæquetur, etiam manifeſtè conſpicietur. Igitur ex baſis a d & prædictæ differentiæ ſumma conſurget tota f h hypotenuſa, cuius partium numerus a g quantitatẽ aperiet. Nec diſsimili ratione perpendicularis h g inuenietur. Poteris eaſdem lineas adhuc tertia ratione deprehendere. Cum trianguli f a d hypotenuſa ex ſectionibus per hypotheſin ſit nota, ex mutua applicatione laterum a d baſis & f d perpendicularis innoteſcent. Et cum per dimenſionem in terra inueniatur latus a h & triangula f a d & g h a ex proportionalibus inter ſe cõſtructa ſint lineis, per regulam proportionis a g & g h latera cognoſcentur. Multiplices igitur numerum a h in a f & productum diſtribuas in a d: hinc tibi a g hypotenuſa prodibit. Eodem modo ducas a h in f d & productum diuidas in a d. hinc tibi cathetus g h innoteſcet. Sed iam conſtitutum ſit ex cognitione hypotenuſæ & diſtantiæ in quantam altitudinem axis tormenti ſit eleuandus à baſi, inueſtigare. Simplicisſimè hîc rem expedies, ſi in regula a b f & baſi a c d ab a centro numeraueris tot ſectiones, quot numero partium hypotenuſæ & baſis exquiſitè reſpondeant. Quo facto, in finem partiũ baſis, qui hîc vobis eſt in c conſtitutus, dimittas perpendiculum, & regulam attollas eouſqꝫ, vbi videris finem ſectionum, quæ numero partium hypotenuſæ reſpondent, exquiſitè lineam perpendiculi attingere. Cæterùm hæc cum ſint ex eiſdem elementis conflata, ex quibus ſuperiora, obiter ita perſtrinxiſſe ſatis eſt, nunc iterum quadrantis vſum aggrediamur.

PROPOSITIO CXXVII.

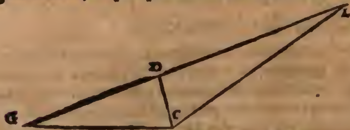
Si caſtrum aliquod in monte conſtructum ex inferiore loco per κάθετον uel ὑποτείνουσαν tormentis diruendum ſit, qua ratione negocium expediri debeat, ſequitur.

EXplicauimus hucuſqꝫ ferè totum fundamentum, cui ſphæras tormentarias eiaculandi artificium innititur, ſed quæ nunc deinceps perſequemur, ad rationem dimenſionis multiplicium linearum pertinent, quæ diſtantias, altitudines, aut baſes comprehendunt, pro varia locorum conſtitutione, quæ ſæpenumero occurrunt. Ac primùm hîc conſtituamus arcem aliquam in monte conſtructam ex inferiore loco tormentis expugnandam, id quod rarius quidem fit per κάθετον, ſæpius verò & commodius per ὑποτείνουσαν. Sed cum ad inuentionem hypotenuſæ opus ſit cognitione καθέτου καὶ βάσεως, qui hîc magna ex parte ſub terra concurrunt, & ex horum τετραγώνοις,

τῆς ὑποτεινούσης τετράγωνον conflatur, inueſtigabimus rationem, qua poſsimus has lineas dimetiri, aut his prætermiſsis per alium triangulum idem operis expediemus. Sit igitur conſtitutum ex g loco ſphæras eiaculari in l ſcopum, ex quo per montem deducatur perpendicularis l m. Ad hanc extendatur baſis g m, ita vt ad rectum angulum vtraq; concurrat, harum linearum magnitu-



dines inueniendę ſunt ex g & circũferentia eleuationis tormenti h k, eſt enim triangulum g l m rectangulum. Vt igitur inuenias l m & g m lineas, primò ſtatuatur inſtrumentum in c ſigno, & mobilis regula eleuetur in tantam altitudinem, vt per pinnacidia cõſpiciatur l ſcopus, quam hic metiatur f d circumferentia. Ex hoc loco retrocedas in g, vt tamen ab exquiſita baſi g m nihil deflectas, & iterum ſublata regula per pinnacidia l ſcopum obſerues, cuius obſeruationis altitudinem h k circumferentia deſignet. His ita conſtitutis, ex prima obſeruatione conſtat inuentum eſſe angulum l c m, qui ſublatus de ſemicirculo, reſtituit angulum g c l. Et ex ſecundæ obſeruationis circumferentia k h innoteſcit angulus l g c, ſiue l g m, qui idem eſt. Deinde g l c trigoni per dimenſionem in terra conſtat g c latus, quod comprehenditur locorum differentia primæ & ſecundæ obſeruationis. Tandem igitur concludimus, cum triangulus l g c tres angulos habeat notos cum latere g c per 52 primi Regiomontani, aut per quartam ſecundi eiuſdem, reliqua latera g l & l c inueniri poſſe.



Exempli gratia trianguli g l c, g c baſis conſtet 600 paſsibus, & primæ obſeruationis circumferentia d f ſit 80 partes, quibus ex ſemicirculo ablatis, reſtat angulus g c l 100 part. ſecundæ obſeruationis circumferentia h k ſit 30 part. quæ prętenditur angulo l g c. Erit igitur tertius angulus g l c 50 part. Iam nunc omnibus trigoni g l c notis angulis, ad inquiſitionẽ lateris g l procedamus primo per 52 primi Regiomontani in hunc modum. Igitur ex angulo g c l in oppoſitum latus g l ducatur perpendicularis d c, quæ per trigeſimamprimam

prim

primi Regiomōtani, cadit hîc intra trigonum. Et cum angulus d g c sit 30 partium, cuius sinus 50000 erit alter acutus g c d 60 part. & sinus rectus 86602. Ad inuentionem lateris g d constituentur numeri in hunc ordinem 100000, 186602, 1600, & absoluta operatione emerget g d $519\frac{61200}{100000}$. Iterum vt inueniatur perpendicularis d c, statuentur numeri hoc modo 100000 |50000|600. Post absolutam operationem exorietur latus d c 300. His iuuentis progredieris ad inuentionem lateris d l trigoni d l c. Sinus anguli d l c est 76604. Quare numeri ordinabuntur hoc modo, cum alter acutorum d c l sit 40 part. 76604|64278|300, & operatione perfecta, inuenietur d l latus $251\frac{55796}{100000}$. Quare ex summa coniunctarum g d & d l constabit tota g l linea 771 & aliquot fragmentis. Eandem g l inueniemus iterum per primam secundi Regiomontani in hunc modum. Cum angulus g c l constet 100 part. erit sinus 98480. Quare numeri collocentur hoc ordine 76604|98480|600, & operatione ad finem perducta totum g l latus emerget $771\frac{26316}{76604}$. Cum autem trigonorum ὀρθογωνίων c l m & g k m innotescant latera c l & g l vnà cum angulis l c m & l g m per 29 primi Regiomontani ratiocinari licet cathetum l m cum basibus c m & g m, quibus inuentis, facillimum fuerit ex collatione hypotenusæ cuiuslibet tormenti & eius itineris, quòd sphæræ percurrent (in quacunque parte ipsius g m machina constituatur) siue per rectam lineam in præfixum scopum, siue per cathetum in eundem, quomodo res expediri debeat. Nam ad quamlibet distantiam tormenti ab m loco per vigesimamsextam primi Regiomontani totius itineris magnitudinem ratiocinabimur. si id vis tormenti possit emetiri citra iacturam sumptus ac laboris, rei periculum facere licebit.

PROPOSITIO CXXVIII.

Si tormenta in montibus constituantur, qua ratione sphæras in urbem, aut quemuis inferiorem locum eiaculari liceat.

NVnc quoties artifices ex montibus sphæras eiaculantur in præfixa loca, quomodo rem ipsam expediant, hoc loci considerandum est. Interdum hîc contingit, vt scopi in arcibus aut turribus præfixi in eadem consistant altitudine cum loco tormenti, in quo situ sphæra per libellam decurrit, siue lineam Horizontis plano æquidistantem. Huius igitur opus erit exacta dimensione, vt certò constet, vtrum hęc tormenti hypotenusam excedat, an non: hoc negocij sine omni difficultate expedies, etiam si in inferiorem planiciem non descenderis in hunc modum. Ex commodissimo vbi tormentum statueretur, loco præfixum scopum & aliud quoddam signum in montis superficie collocatum per quadrantem intuearis, quorum distantię angulum diligenter obserues. Dehinc progrediaris in illum locum, vbi signum constitutum apparet, in quo simpliciter eandem obseruationem repetas, ita tamen, vt præfixum scopum & primæ stationis locum per instrumentum inspicias, & angulum distantiæ, siue positionis (vt vocant) etiam notes. Habes hîc iam triangulum, qualecunque sit non refert, cuius duo anguli per obseruationes sunt noti, & vnum ex lateribus cōmodissimè per dimensionem in terra deprehendi potest. Quare per quartam secundi Regiomontani reliquorum laterum magnitudines facilè inueniri posse cōcludimus. Ex sequenti figura euidentius ipsa res intelligetur. Sint igitur constituti quatuor scopi a b c d, qui ex locis f k g tormentis sunt infestandi. Ad hoc in primis opus est dimensione linearū f a, f b, f c, f d, & reliquarum similiter, quæ ex g & k locis in eosdem scopos deducuntur, quam



abſolues hoc modo. Ex f loco per inſtrumẽtum aſpicias a,b,c,d,& ſignum aliquod in g conſtitutum. Hinc anguli diſtantiarum d f g,& c f g &c. omnes innoteſcunt. Iterum ex g loco eodem modo, quo antè, intuearis d, c, b, a, & primæ ſtationis f locum. Hinc etiam anguli diſtantiarum d g f, a g f & reliqui ſtatim inueniuntur. Multos hîc iam trigonos conſtitutos habes, quibus omnibus eſt communis baſis f g linea, ſed qua ratione ſit hęc metienda, non eſt cur ego hîc admoneam. Omnium autem horum triangulorũ anguli ſunt noti, vt, exempli gratia, trianguli f d g, duo anguli d f g,& f g d per obſeruationes ſunt inuenti, qui ex ſemicirculo ablati, tertium f d g notum relinquunt:& baſis ipſa f g nota conſtituitur. Reliqua igitur latera f d & d g latêre non poſſunt. De reliquis omnibus idem eſto iudicium. Supereſt nunc, vt ex collatione videas, an vis tormenti has lineas exequi poſsit: ne fruſtra rem & laborẽ conſumas. Conſtat igitur ratio, qua ſphæras eiaculentur artifices, vt in præfixos ſcopos per libellam, aut altiora itinera incurrant.

PROPOSITIO CXXIX.

Qua ratione tormento in monte collocato, piceæ ſphæræ, ſiue ignis extorqueri debeant, ut per cathetum in inferiora loca deuoluantur.

ANtegreſſa propoſitio huic maximè inſeruit, vt ex mõtibus ignem aut piceas ſphæras ita in altum extorqueas, vt ex præcipitio in inferiora loca, quæcunq; fuerint præfixa, deuoluantur. Nam inuẽta linea diſtantiæ, & cognita tormenti hypotenuſa, quantus eſſe debeat angulus eleuationis ex præmiſſis facilè perſpicies. Sed exemplo hanc rem manifeſtius explicemus. In f turrim conſtitutum ſit emittere ſphæram piceam, vt ex præcipitio b in ipſam delabatur, hîc conſiſtente in a tormento, ex præcedente propoſitione inuenienda eſt a f diſtantia. Quare eam notam eſſe hîc conſtituimus, vnà cum hypotenuſa tormenti a b ex hypoteſi. Et cum angulus a f b ſit rectus, facilè circumferentiam eleuationis d c deprehendes.

PROP



PROPOSITIO CXXX.

Quomodo sphæræ ex castris in ædificia intra urbis mœnia constituta sint eiaculandæ.

HIs constitutis, sequitur vt expediamus quomodo sphæræ tormẽtarię sint extorquendæ, vt in præfixa vrbis loca deferantur, quæ tamen intra mœnia constituantur. Cum autem hic sit manifestum distantiam tormenti à loco præscripti catheti per terram nullam dimensionem admittere, alia via & ratione rem eandem aggrediemur: idq; adminiculo quartæ propositionis secundi Regiomontani in hunc modum. Quando tormentum eo loci collocaueris, ex quo proximè & commodissimè sphæras eiaculari possis, assumpto instrumento angulum altitudinis præfixi scopi diligenter obseruabis. Dehinc retroceces ad certum loci interuallum, ita tamen, vt à primæ obseruationis recta linea in neutram partem deflectas, & iterum circumferentiã, quæ καθέτῳ prẹfixi loci obtenditur, dimetiaris: tum interuallo vtriusq; obseruationis locorũ per exquisitas dimensiones explorato, dicimus totius itineris lineã, quam sphęra decurret, per quartam secundi Triãgulorum inueniri posse. Id qua ratione fiat ex sequentis schematis demonstratione manifestius innotescet. Sit igitur constitutum in prẹfixum h scopum sphęras eiaculari ex d loco, vt in eundem per hypotenusam d h incurrat. Manifestum est hic si accessus daretur ad g infimum catheti h g locum facillimè ipsam d h inueniri posse. Sed cum in terra d g dimensionem non admittat, primùm ex d signo obseruatur instrumento h locus, ex qua obseruatione innotescit e f circumferentia eleuationis tormenti. Deinceps ex d retrorsum instituitur processus in a locum: ita vt a d linea coeat in eandem rectam cum d g, ex quo iterum h signum conspicitur, sub angulo h a g Iam nunc constitutum habemus triangulum h a d, cuius a d basis per dimensionem in terra sine omni negocio deprehenditur, quæ duos angulos sustinet, quorum d a h ex secunda obseruatione inuenitur, sed alter a d h, cum fuerit h d g angulus ex semicirculo sublatus, restituitur. Quare tertius angulus a h d extemplo notus emergit. Superest nunc, vt per quartã secundi

Regiomontani ipſa d h hypotenuſa inueſtigetur in hunc modum. Cum ſinus rectus anguli a h d ad baſin a d eandem rationem conſeruet, quam ſinus anguli h a d ad lineam ipſum reſpicientem d h, ex regula proportionis totum negocium abſoluetur. Multiplicetur ergo ſinus anguli d a h in a d lineam, & productum diſtribuatur in ſinum anguli a h d. Hinc tibi tota d h hypote-



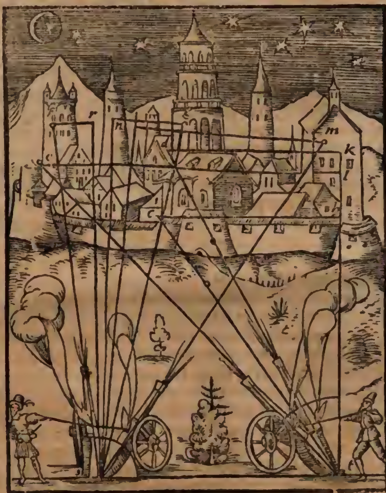
nuſa cognita prodibit, quæ ſi minor fuerit vi tormenti totam rem facillimè licet expedire. Neq; hîc opus eſt inuentione perpendicularis h g, aut baſeos d g, cum altitudinis arcus f e ex prima obſeruatione innotuerit. Sed iam fingamus occaſionem poſtulare, vt ſphæra picea, ſiue ignis eiaculandus ſit in altum, vt per κάθετον in h locum deuoluatur. Hîc requiretur nota magnitudo d g βάσεως, quam vigeſimamnonam primi Regiomontani ſubminiſtrabit. Nam trigoni rectanguli h d g. per obſeruationem cognoſcitur alter acutorum angulorum, vnà cum hypotenuſa recti anguli d h, quæ ſemper minor eſſe debet ipſius vi tormenti, antea per hypotheſin cognita. Tandem 27 primi Triangulorum circumferentiam eleuationis tormenti, quæ neceſſariò (ſicut anteà demonſtrauimus) in hoc ſitu maior eſt ipſa f e, in lucem producet. Hîc ſcire licet eãdem ferè demõſtrationem eſſe huius propoſitionis & illius, in qua rationem oppugnandi arces in montibus conſtructas tradidimus, ſed craſsiore Minerua hæc explicare volui: vt cõmodius etiam diſcentibus inſeruirem.

PROPOSITIO CXXXI.

Quomodo intempeſta nocte tormenta ſint collocanda, ut in quoſcunq; ſcopos præfixos eadem commoditate, qua in medio die, exquiſitè ſphæras eiaculentur.

NOn eſt exigua cõmoditas, quòd eadem facilitate & certitudine in denſiſſimis noctis tenebris quęlibet pręfixa urbis loca ſphæris tormentarijs liceat expugnare, qua in media & clariſsima diei luce. Ac ſanè minimo negocio, ſi attentius tecũ expenderis, tota res abſoluitur. Etenim cum ad exquiſitas eiaculationes

culationes maximè necessaria sit cognitio distantiæ tormenti à basi præfixi scopi, & eius itineris, quod sphæræ dimetientur, cõmodissimè hę duę partes in clara luce perfici possunt. Verùm, vt axis tormẽti in tãtam altitudinem exactè ad quadrantem eleuetur, vt in eandem rectam lineam cum præfixo nobis scopo coeat, ex antegressis propositionibus facillimè intelligitur. vt tamẽ euidentius huius negocij totam rationem discentes perspiciant, explicatius & copiosius, quædam hîc euoluenda videntur. Igitur quęcunque loca nocte, aut etiã die cum nebulæ conspectum eorum oculis intercipiunt, tormentis infestare constitueris, exquisitissimis dimensionibus in clara luce (sicut antea præscriptum est) quãtum ab ijs locis, in quibus machinæ collocandæ sunt, ea distiterint, & supra eadem eleuentur, experiaris, vt hinc deinceps singulorum colligas hypotenusas. Quo expedito, collocabis quadrantem in eum situm, vt cum præfixo loco in eadem plana cõsistat superficie, secundum cuius ductum in subiecta basi rectam lineam designabis. Eodem modo in reliquis locis negocium expedies. His ita confirmatis, si axis tormenti iuxta distantiam & inuentam antea hypotenusam supra designatam lineam attollatur, quocunque tempore id contigerit, eadem ratione res succedet. Ac si ex vno eodemque loco plures tibi scopos feriendos constitueris, per circumferentiam ducti circuli designatas lineas optimè distingues. Constituamus ergo de nocte ex aduersa parte feriendos esse



scopos, e, f, c, d, n, quorum singuli suis cõstant triangulis: vt locus e triangulo e t l, ita vt e t sit hypotenusa, e l cathetus, & l t eiusdem basis, siue à tormento distantia, cuius partem aliquam prope t in terra signandam esse dicimus. Eodem modo reliquorum triangulorũ bases, nimirũ s r, n s, c h, & c k per partes ordine designabis, quas deinceps (sicut in cõstituto schemate perspicitur) du-

ctis ex centris s & t circũferentijs, aut adſcriptis ſingularum nominibus diſtinguere licet. Hîc iam conſtituimus ex baſibus & cathetis per antegreſſas propoſitiones ſingulorum inuentas eſſe hypotenuſas, quæ facta collatione breuiores ſint ijs tramitibus, quos vires tormentorum exequũtur. His ita expeditis, eodem modo quo de die, axes tormentorum ad inuentas ex hypotenuſis & cathetis circumferentias eleuabis. Nec diſsimili ratione rem tentabis, ſi ignem aut ſphæras piceas ex perpendiculo in ſubiecta loca volueris deuolui. Cæterùm ipſa res cum ex his ſatis manifeſta ſit, ad ſequentium tractationem progrediamur.

PROPOSITIO CXXXII.

Ex urbana turri ſphæras in caſtra hoſtium eiaculari.

EXploremus nunc deinceps, quomodo ratio ſit inſtituenda, vt ex turribus vrbanis in caſtra hoſtium ſphæræ per κάθετος deijciantur. Nec enim alia ratione licet rem expedire, quoties hoſtium ſedes firmiſsimis propugnaculis à fronte ita ſeptæ aut munitæ fuerint, vt ab hac parte extra omnem periculi metum cõſiſtant. In primis huc requiritur exquiſita dimenſio eius itineris, quo caſtra diſtiterint à baſi huius loci, ex quo ſphæræ ſint eiaculandæ. Hoc operis ſatis cõmodè & exactè abſolueris, modò ſuprema loci altitudo nõ omnino exigua fuerit, ita vt manifeſtã ad ipſius diſtantiæ lineam obtineat rationem quam oculorum proſpectus cõprehendere, aut ſatis aſſequi poſsit. Quo conſtituto, per 29 primi Regiomõtani oblatam quæſtionem explicabis in hunc modum. Ex ſuprema loci, ad quam pateat acceſſus, altitudine aſſumpto inſtrumento angulum interualli inter caſtra præfixa, & baſin huius loci intercepti exquiſita dimenſione obſeruabis. Quo inuento, etiam obſeruationis tuæ loci altitudinem ſupra baſin inueſtigare oportebit. Habes hîc iam triangulum ὀρθογώνιον cuius alter acutorum angulorum per obſeruationem, & perpendicularis linea innoteſcunt. Eſt autem eadem ratio (vt ſæpius oſtendimus) ſinus anguli complementi ad inuentam altitudinem, quæ eſt ſinus anguli obſeruationis ad diſtantiam locorum inquiſitam, ex quibus magnitudinibus tres quidem innoteſcunt. Quarta igitur per regulam proportionis latêre non poteſt. Quando hæc locorum diſtantia ita fuerit depræhenſa, vigilantiſsimè conſiderandum eſt, vt cum in editioribus locis tormenta conſtituantur, & ſphæræ ſint in altum extorquendæ, vt in eleuationibus axium (non ſecus quàm in terra) libramenti rationem habeas. Nam æquè hîc neceſſarium eſt, vt axes attollantur ſupra lineam παράλληλον τοῦ διὰ τὸ ἐπὶ τὴν ἔμπτωσιν ἐπιφανῆς διεκβαλλομένου ἀκλινοῦς ἐπιπέδου, ſicut ex ſequenti ſchemate manifeſtius eluceſcit. Sint igitur ex locis d & c eiaculandæ ſphæræ piceæ, vt per κάθετον l n in ſubiecta caſtra deuoluantur. Primum ex ſuperiore turris altitudine f ſub angulo h f g obſeruetur locus n & ex f ſigno deſcendat perpendicularis in n b ſubiectam baſin f b, quam dimiſſo perpendiculo, aut ex certa dimenſione cognitam habere oportebit. Erit igitur baſis n b diſtantia, cuius magnitudo per obſeruationem inquiritur. Iam verò conſtat τριγώνου ὀρθογωνίου, n f b vnum latus, nimirum f b, cum altero acutorum angulorum, ſcilicet n f b. Quare per vigeſimamnonam primi Regiomontani, baſis n b latêre non poteſt, cui ex locis c & d per trigeſimamprimam primi Elementorũ agantur ęquidiſtantes lineę c m & d k, in l n catheton, quas inter ſe ęquales eſſe conſtat. Super has dicimus eleuandos eſſe axes tormentorum, qui ſunt in rectis lineis d l & c k iuxta quãtitatem anguli ex hypotenuſis & recta n b adminiculo tabularum ſinuum collecti, vt exactè ſphæræ delabantur in n caſtra. Sed quomodo in eleuationibus libramentum, quod conſiſtit in lineis c m & d k poſsit obſeruari, id alibi copioſè demonſtrauimus:



uimus: nimirum, vt suspenso ad quadrantem perpendiculo, quod in basin ad rectos angulos decidat; subiectam in plano superficiem constituas, vt illi æquidistet. Manifestum est hinc, si linea distantiæ æqualis esset tormenti hypotenusæ, axem non esse supra libellam eleuandum, sed exquisitè in eandem collocandum.

PROPOSITIO CXXXIII.

Si tormenta intra urbis mœnia constituta fuerint, quomodo sphæræ sint in castra hostium extorquendæ.

HOc loci considerandum est nobis qua ratione fieri posit, vt constitutis intra mediam vrbem tormentis sphæras artificiosè eiaculeris, vt in castra hostium exquisitè deuoluantur, id quod commodissimè & tutò sanè licet expedire. Nec enim illi, qui sunt in castris, indicio fumi aut ignis, ex quibus locis excutiantur sphæræ, certò possunt deprehendere. Sed hoc negocium exactam in primis requirit eius itineris dimensionem, quod inter locum constitutæ machinæ & castra, aut aliud præfixum signum concluditur. Igitur in huius inuentione tota præsentis tractationis summa consumetur: nam hypotenusam tormenti antea ex hypothesi notam esse constituimus. Vt autem hoc operis commodius absoluatur, inuestigandus erit in mœnibus locus, qui consistat in eadem cum præfixis castris & axe tormenti plana superficie, quæ ad rectos angulos adminiculo perpendiculi supra Horizontē sit erecta. Hunc sine omni difficultate deprehendes, si planā tabellam in eum situm constitueris, vt radio visus à superficie illius nihil declinante, & castra & constitutus machinę locus aspiciantur. Ex cuius inuentione cōstabit (vt vocant) angulus positionis. huius obseruationis vsus est, vt illam mundi partem designes, in quam sit axis tormenti constituendus. Per hanc obseruationē loco sic inuento, vteris ad inuestigationem lineę inter castra & locū tormenti interceptę: idq; in hunc modum. Ex constituto loco diligenter obserues per quadrantem ipsius alti-

tudinem, tam supra scopum tibi præfixum, quàm situm tormenti. Id autem efficies, sicut alibi demonstrauimus, per primam secundi Regiomontani, vel ea ratione, qua superficies terræ ad libellam æquari ostendimus. Sed hîc optimum fuerit per descriptionem circumiacentium locorum, quam alibi explicauimus, distantias castrorum ab ipsis mœnibus multo antè exactè constitutas habere, quæ postea ad omnes occasiones promptissimè vsui esse possint. Exemplo facilius rem ipsam intelligent discentes. Constituantur ergo intra



vrbis mœnia tormenta in locis a, d, g, k, ita vt ex a sphæræ expulsæ in b deuoluantur ex d in f, g in h, & k in l: manifestum est hîc opus esse dimensione linearum a b, d f, g h, & k l, quæ comprehendunt distantias inter præfixa loca & tormentorum situs interceptas, idq; non tantùm, vt circumferentias in quadrante, supra quas axes machinarum eleuari debeant, metiri possis: verumetiam, vt in quas mundi partes sint deflectendi, ne extra planas superficies finitori πρὸς ὀρθὰς insistentes, collocentur, quæ singulis distantiarum lineis, tanquam basibus sustineantur, certissimè constet. Vt autem melius ipsa res intelligatur, assumamus triangulum k p l, cuius vnum latus, scilicet rectum angulum subtendens k p ex hypothesi notum cõstituimus, sed basis k l, cum magna ex parte sub terra occultetur, inquiri debet. Memineris hîc etiam nos k & l in eandem altitudinem cõstituere, & ex r loco, qui est in mœnibus, tam l signum præfixum, quàm k situm tormenti posse videri. Sed huius rei demonstrationem, vt cõmodius explicemus, aliam figuram designabimus. Primum nobis hîc inueniendus est r locus intra vrbis mœnia, ex quo per superficiẽ planæ tabellæ f h g, cui ex suprema parte perpendiculum appendimus, vt illa supra Horizontem ad rectos angulos collocetur, commodè inspiciatur tam l, quàm k loca, & l quidem per rectam g l, k verò per f k lineam. Inuento igitur r puncto, perpendicularis dimittatur in l k basin, quæ sit r m. Hanc dicimus inueniri posse si r & k loca (sicut alibi ostendimus) ad libellam æquaueris, aut post k locum per duas obseruationes, auxiliante prima secundi Regiomontani, quemadmodum superius manifestè videre licet. Iam

verò



verò trianguli r m k constituto vno latere, nimirum r m, & angulo r k m per alteram obseruationem cognito, etiam basis m k latere non potest. Porrò cum r m sit perpendicularis ipsi l k, erit etiam triangulus r l m ὀρθογώνιος, cuius vnum laterum, scilicet r m est notum, & alter acutorum angulorum, nimirum l r m per obseruationem deprehenditur. Quare per vigesimamnonam primi Regiomontani basis l m facillimè inuenietur. Ex coniunctis autem l m & m k tota l k constituitur. Distantia igitur inter præfixum scopum & k locum tormenti cognoscitur. Tota verò k p tormenti hypotenusæ adæquatur. Ergo per vigesimamseptimam primi Regiomontani angulus eleuationis non latebit. Et hoc tandem considerandum est, vt axis tormenti collocetur in eandem superficiem cum r signo. Cęterùm, vt exactius cognoscas, vtrum locus l eandem occupet altitudinem quàm k. consultius id fuerit multo antè per accuratas obseruationes experiri. Quòd si hoc neglectum fuerit, difficilius quidem intra vrbem negocium perficietur: attamen qua ratione id fieri possit, non inutile fuerit, vt consideremus. Primùm ergo collocemus castra in altiorem superficiem, quàm sit locus tormenti intra vrbem: vt in sequenti figura perspicitur. Sit constitutum ex c loco sphæras eiaculari, vt ex præcipitio in d incidant. Vt hoc commodè fieri possit, opus est dimensione lineæ c f, quæ tota ferè sub terra latet. Ad hoc assumo altitudinem cuiusdam vicinæ turris, scilicet k l, ex cuius altitudine summa k per instrumentum obseruetur signum d. Hinc innotescit angulus d k g. Iterum si infra k ex h loco intuearis d, offeretur angulus d h g, qui sublatus ex semicirculo, restituit angulum d h k. Iam verò trianguli k d h inuentis duobus angulis, & vno laterum scilicet k h, quod demisso perpendiculo facillimè licet dimetiri, constituto per 52 primi Regiomontani, aut per quartam secundi eiusdem reliqua latera innotescent. Deinde assumas triangulum rectangulum d h g, cuius ex secunda obseruatione alter acutorum angulorum, nimirum d h g innotuit, & per quartam secundi latus rectum angulum subtendens h d. Quare per vigesimamnonam primi Regiomontani d g basis inueniri potest, cui æquidistat, & æqualis est f l linea. Sed l c linea ex dimensione in terra facilè deprehenditur, & ex summa cōiunctarum f l & l c tota f c cōstituitur. Et cum trigoni rectanguli d f c inuenta sint duo latera, scilicet d c & c f, per vigesimamseptimā primi

Regiomontani angulus eleuationis f c d cognoſcetur. Tandem, vt axis tormenti collocaretur in eandem ſuperficiem cum d loco præfixo, conſtitutum eſt b ſignum, ex quo tam c quàm d commodè videri poſsit. vtriuſq; verò altitudinis differentiam, quæ conſtat d f, item æquali g l non difficile fuerit metiri, ſi k g ex k l auferas. Sed iterum inuerſo ordine collocemus caſtra in inferiorem locum, & tormenti ſitum in ſuperiorem, tum paululum mutata ratio erit. Sint ergo caſtra in c, tormenti ſitus in a, ex quo ducatur recta linea a d,

ita vt in libella conſiſtat, & ſupra c locum finiatur. Ad huius inuentionem tota referetur demonſtratio. Differentiam altitudinis in vtroque loco deſignant perpendiculares lineę d c & l g, hypotenuſa tormẽti a f, cathetus f c. Hic ite-

rum

rum ad dimensionis rationem vsurpetur vicinæ turris altitudo h l, quæ extendatur vsque in g ad altitudinem æqualem c, & ex signis h, k ducantur rectæ in c. Ex prima obseruatione cõstat angulus c h g, ex secunda verò c k g, qui subductus ex 180 part. circuli, relinquit angulum c k h, sed latus h k trianguli h c k metitur perpendiculum. Ergo per quartam secundi Triangulorum c k latus innotescit. Iam nunc trigoni rectanguli c k g constat vnũ latus cum acuto angulo c k g per secundam obseruationem. Quare laterum c g & k g rectum angulum ambientium magnitudines 29 primi Regiomõtani notas producet: si iam subtraxeris k l ex k g, altitudinum differentia g l patefiet. Porrò æqualis est c g ipsi d l per 33 primi Elementorum, quæ copulata l a lineæ totam d a constituit. Et cum a f hypothesis inuentam esse constituat, angulus eleuationis f a d non latebit: b signum vtriusque obseruationis locum hic iterum designat, vt axis tormẽti in eandem superficiem deflectatur. Ita vides eandem demonstrationem vtrique locorum constitutioni satisfacere.

PROPOSITIO CXXXIIII.

Quomodo collocatis post montem tormentis, sphæræ in urbem posśint extorqueri.

ETsi castra propugnaculis à fronte satis muniri posśint, vt citra periculum sphæras in vrbem liceat eiaculari, tamen occasione oblata, si post montem constituta fuerint tormenta, etiam commodisśimè rem expediri posse ostendemus. Tota ferè linea distantiæ, quæ inter loca tormentorum in hoc situ & præfixos scopos intercipitur, satis profundè sub terra delitescit, sed tamen eius magnitudinem inueniri posse infallibili demonstratione declarabimus. Primò omnium in summa montis superficie, ex qua prospectus pateat in præfixa loca, breuisśimam distantiæ lineã per duas obseruationes (vt superius explicauimus) exquisitisśimè dimetiaris. Hoc in loco relicto signo retrocedas per rectam lineam in eam vsque partem, ex qua locum in quem tormentum collocabitur in vna eademque superficie certisśimè conspicias. Id operis non difficulter absolues, si duas planas tabellas, ita in eandem rectam lineam constitueris, vt per vnius, quæ vrbem spectat, planam superficiem præfixum scopum intuearis, per alterius verò, locum, in quem tormenta constituentur. Distantiam harum tabellarum facilè metiri licet, si loca earum, modò superficies interualli inæqualis fuerit, ad libellam æquaueris. His constitutis superest, vt exquisitis dimensionibus obserues quanta sit distantia loci tormenti à basi perpendicularis, quæ ex posterioris tabellæ loco in ipsam deducitur. Id autem experieris per duas obseruationes auxiliante quarta secundi Regiomontani, vt sæpius ostendimus. Ex his dimensionibus cognoscuntur tres lineæ, quarum summa totam inquisitæ distantiæ magnitudinem constituit. Hîc iam vlterius considerandum est, an axis tormenti posśit in tantam altitudinem eleuari, vt supra montis superficiem sphæræ posśint extorqueri, id quod non difficulter deprehendes, si angulum eleuationis tormenti, qui ex hypotenusa & oblata distantia colligitur, cum eo contuleris, qui ex altitudine posterioris loci obseruationis in montis suprema superficie, & eiusdem à loco tormenti interuallo constituitur. Semper enim hîc necessarium erit, vt hunc minorem habeas illo, nisi omnem operam & sumptum frustra volueris consumere. Tandem, vt axem tormenti exactè constituas in eandem planam superficiem cum loco præfixo in posterioris obseruationis loco signum relinquas, cuius intuitu vel indicio facillimè id expedies. Nam hoc eandem occupare superficiem ex hypothesi antea cõstitutum est, Inuenta igitur linea distantiæ, & communi

superficie securè negocium licebit experiri. Sed ex sequenti figura omnia m nifestius intelligentur. Sit ergo constitutum ex a loco sphæras eiaculari, vt in k scopum deuoluantur. An hoc commodè fieri posit experiri licet ex dimensione distantiæ a n, in quam ducta est ad rectos angulos k n, quæ præfixi loci est perpendicularis linea, sed a n rectę adæquantur tres lineæ, nimirū g l, b g,



& a f cum eidem æquidistent. Primum ex montis summa superficie per instrumentum intuearis & k præfixum scopum, & aliud in montis latere signū quod sit h. hinc innotescit angulus h g k. similem obseruationem si repetiueris in h, ita vt k & g signa inspicias, offeretur angulus g h k, sed lineam h g in montis superficie licet metiri. Cognitis ergo trianguli g k h duobus angulis cum vno latere, quarta secundi Regiomontani g k lineam subministrabit. Constituimus autem g l lineam in directum ipsius b g, cui r g perpendicularis occurrit in g puncto. Quare angulus r g l est rectus. si nunc constituamus quadrātem intra angulum r g l ac inspiciamus per regulam pinnacidia k signum offeretur angulus k g l, eiusdem trigoni rectanguli. Cum ergo constet g k per 29 primi Regiomontani g r latus notum constituetur, cui æquidistat & æqualis est r n. Ex g signo retrocedas in b, quem locum in eo situ esse constituimus, vt per eandem planam superficiem, quæ libellam ad rectos secet angulos, radius visus tam in a, quàm in g deferatur, b g lineę dimensio securè experitur, cui æqualis f r. His ita cōprobatis, relicto in b signo, descendendum erit in inferiorem planiciem, vt experiaris f a lineæ magnitudinem. Duabus obseruationibus hanc rem expedies, quarū prima fiat hic in c, ex qua innotescit angulus b c f, qui sublatus ex semicirculo restituit angulum a c b. Secunda sit in a, quæ producit angulum b a c. Sed a c obseruationū distantia per dimensionem in terra cognoscitur. Quare per primam vel quartam secundi Regiomontani a b latus trianguli a c b patefiet, & hoc cōmune est trigono rectangulo a b f, cuius alter acutorum angulorum ex obseruatione inuentus est. Ergo 29. primi Regiomontani basin f a notam constituit, & ex summa coninnctarum f a, f r, & k n tota a n conflatur, quę inueniēda erat. Iam autem cognita hypotenusa tormenti a m, angulus eleuationis a m n per 27 primi Regiomontani

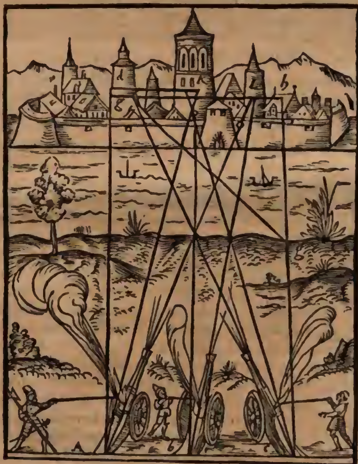
montani

montani patefiet. Cæterùm, vt antea admonui, vigilanter eſt obſeruandum, an ex hac eleuatione ſphæra poſsit extorqueri, ne infra b ſignum in montem incurrat. Quare angulus b a f conferendus eſt cum angulo m a n, qui ex conſtituta hypotenuſa, & diſtantia n a deprehenſa colligitur, vt ſemper hic magnitudine vincat illum. Tandem exquiſitè collocetur axis tormenti ſupra f a lineam, quæ eſt in communi ſuperficie cum præfixo k ſcopo.

PROPOSITIO CXXXV.

Tormentis ultra flumen conſtitutis, quomodo ſphæræ debeant extorqueri in præfixa urbis loca.

COmmodiſsimè etiam fieri poteſt, vt collocatis vltra fluuiū vrbem præterlabentē tormentis, in quæuis præfixa loca ſphęras eiaculeris. Sed quibus obſeruationibus dimenſionem interualli inter cathetū pręfixi loci & tormentum concluſi liceat abſoluere, etiam neglecta latitudinis fluuij quantitate, hoc loci nobis conſiderandum eſt. Primùm in ſuperficie maximè plana, vbi proximus detur acceſſus, aſſumpto inſtrumēto, præfixum ſignum inſpicias. Dehinc retrocedas per eandem rectam lineam ad quātam volueris loci diſtantiam, vt eandem obſeruationem repetas. Sin autem ſuperficies oblata fuerit inæqualis, eam ad libellam æquari oportebit, vt diſtantia inter obſeruationum loca intercepta exquiſitè innoteſcat. His cōſtitutis 52 primi, vel prima, vel quarta ſecundi Regiomontani negocium abſoluet. Nam ex obſeruationibus noti ſunt duo anguli, quos baſis nota ſuſtentat. Quare reliqua latera non latebunt. ſed per exemplum melius ipſa res intelligetur. Sint ergo pręfixi in vrbe ſcopi, in quos



ſphæras exactè velis eiaculari k, l, & f, ex conſtitutis in terra locis a, b, c. Si ergo ex a in k eiaculeris, erit linea diſtantię, quæ cum præfixi loci catheto ſub terra

concurrit a d, si in l, erit a g. Si autem ex b in l. erit linea distantiæ b k. Sed si ex c in f, distantiam comprehendet c h linea. Videamus nunc qua ratiocinatione possint harum linearum magnitudines colligi. Ad hoc nobis assumatur c f h triangulus. Primum hic statuatur in g instrumẽtum, vt sublata regula per pinnacidia intuearis f signum. Ex hoc loco regrediaris in c, ita vt à recta linea c h in neutram partem deflectas: ex quo eandem obseruationem loci f repetas. Iam ex prima obseruatione oblatus est angulus f g h, qui sublatus ex semicirculo, relinquit angulum c g f, ex secunda obseruatione innotuit angulus f c g. Sed obseruationum distantiam hic notam constituimus, cum in terra facillimè deprehendatur. Cum ergo trianguli c g f constituta basis c g duos sustineat notos angulos, per 4. secundi Triangulorum c f & g f latera patesient. Quòd si nunc hypotenusa tormẽti longè maior fuerit c f latere, ex c loco rem licebit experiri, sine cognitione distantiæ. Sed vim tormenti minorem esse, aut in tanto itinere nimis languescere statuamus. Erit ergo consultius, vt proximè admoueatur g loco, ita vt g f ex triangulo c f g cognitam minorem habeas, quàm sit hypotenusa tormenti. Et hic angulus eleuationis f g h ex prima obseruatione cõstat. Quòd si hinc distantiæ g h, aut totius c h, quæ tamen ad eiaculationes per hypotenusam necessaria non est, nisi ad eiaculationes per cathetum inuestigare volueris, facilè id efficies ex trigonis rectangulis c f h, & f g h. Nam vtriusq; constat vnum latus, cum altero acutorum, quare reliqua latera non latebunt. Eadem vteris demonstratione in locis a & b. At constitutum sit ex g sphæras emittere, vt per cathetum in f descendant. Hic cõstat linea rectum angulum subtendens f g cum acuto angulo f g h. Quare 29 primi Regiomontani g h basin aperiet. Et quantum hæc angulum cõstituat cum hypotenusa tormenti vigesimamseptimam primi Regiomontani indicabit, quem sanè maiorem esse oporteret angulo f g h. Si machina collocaretur in c, distantia c h ex trigono f c h innotesceret.

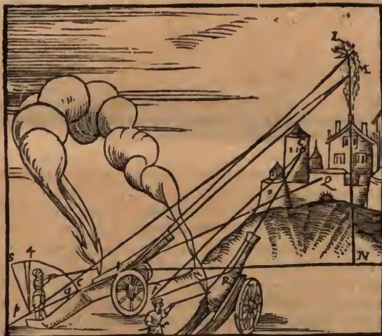
PROPOSITIO CXXXVI.

De ratione eiaculandi sphæras ex ijs locis, quæ cum præfixis scopis aut altiorem aut æqualem situm occupant.

SAepenumero multiplices locorũ situs occurrunt, ex quibus in scopos prę-fixos sphæræ sunt eiaculandæ. Nec enim vbiq; est ea loci constitutio, vt superficies sit exquisitè plana, & simul in libella conquiescat. Attamen quæcunq; hic offeratur occasio, semper ingeniosi artifices industria opus est, vt exquisitis dimensionibus exploret itinerum magnitudines, quas emetientur sphæræ, nisi sumptuũ & laborum iacturam subinde velis expectare. In illis quidem eiaculationibus, quę per ὑποτείνουσαν absoluuntur, facilius ac certius rem expedire licet, quàm cum ex perpendiculo in subiecta loca sphærę deuoluuntur. Quare generalem hic dimensionis rationem cõstituemus, qua diligenter intellecta & obseruata, qui alicuius sint ingenij, quomodo in alijs infinitis locorũ situbus res ipsa sit tentanda, ne infelicem sortiatur exitum, facili ratiocinatione colligent. Ac primùm hic eam loci superficiem assumamus, cuius partes superiores altitudinem prę fixi loci excedant, sed inferiores infra eiusdem situm constituãtur. In hac collocandum sit tormentum, vt sphęra per libellam in scopũ decurrat, cuius itineris magnitudinem, ideo cognitũ vtilem esse noueris, vt ex eiusdem collatione cum hypotenusa tormenti exactè deprehendas quãto cum impetu in constitutum locum sphęra sit incursura, neq; fallaris languidiore & segniore motu, quo defertur in fine cursus. Quo constituto, primã ex loco tormenti obseruationem aggredieris, in qua necesse est visus radiũ ita per pinnacidia transmitti, vt perpendiculum alteri quadrãtis lateri exquisitè adhęreat. Ex hoc loco

retrocedas ad quantamcunq; volueris loci diſtantiam, vt iterum inſtrumento obſerues,& primę obſeruationis locũ & ſcopum præfixum. Deinde opus erit, vt obſeruationũ loca ad libellam metiaris, & ſimul cognoſcas qua in parte ſecuerit ſinum rectum obſeruationis ſecundę radius viſus, qui in primę obſeruationis locum extenditur. Hoc cõſtituto, dicimus lineam diſtantiæ, quę ex pręfixo ſcopo in perpendicularem loci poſterioris obſeruationis πρὸς ὀρθὰς deducitur, à viſus radio eadem ratione ſectam eſſe cum ſinu recto eiuſdem obſeruationis, qui nimirum inter cathetum & dimenſionis lineam cõcluditur. Proinde cum ſit eadem ratio ſegmenti primi ipſius ſinus ad ſegmentum ſecundum, quę eſt diſtantię locorũ vtriuſq; obſeruationis in libella, ad interuallum quod inter prioris obſeruationis locum & ſignum pręfixũ intercipitur, ex 19 primi Triangul. totum negocium abſoluetur. Cõſtabit hinc tota magnitudo itineris, quod per libellam ſphæra decurret. Et hac inuenta, ſi per κάθετον ſphæras eiaculari debeas, antegreſſas propoſitiones conſulas. Cęterùm, vt euidentius rem intelligant diſcentes, figuram ſubijciemus. Sit ergo ſuperficies loci è regione vrbis, quę paulatim ex λ altius aſſurgat in n. Et in loco p collocãdum ſit tormentum, vt per libellam ſphęras eiaculetur in præfixum r ſcopum. Primò omnium hîc manifeſtum eſt p r diſtantię magnitudinẽ eſſe metiendam, vt exquiſitè explores an hanc emetiri poſſit vis tormenti. Quare cum expertus fueris p locũ tormenti in eadem altitudine conſiſtere cum r, retrorſum aſcendas in n locũ. Tum obſeruanti ex t ipſum r offeretur angulus diſtantię n t x, & intuenti p locum conſtituatur angulus n t b. Iam vero ſegmento n x ſubtendatur ſinus rectus x q. Et cum ſegmẽtum n b ſit minus radius viſus hunc ſinum in z ſecat. Porrò ex t deſcendat perpendicularis t c, cui ad rectos angulos occurrat longius extenſa r p recta in ſigno ſ. His ita cõſtitutis, dicimus eandem eſſe rationem q z ad z x, quæ eſt s p ad p r. Etenim cum duæ rectæ, nimirum x q & r s ad rectos angulos incidant in perpendicularem t c, conſtituuntur ipſæ per vigeſimamoctauam primi Elementorum παράλληλαι. Quare duo τρίγωνοι ὀρθογώνιοι t q x & t s r ſunt æquianguli, cum alterum acutorum, nimirum q t x habeant communem: & per quartam ſexti Elementorum latera, quæ ijſdem angulis ſubtenduntur, ſint proportionalia. Inſuper hi trigoni ſecantur à recta linea t p, in ſignis z & p. Hinc per ſecundam ſexti Elementorum concludimus eandem eſſe rationem q z ad z x, quæ eſt s p ad p r. Ex his quan-

titatibus três notas eſſe dicimus. Nam φ x eſt ſinus rectus arcus n x: cuius media ſectio z innoteſcit ex ſegmento n b, quod eſt obſeruationis loci x. Sed s p diſtantia patefit ex dimenſione æquationis locorum n & p ad libellam. Quarta igitur magnitudo p r per decimamnonam primi Regiomontani in lucem prodibit. Iterum conſtituamus ex k eiaculandas eſſe ſphæras piceas, vt in d locum ex præcipitio delabantur. Sit autem linea diſtantiæ, quæ cum præfixi ſcopi catheto πρὸς ὀρθὰς concurrit k l tormenti hypotenuſa k m. Opus erit hîc inquiſitione anguli l k m. quem dimetieris ex lineis l k, quæ antegreſſa dimenſionis ratione conſtat, & k m per hypotheſin conſtituta, idꝗ; adminiculo 27 propoſitionis primi Regiomontani. Sed tamen hîc altitudinem d l conferendam eſſe cum perpendiculari, quæ ex m deſcendit in l, vt hæc ſemper illa ſit maior, nemo non intelligit. His ita confirmatis, conſtituamus alteram loci ex aduerſo vrbis ſuperficiem, quæ paulatim vergat deorſum. In hac dimenſionum ratio, quæ ad eiaculationes requiruntur, nonnihil variata apparebit. Et manifeſtum eſt in huiuſcemodi ſitu ſphæras non per libellam, ſed ὑποτείνουσαν, aut κάθετον tranſmitti. Si ergo per ſolam ὑποτείνουσαν locum præfixum velis infeſtare aut concutere, per duas obſeruationes auxiliante quarta ſecundi Triangulorum tota res expeditè abſoluetur. neꝗ; hîc requiritur, vt baſis trianguli aut inſtrumenti in libramento conſiſtat, ſed explorato itineris totius decurſu, cuius collationem cum vi tormenti inſtituis, ſola viſus obſeruatione exquiſitam axis conſtitutionem deprehendes. Cæterùm ſi per κάθετον volueris ignem eiaculari, qui ex duabus obſeruationibus conſtituitur triangulus, etiam hîc nobis vſui eſſe poterit, ſi quantitatem anguli, quo ſupra libellam baſis eleuetur, abſolutè dimetiaris. Huius adminiculo colligetur linea diſtantiæ, quæ ex aſsignato tormenti loco ad perpendicularem præfixi ſcopi ad rectos angulos excurrit: ſicut ex ſequenti demonſtratione & figura manifeſtè apparet. Statuamus terræ ſuperficiem, quæ à mœnibus deſcendat q p. Sed



ex r loco ſphæræ ſint eiaculandæ in c præfixum ſcopum. Quare dimetienda erit tota r c itineris quantitas, quod ſphæræ decurrent. Prima obſeruatio loci c fiat ex r, ſecunda ex f. Hinc diſtantia r f ex dimenſione in terra innoteſcit, & anguli c f r, & f r c. Proinde per quartam ſecundi Triangulorum latus r c trianguli f r c patefiet, Quare ſi tormenti ὑποτείνουσα maior fuerit r c, ſecurè licebit

licebit ex r eiaculationes experiri. Manifestum est autem basin huiuscemodi trianguli in quamcunque partem posse transferri ad inueniendam r c magnitudinem. Iterum collocetur machina in k, ex quo loco sphæræ piceæ sint extorquendæ, vt ex præcipitio in m scopum deuoluantur. Sit autem ὑποτείνουσα tormenti k l, κάθετος l n & basis n k, quæ nobis hîc est inuenienda, vt constet angulus eleuationis l k n. Fiat ergo prima obseruatio loci m ex k. Inde innotescit quantitas anguli m k q, quo ex semicirculo sublato, restat augulus p k m. Secundam obseruationem constituimus in p, ex qua in lucem prodit angulus m p k. Distantiam locorum p & k per dimensionem in terra licet deprehendere. Proinde ex quarta secundi Triangulorum constabunt reliqua latera, scilicet k m & p m trianguli p k m. Constat hinc, si deprehenderis k m latus breuius esse tota vi tormenti tutò rem expediri posse. Cæterùm ad certam axis tormenti eleuationem etiam opus est dimensione anguli n k q, qui adiunctus prius inuento angulo q k m, totum m k n producet. Considerandum est igitur quantum superficies q p decliuis libramentum excedat, id quod manifestè constabit, si quadrantis basin q p lineæ, vt ad rectos angulos consistat, imposueris, & simul obseruaueris perpendiculi, quod recta in centrum descendat, cum circumferentia contactum, quod hic sit t p, & quæ declinat à perpendiculo circumferentia t s. Hanc à nobis demonstratum est alibi æqualem esse circumferentiæ, supra quam basis p q eleuatur. Iam verò cum basis ὀρθογωνίου τριγώνου k n ex hypothesi libramentum occupet, erit per 29 primi Elementorum æqualis huic inuentæ circumferentiæ, ea quæ angulo n k q prætenditur, sed antea cōstitutus est nobis angulus m k q. Totus ergo m k n non latebit. Et cum innotuerit m k linea per 29 primi Triangulorum basis n k nota prodibit. Insuper trigoni rectanguli l k n inuentis duobus lateribus, scilicet l k per hypothesin, & k n basi, per vigesimamseptimā primi Regiomontani angulus l k m, qui est eleuationis ipsius axis, notus emerget. Atque hoc est, quod demonstrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVII.

Quæ sit ratio dimensionis in effodiendis cuniculis sub mœnibus.

INuestigabimus etiam quibus dimensionibus opus sit, vt recto itinere sub quouis apparente intra vrbis mœnia loco cuniculi effodiantur. Et primò exquisitis obseruationibus totius meatus quantitatem, qui videlicet in perpendicularem præfixi nobis loci ad rectos angulos deducitur, facillimè deprehendemus. Deinde Magnetis adminiculo, ne in alteram partem ab eodem deflectamus, licebit efficere. Cæterùm, vt exactè tātam in fodiendo altitudinem obtineamus, quanta pręsenti negocio cōueniat, & occurrentibus in recto tramite impedimentis, in quam partem declinandum sit, vt cōmodè in pręscriptā viam redeamus, ex ipso locorum situ & constitutione accuratiori cōsideratione colligendum est. Et quāuis in huiuscemodi locorum sitibus multiplex admodum varietas offerri posit, tamen hîc simplicem rationem constituemus, cuius ductu & quasi indice quid alibi sit efficiēdum industrij artifices non difficulter ratiocinari posint. Vt autē ad rem ipsam propius accedamus, duabus obseruationibus magnitudinem totius tramitis, quem in fodiendo persequemur, auxiliante 4 secundi Regiomōtani inueniemus in hunc modum. Ex constituto fosionis loco assumpto instrumēto exquisitè obseruabimus angulum distantiæ alterius cuiusdam in terra signi & præfixi scopi. Similem obseruationem repetemus in loco apparentis signi, ita vt in cōspectum veniat & scopus & fosionis locus. Hinc etiam angulus distātiæ innotescet. Quare per 32 primi

Elementorū tertij anguli quantitas non latebit. Sed magnitudinem interualli, quod inter fosſionis locum & pręſcriptū nobis ſignum intercipitur, per dimenſionem in terra ſine negocio explorabimus. Qua inuenta, innoteſcet etiã quantitas eius lineę, quę ex foſsionis loco vſq; in pręſcriptum excurrit ſcopum. Supereſt igitur, vt demiſſo perpendiculo ex quadrantis centro angulum inclinationis, qui catheto & hac linea comprehenditur conſideremus. Hoc cõſtituto, innoteſcit baſis trianguli orthogonij, quæ nimirum ex præſcripto ſcopo πρὸς ὀρθὰς in hunc cathetum extenditur. Atqui hęc totius meatus effodiendi, qui recto itinere ſub centrum ſcopi deducit, magnitudinem in lucem profert, cuius indicio manifeſtè conſtabit, ne vltra præſcriptum terminum præteruehamur, néue citra eundem conſiſtamus. Vt tamen conſtitutum meatum rectè ingrediamur, ne errore ſeducti à vero itinere declinemus, Magnetini indicis vſu conſequemur. Diligenter enim ex foſsionis loco per inſtrumẽtum obſeruabimus circuli ſegmentum quo à certa mundi plaga ſitus pręſcripti loci diſtiterit. Tum vigilanter operam dabimus, vt in toto itinere inter fodiendum Magnetis index eundem ſitum oſtendat, quod fiet ſi diſtantiæ huius ſegmentum vbiq; idem permanſerit. His ita exploratis ſicubi à vero itinere obſtantibus offendiculis, aut in alteram partem digrediundum fuerit, aut occaſione ita poſtulante, altius fodiendum, quomodo regreſſus inſtituendus ſit pro magnitudine diuerticuli, vt in ſequenti ſchemate demonſtrabimus, faciliimè licet intelligere. Et cum ipſa res per ſe obſcurior videri poſsit, quantum fieri poteſt, figura eam illuſtrabimus. Sit igitur, exempli gratia, intra vrbis mœnia c ſcopus præfixus, ad cuius perpendicularem vſque ſub terra excauandus ſit meatus d l, quem intelligimus hîc exquiſitè libellam occupare. Sed antequam ad initium d perueniatur, ex ſuperiori a parte, quæ in ſuperficie terræ ad perpendiculum ſupra d conſiſtit, effodienda eſt cauerna a d, cuius profunditatem ex conſideratione ſitus loci æſtimandam eſſe dicimus. Et cum d l quantitatis dimenſio ſit omnino neceſſaria, quomodo hęc deprehendatur, primùm conſiderabimus. Ex conſtituto a loco per quadrantem obſeruabimus c ſcopum & aliud quoddam in terra ſignũ, nimirũ r. Hinc innoteſcit angulus r a c eiuſdem triãguli. Secunda fiat obſeruatio locorũ a & c ex ipſo r, tum patefiet angulus

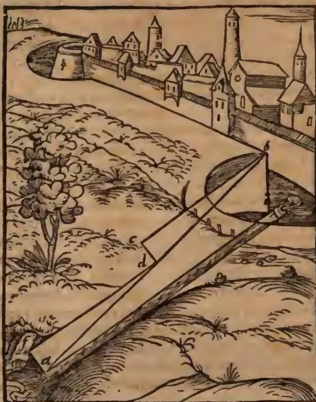
a r c.

a r c. Quare per 32 primi Elementorũ, tertius a c r angulus non latebit, quem subtendit basis a r, quę dimensionẽ in terra facilè admittit. Ergo per 4 secundi Regiomontani reliqua latera r c & a c cognoscentur. Hoc constituto, occurrat ex c in rectã a d ad rectos angulos in ligno b ipsa c b. Triangulus igitur a b c erit ὀρθογώνιος, cuius angulum b a c inueniemus, si perpendiculũ ex a centro demiserimus, quod circumferentiam instrumenti attingit in τ, cũ eandem secet visus radius in s. Constat hinc angulus c a b per segmentum s τ. Et cum in trigono ὀρθογωνίῳ constet alter acutorum cum vno laterum per 29 primi Regiomontani b c basis inuenietur. Hęc autem ad eosdem angulos incurrit in rectam a d, ad quos ipsa l d, quę παραλλήλοις lineis clauduntur. Proinde per 33 primi Elementorũ ęqualis est b c ipsi d l. Cæterùm ex eodem b a c triangulo constat altitudo ipsius a supra c locum. Iam verò cùm totius meatus b l longitudo nobis ita sit deprehensa, exploranda erit ex a quantitas circumferentiæ, qua situs pręfixi c signi ab indice magnetis deflexerit, quàm hîc constituimus f g. Manifestũ est igitur si ex d ita recta processerimus, vt semper idem f pũctum index Magnetes exquisitè spectet, futurum, vt à recto d l itinere in neutram partem declinemus. Porrò quãtitas totius d l antea nobis deprehensa, facilè indicabit vbi subsistendum sit, vt perpendicularem ex c deductã exquisitè attingamus. Sed fingamus cum in γ peruentũ fuerit, obstante impedimento in alteram partem disgrediendum, vt hîc constituimus ex γ in h. Iterum adminiculo magnetis cursum reflectemus per ęquidistantem ipsi d l, quę sit h k, cuius longitudinem diligenter obseruabimus, ne exuperet complementum ipsius d γ, quod hîc est d l. Vt autem regrediamur in rectam d l, ex dimensione diuerticuli ipsius γ h manifestè constabit, vt hîc est k l, quam ipsi æqualem & παράλληλον constituimus. Atq; hoc modo etiam progressi sumus ad κάθετον c præfixi scopi, id quod demonstrari oportebat.

PROPOSITIO CXXXVIII.

Quomodo sit aqua ex fouea urbis mœnia ambiente educenda.

NEq; pręter institutũ fuerit, si vlterius hîc rationem inquiramus, qua commodissimè fieri possit, vt oblata ex loci situ occasione, aquã vrbis mœnia aut alium munitiorem locũ cingentem per cæcos sub terra meatus exhauriamus, ac aliò deriuemus. Et si autem ex consideratione situs loci, vtrum deduci possit aqua artifices sine difficultate colligant, tamen hîc certis dimensionibus explorabimus non solùm exquisitam locorũ situs constitutionem, verũetiam ipsorum meatuũ quantitatem, & in quas mundi plagas deflectant, ne inter fodiendum à recto itinere aberremus. Cum aũt sit omnino necessariũ, vt aquam per decliuiora loca educamus, opus erit diligenti collatione altitudinis ipsius aluei cum loco, in quem sit aqua decursura, nisi sumptũ & laboris iacturam temerè velis experiri. Si ergo constiterit hunc esse inferiorem illo, securè licebit rem expedire. In primis ipsa res postulat, vt aluei profunditatem exploremus, qua constituta, in eum vsq; locum à ripa descendamus, qui infra eam æqualem occupet altitudinem. Sed hunc satis exactè deprehendemus, si per dimensiones, vt alibi ostendimus, ipsam terrę superficiẽ ad libellam æquauerimus. Hinc etiã ipsius loci à ripa distantia innotescet, cum angulo acuto, cui vtriusq; altitudinis differẽtia prætenditur. Ergo totius etiã meatus subterranei longitudo patefiet. Cæterùm in quã mundi plagã hic declinet officio indicis Magnetini, vt in antegressa propositione demõstrauimus, licet experiri. Superest nũc, vt designato schemate euidẽtius hęc declaremus. Sit ergo decliuis terrę superficies b g, vt omnino manifestè cõstet in ea inueniri locũ, in quẽ ex a alueo deriuari possit aqua. Cõstituitur nobis hic in g signo, quod necessariò aut ęqualem oc-



cupabit altitudinẽ cum a,aut ipso inferiorẽ. Sed b punctũ qđ est in extremitate superficiei aquę ad perpendiculũ supra a cõsistere intelligimus. Si iam a sortiatur eũdem situm cũ g, eadem altitudine constituitur b supra a & g. Quare explorata profunditate b a, si per rectam b d g processerimus, eò vsq;,vbi b videatur exuperare tãto excessu,loci situm, inuentũ habebimus locũ g, in quem videlicet aqua educi posſit. Licebit tamen, vt manifestum est, in humiliorem locum, quàm sit g descendere,vt maiore impetu aqua decurrat. Sed iam considerandum est nobis qua ratione dimensionis g signũ inneniatur, vt sine dubio cõstet eandem esse profunditatẽ loci g infra b,quę est ipsius a infra eundem. Vt exquisitè hoc deprehendamus,instituatur processus ex b in d. Differẽtiam situs horum signorum,quę constat recta d c,instrumento obseruabimus,cũ videlicet deprehenderimus in eadem altitudine c & b,vt alibi demonstratum est. Hac subtracta ex magnitudine b a,relinquetur differentia,qua d excedit locum g. Igitur vlterius retrocedendum est,vt in eadem recta,quę ex b cõtinuata educitur, excessus hic quem g f metitur per obseruationẽ offeratur. Cõstat igitur ex summa coniunctarum d c & g f linearum collectam esse magnitudinẽ æqualem ipsi b a. Itaq; g locus hoc modo est inuentus. Quo explorato,non difficile fuerit totius meatus subterranei,nimirum a g longitudinem ratiocinari. Cũ enim b a ex hypothesi πρὸς ὀρθὰς incidat in rectã a g, triangulus a b g est ὀρθογώνιος, cuius b a latus dimensione profunditatis notũ cõstituimus,& b g in terrę superficie licet metiri. Notis ergo duobus trigoni rectanguli lateribus per 26 primi Regiomõtani tertiũ a g patefiet. Eandem verò a g quantitatẽ etiam sine vsu b a cõsequemur. Nam cũ b a & f g perpendiculares sint ipsi a g, etiã sunt παράλληλαι. In has incidit recta b g. Quare per 29 primi Element. ęqualis est angulus b g f ipsi a b g angulo. Sed ille deprehendi potest, tam ex lateribus d g & g f, quã instrumẽto in terra cõstituto. Ergo b g latere inuẽto innotescit etiã a g per 29 primi Triang. Vt tamẽ inter fodiẽdũ à recto itinere g a nihil aberremus, ex g magnetis indicio explorabimus, in quã mũdi partẽ b signũ declinet.

PROPOSITIO CXXXIX.

Quomodo latitudinem labentis fluminis liceat metiri.

MAgnam alij difficultatẽ constituunt in metienda fluminis latitudine, aut quauis alia magnitudine, quæ in Horizontis planicie sita est, propterea quòd humani corporis statura, qua vice catheti vtimur tam sit exigua, vt in trigono rectangulo acutiſsimus fiat angulus, qui radio viſiuo & apparenti latitudine cõprehenditur: maximè verò si conspectæ magnitudinis finis admodum

remotus

remotus fuerit, adeò vt vix vlla notari posſit differētia inter hypotenuſam recti anguli & baſin. Itaq; fit, vt cathetus certum non adferat argumentum, cuius ductu inquiſitam magnitudinem liceat ratiocinari. Quare ſcalas erigunt in ripa, vt euidentiorem ſortiatur altitudinem cathetus & rationem ad reliqua trigoni orthogonij latera. Nos verò paululum mutata ratione nullius quātitatis dimenſionem facilius expediri poſſe demonſtrabimus, idq; per 26 primi Elementorum. Nam vnica duntaxat obſeruatione iuxta fluminis ripam cōſtituemus aliud locorum interuallum, quod exquiſitè ſit ęquale conſpectæ fluminis latitudini, aut alij quorūuis ſignorum in finientis circuli planicie apparenti diſtantiæ. Vt ergo rem intelligant diſcentes, quoties propoſitum fuerit labentis fluuij explorare latitudinem aſſumpto inſtrumento diligenter obſeruabimus officio perpendiculi & mobilis regulæ, aut pinnacidiorum alterius lateris, ſub quanto magnitudo inquiſita appareat angulo. Quo conſtituto in obliquum circumducemus inſtrumentum iuxta longitudinem ripæ, aut alterius diſtantiæ, quæ ſit in Horizontis planicie, ac ſignum aliquod ſub inuento intuebimur angulo, cuius diſtantiam à perpendiculo in obſeruationis locum demiſſo æqualem exquiſitè dicimus conſtitui inquiſitæ fluminis latitudini. Nulla igitur opus eſt hîc ratiocinatione, cum oblatum ſpacium in terra facillimè liceat metiri. Quòd ſi totam interualli in terra conſpecti magnitudinem nobis explorare per dimenſionem alicuius partis duntaxat officio regulæ proportionis eundem ſcopum aſſequi licebit. His rationibus non tantùm fluminis latitudinem, verumetiam (quantacunq; ſit) apparentem in Horizontis planicie longitudinem, aut diſtantiam locorum certiſsimè licet metiri. Sed hæc, vt perſpicua fiant, ac euidentiora diſcentibus, demonſtratione ſtabilire & pictura illuſtrare non pigebit. Sit igitur latitudo fluminis metienda d f, aut m g. Vt hoc operis expediamus in d ſigno erigatur perpendicularis a d, cui admoto inſtrumento, vt apparet, conſpiciatur locus f ſub angulo f a d, qui ex circumferentia b c facillimè innoteſcit. Eūdem angulum experiemur in m loco, ſi æqualis fuerit latitudo m g ipſi d f & excitetur cathetus k m æqualis a d, dum per lateris pinnacidia g locū intuemur, demiſſo in terram perpendiculo k m, quod circumferentiam ſecet in l ſigno. His conſtitutis, duabus rationibus explorabimus d f & m g magnitudines. Primò in planiciē terrę n r, quę ſit iuxta ripam, conſtituatur perpendicularis n v æqualis a d aut k m, cui applicetur eodem modo quadrans n p s, in quo



ſumatur s p ſegmentum æquale ipſi b c, tum radio viſus per ſignum p in r locum incidente, dicimus r u diſtantiam æqualem eſſe d f. Cum enim vtraque perpendicularis n u & a d per hypotheſin in planiciem Horizontis deſcendat, vterquē triangulus n v r, & a d f ſit ὀρθογώνιος. Et alter

acutorum r n v est æqualis alteri d a f. Quare cum perpendicularis n v sit æqualis ipsi a d, per vigesimamsextam primi Elementorum r n est æqualis d f inquisitæ fluminis latitudini, quæ minimè latêre potest, cum r n facillimam in terra dimensionem admittat. Cæterùm si nolimus totum r n metiri interuallum, etiam ex obseruatione alicuius duntaxat partis, qualis hic est t v quantitatem illius ratiocinari licebit. Extendatur enim ex n in t signum recta, loco radij visiui, quæ circumferentiã instrumẽti secet in r signo, & sinum rectum p g arcus s p in l. Quo constituto, secta sunt proportionaliter r n, & v n latera trigoni r n v à sinu recto p g, per secundã sexti Euclidis: quia cum vtraq; p g & t v ad rectos angulos in n v incurrant, etiã sibi inuicẽ æquidistant. Per eandem verò secundã sexti, eadem est ratio g l ad l p, quæ est v t ad t r. Quare per cõiunctam rationem, vt est g l ad totam g p, ita v t ad totã v r. Sed quantitates g l & l p per scientiam triangulorum, aut filo in quadrante facillimè inueniuntur. Constat igitur etiam ex dimensione solius v t totam v r distãtiam & æqualem hinc latitudinem d f inueniri posse. Cæterùm quod antegressa ratio, qua totam v r metimur, sit omnium certissima, quantacunq; etiam offeratur distantia, manifestum est. Nam si in longa ac remota admodum latitudine d f radius visiuus minus exquisitè deprehendat angulum d a f, idem quoque fiet in dimensione v r, vt omnino, quæ sub æqualibus angulis videantur, inter se æquari sit necesse.

PROPOSITIO CXL.

Qua metiendi ratione quantitatem scalarum, quæ à fossa in urbis mœnia extenduntur, liceat explorare.

QVi antegressę propositionis demonstrationem rectè intellexerit, facilè videbit, quomodo magnitudines scalarum, quę extenduntur à fossa in vrbis mœnia, aut in aliam quamcunq; erectam superficiem, liceat explorare. Sunt enim ipse scalæ vice ὑποτεινούσης in trigono rectangulo, cuius basin eodem modo, quo latitudinem fluminis metiemur: sed alterum acutorum angulorum, si in basin collocemus instrumẽtum, ac perspiciamus sub quanto circumferentię segmento cathetus appareat. Reliquũ operis deinceps absoluemus per 29 primi Regiomõtani. Vt autem res eui dẽtius intelligatur, ad demonstrationem cõtexendam, figurã describemus. Sit ergo triangulus ὀρθογώνιος d c b, & angulus c rectus, cuius ὑποτείνουσα b d magnitudinem scalarum, quæ à citeriori parte fossæ b vsq; in extremitatem mœnium d extendũtur d c cathetus in mœnibus & b c basis, ex cuius dimensione cum angulo d b c quãtitatẽ d b colligemus in hũc modũ.



Iuxta

iuxta præcedentem propositionem erigèmus in b signo perpendicularem a b,tum a cum c connexo,per Quadrantem offertur angulus c a b per quem constat ipsa b c.Deinde collocabimus instrumentum in b c, vt obseruemus angulum d b c,quo constituto,per 29 primi Trigonorum inquisitam b d magnitudinem ratiocinabimur.Eodem modo reliquarum omnium,quãtæcunqȝ sint, scalarum magnitudines inuenientur.

PROPOSITIO CXLI.

Quomodo inter fodiendum iter debeat institui, ut certò inueniamus locum, qui ad perpendiculum consistat sub arce in monte constructa.

CONsiderabimus hîc deinceps,qua ratione consilium debeat institui,quoties constitutum fuerit fodiendo per certum iter locum infra terram inuestigare,qui ad perpendiculum consistat sub medio arcis in monte constructę. Id quod adiuti Geometricis dimensionibus non difficulter absoluemus magnetini indicis adminiculo, præsertim si rectum, hoc est, qui nullis sit interruptis diuerticulis,meatum velimus excauare. Si enim ita rem simpliciter expedire placeat,per duas obseruationes duntaxat,iuxta quartam secundi Regiomontani,& deinceps 29 primi eiusdem totius longitudinem meatus & catheti altitudinem,qui ex præfixo loco in finem itineris descendit,ratiocinabimur. Cuius rei exemplum superius in eiaculatione sphærarum è tormento patefactum est.Sed tamen,vt res intelligatur euidentius, quando constitutus fuerit in radice montis inquisiti meatus ingressus siue initium, per eandem rectam lineam instrumenti vsu retrocedemus ad qualemcunqȝ distantiam, vbi terræ planicies offeratur instituendis accommodata obseruationibus. Prima igitur obseruatione offeretur angulus,cui præfixus obtenditur cathetus in propiore accessu.Secunda obseruatione,si recto hinc discedamus itinere, patefiet alter angulus in remotiore distantia,cui idem cathetus prætenditur. Vtriusqȝ igitur obseruationis locorũ notato in planicie interuallo, metiemur hypotenusam, quæ subtendit rectum angulum, qui fit ex concursu catheti & inquisiti meatus. Ac alter insuper acutus angulus constat.His ita diligenter exploratis,cum innotescat totius meatus quantitas,facilè videbunt artifices, ne inter fodiendum à vera longitudine aberrent, hoc est, neue citra perpendiculum præfixi loci consistant, aut vlterius excurrant. Nihil inde superest ad operis complementum,nisi, vt explorantes magnetis adminiculo prope meatus ingressum in quam mundi partem deflectat locus in arce pręfixus,vbiqȝ infra terram obseruemus certum itineris ductum ac situm, donec perueniamus ad metam ex obseruationibus collectam.Hæc quidem est simplicissima consilij instituendi ratio,sed nunc in itinere occurrentibus obstaculis,quomodo sit per diuerticula deflectendum,vt tamen hinc in rectam viam redeamus, operæpretium est, vt consideremus.Hoc non difficulter expediemus per lineas parallelas & æquales, quas ex obseruationibus rectorum angulorum constituemus. Cæterùm hæc cum oculis intuentium, exposita facilius intelligantur, quàm multiplici verborum contextu, ad structuram ἀπoδείξεως progrediemur. Sit ergo præfixus in arce locus k, ex quo perpendicularis extracta per montem ad rectos angulos in inferiorem planiciem g m descendat in m signo, cuius pars in t infra terram occultata propter montis positionem designet hîc totius meatus excauandi longitudinem,quam vt exquisitè metiamur, extendatur eadem recta,per f vsqȝ in g & f,g signa connectantur cum k. His constitutis,primùm instrumento metiemur angulum k f m: eodem modo in g lo-



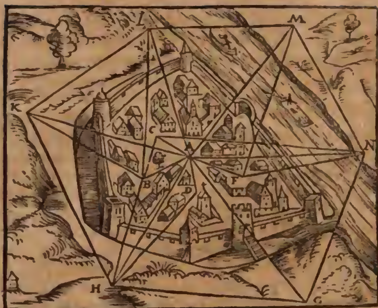
cum retrocedentes per circumferentiam in Quadrante h l explorabimus angulum k g m. Iam autem k f m angulo ex duobus rectis sublato, restat angulus g f k. Cum ergo latus f g dimensionem admittat in terra per quartam secundi Triangulorum f k hypotenusam recti anguli f m k colligemus, & per vigesimamnonam primi ex angulo k f m totum iter f m, ac cathetum k m ratiocinabimur. Totus autem meatus m t recta constat. Quare si auferatur segmentum f t ex f m remanebit certa meatus t m longitudo, quæ erat inquisita. Nunc vlterius considerandum est, in quam mundi partem f m deflectat, vt fodiendo recta perueniamus ad perpendicularem k m. Cõmodissimè id efficiemus ex obseruatione loci k, si collocantis instrumentum indicis magnetini in f exploremus, quanto deflectat angulo superficies sub eodem plano cum triangulo k f m consistens ab indice, quemadmodum hîc constituimus s f t. Si ergo hunc vbiq; inter fodiendum exquisitè retineamus; manifestum est iuxta collectam t m longitudinem progressos, in m constitutum ac inquisitum sub arce signum incidisse. Nunc etiam videamus, quomodo si à recto itinere f m digrediendum fuerit, per diuerticula tamen eodem liceat reuerti. Fingamus igitur cum peruentum fuerit ex t in p digrediundum esse. Vt hoc commodius fiat, constituemus per Quadrantem in p signo angulum n p m rectum, ac p n rectam efficiemus fodiendo cuiuscunque velimus quantitatis. Inde vsque in n digressi constituemus ibi simili modo in n angulum p n r rectum, tum excauantes iuxta ductum alterius lateris meatum n r, habebimus ipsum æquidistantem ipsi p m rectæ per 19 theorema primi Elementorum. Eadem ratione efficiemus angulum n r d rectum. Si hinc per rectam lineam digrediamur ex r in d erit ipsa r d parallela n p. Ita sit parallela d s ipsi p m, s t, d r, t h, d s, ac p m. In ipsa t h etiam constituimus instrumentum magnetis, cuius index q deflectat à c, quantum s à t. Sic æquidistet h q ipsi s t, q i p m, & i m, n p, ita vt rectæ n p, d r, cui æquatur s t, & h q, coniunctæ sint æquales i m, item n r, d s, t h, & q i connexę constituant magnitudinem p m. Hinc manifestum erit per diuerticula nos rectè in m signum redijsse, quod exquisitè constat ad perpendiculum sub k loco præfixo.

PROP

PROPOSITIO CXLII.

Quomodo ſitus alicuius urbis ſit explorandus, ut interiorum partium conſtitutionis & diſtantiarum ratio à ſingulis extra circumiacentibus locis exquiſitè innoteſcat.

EXplorabimus hîc quibus dimenſionum rationibus totius vrbis ſitus ita deprehendi poſsit, vt quarumuis interiorum partium collocationes & interualla, quibus non ſolùm à ſe inuicem verumetiam à ſingulis extra mœnia circumiacentibus locis diſtant, certiſsimè inueniantur. Manifeſtum eſt autem has diſtantiarum lineas magna ex parte ſub terra deliteſcere, cum interpoſitis ædificijs & mœnibus vbiq; ferè proſpectus intercipiatur. Sed tamen ne ſecretiſsimum quidem angulum inueniri poſſe, cuius altitudinis differentia, quam aliorum reſpectu locorum ſortiatur, diſtantiarum metæ, & quāto Horizontis circuli ſegmento ad certam mundi plagam ab eodem declinet, obſeruari nequeat, euidentibus demonſtrationibus oſtendemus. Quam multiplicem commoditatem ea res adferat, experientur illi, quibus aquæ ex fontibus in certas vrbis partes deriuandæ ſint, & qui caſtrorum obſidionis tempore à certis mœnium locis, aut turribus, è quibus ſphæras eiaculari debeant, diſtantias exploratas habere cupient. Etſi enim alibi demonſtrauerim, qua ratione ex turribus apparentium caſtrorum ſitus & interualla deprehendi poſsint, tamen cum huiuſcemodi occaſiones vbiq; non offerantur, licebit hîc non ſolùm tutius, ſed etiam expeditius eaſdem obſeruationes abſoluere. Ad totam huius negocij tractationem ſimpliciſsimè duo loca aſſumemus, quorum alterum extra vrbis mœnia, alterum intra conſtitutum eſſe oporteat. Ex accurata conſideratione ſituum, & interualli inter ea cōcluſi, reliquorum obſeruationes ſine omni difficultate expediemus. Vtq; hoc euidentius intelligatur, extra vrbis mœnia, vbi commodiſsimus apparuerit locus, ſignum aliquod conſtituemus, à quo per rectiſsimam viam progreſſus pateat in aliquam vrbis partem. Huius itineris longitudinem exquiſitiſsimis dimenſionibus explorare oportebit. His ita conſtitutis, cuiuſuis alterius loci diſtantiam ab eadem interiore vrbis parte, quibuſcunq; etiam fuerit obſtructionibus aut impedimentis intercluſa, in hunc modum obſeruabimus. Cum deſignata fuerit à conſtituto ſigno illius proceſſus, qui in præfixam vrbis partem extenditur, linea, Quadrante aſſumpto explorabimus quantitatem anguli, quo apparentis loci ſitus ab ea diſtiterit. Deinde non minus accurata dimenſione magnitudinem diſtantiæ inter hoc ſignum & præſcriptum locum interceptæ inquiremus. Qua inuenta per 49 primi Regiomontani reliquum operis abſoluemus. Eadem ratione ad reliquorum apparentium locorum ab eadem vrbis parte diſtantias explorandas progrediemur. Quòd ſi aliqua in ſitibus altitudinum differentia fuerit, ex obſeruatione libellæ licet deprehendere. Cæterùm quo ſummam totius rei euidentius diſcentes percipiant, figuram ſubijciemus. Sit ergo in conſtituta vrbis parte locus a, ex quo recta pateat progreſſus extra mœnia vſq; in ſignum g. Intra eandem vrbem in alijs locis deſignentur c, b, d, f. Extra vrbem in circumiacentibus locis collocentur ſigna h, k, l, & m, ita vt proſpectus pateat ex g in h, h in k, k in l, l in m, m n, & n g. Sint autem primò exploranda interualla h, k, l, m, n, à ſola præfixa vrbis parte a, quæ conſtant hîc lineis a h, a k, a l, a m, & a n. Vt hoc operis abſoluamus, totius itineris ex a in g longitudinem exquiſitis dimenſionibus explorari oportere conſtituimus. Quo conceſſo, primùm ad obſeruationem h a rectæ progredimur. Cum enim ex g proſpe-



ctus pertingat in h, angulum a g h instrumēto licet metiri. Sed & h g signorū nterualllū in terræ superficie deprehendimus. Quare cum antea a g sit per hypothesin data per 49 primi Regiomontani reliquum latus a h, trianguli h a g cognoscitur. Et cum per eandem inueniantur anguli h a g, & a h g manifeste constabit, etsi tota ferè h a sub interpositis mœnibus & ædificijs lateat, quanto circuli segmento sit visus radius reflectendus a g h recta, vt exquisitè in eam mœnium partem dirigatur, quæ per eandem rectam in a tendat. Eodem modo in a patefiet, vbinam pars rectæ, quæ ex a in h procedit, consignanda foret. Simili obseruatione per dimensionem quantitatis h k & anguli k h a, innotescit distantia k a vnà cum reliquis angulis a k h & h a k. Atq; hinc manifestum est, quomodo ex obseruatione antecedentium linearum, proximè sequentium magnitudines inueniantur. Nam iterum ex inuentis a k & k l ratiocinamur ipsam a l. Sic reliquas deinceps m a & n a. Non dissimili obseruandi ratione efficiemus, vt reliquarum interiorum partium, nimirum c, b, d, f, ab exterioribus signis h, k, l, m, n interualla innotescant. Sit enim, exempli gratia, inuenienda nobis distantia b ab h. Primò connectantur recta linea b & a puncta. Cum ergo paulò ante sit inuenta quantitas a h & quanto ab ipsa a g angulo declinet facilè per instrumētum obseruabimus angulum b a h, sed ipsam b a rectam intra vrbem licet metiri. Quare per 49 primi Regiomōtani reliquum latus h b in lucem emergit, & per eandem ex angulo h b a versus quam partē procedat illa portio ipsius b h, quæ intra vrbem designari potest, manifestè patet. Eodem modo si copulentur recta linea a & d cognoscitur distantia ipsius d à reliquis omnibus circūiacentibus signis. Sic etiam cōstat magnitudo interualli c n, producta c a recta. His ita cōsyderatis, sine negocio apparebit, quęnā sit ratio situū, quę existere posit ex differētijs altitudinū, si loca singula cum alijs cōferre voluerimus. Sit enim, verbi gratia, nobis explorandū quę sit ratio altitudinis ipsius a loci ad singula, quę exterius eū circumstāt, h, k, l, m, n signa. Tum primò omniū ex obseruatione libellæ sitū ipsius a respectu g deprehendemus: deinde sequentiū omniū punctorū altitudines cū eodē g cōferemus, ita etiam innotescit quā habēt rationē in situ ad ipsum a. Si enim a fuerit infra sitū g, & g infra h vtrāq; differētiā cōiungemus, vt pateat totus excessus h supra a. Quòd si h fuerit infra g ex differētia altitudinū, a & h consequemur eundem scopū. Ita poterimus cōferre situm k & sequentiū ad h, aut g. Nec diuersa ratione explorabimus reliquorū c, b, d, f situū ad quæuis exteriora signa.

signa. Cum enim fuerit deprehensus a & h situs, & experiri liceat sitũ d ad a, etiam ad ipsum h patefiet. Idem sentiendum est de situ interiorum omniũ partium ad quæuis exteriora puncta.

PROPOSITIO CXLIII.

Quomodo cum à recto itinere occurrentibus obstaculis deflectendum fuerit, eodem liceat reuerti.

CVm sæpenumero in recto itinere progressus occurrentibus aut montibus, aut fluminibus intercipiatur, non abs re fuerit, si aliquam hîc considerationem instituamus, qua certò liceat deprehendere, vt cum per diuerticula deflexerimus, in rectam viam reuertamur. Ad hoc in primis opus fuerit, vt in ipso processus loco angulum positionis eius metæ, in quam contendere velimus, exquisitè constituamus. Qua ratione id efficiendum sit, id alibi nobis explicatum est. Hoc ita constituto, obseruabimus primùm in ea itineris parte à qua declinandum fuerit, quantitatem anguli ipsius digresionis. Dehinc in processu totius diuerticuli longitudinem accuratè metiemur, vnà cum angulo reflexionis eius lineæ, quæ in rectam prioris itineris dirigitur. Quanta hæc futura sit ex obseruatione horum angulorum & dimensione notæ declinationis lineæ per 4 secundi Triangulorum experiemur. Sed cum facilius exemplis hæc intelligantur, quàm longiore verborum contextu, figuram subĳcere non pigebit. Sit ergo progressus institutus ex a signo per rectam lineam in f, cuius verũ sitũ respectu eiusdem a per angulum positionis antea constare præsupponimus. Per hanc autem nullus pateat ingressus, nisi proximè per rectarũ linearum diuerticula, nimirũ a c, c b, b d, & d f. Connectantur ergo rectis lineis b f a signa, quæ sint b a, & b f.



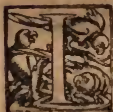
Primùm hîc designata propè a portione aliqua ipsius f a, per instrumentum obseruentur anguli f a b, & b a c. Hinc cum vlterius instituitur processus ex a in c, innotescit tota c a. & cum ex c fit reflexus in b deprehenditur angulus b c a. In vlteriori processu obseruatur longitudo c b. Quare dupliciter licet inuenire ipsam b a, nimirum aut ex duobus lateribus notis certũ b c a angulum comprehendentibus, per 49 primi Triangulorum, aut etiam ignorato vel neglecto b c latere, ex constitutis b c a, & b a c angulis inuento lateri c a insidentibus, per 52 primi Triangulorum. His ita constitutis, cum peruẽtum fuerit in b signum, ex inspectione a & f instrumento percipiemus angulum f b a. Similiter ergo per eandem 52 primi patefiet reliquum latus b f trianguli b f a. Ex eodem b puncto considerata diuerticuli b d magnitudine inuestigabimus angulum f b d. Cum ergo detur latus f b, quod etiam triangulo d f b est commune, reliqua linea reflexionis ex d versus f per 49 primi antea citatam in lucem prodibit. Quantus autem sit reflexus ipsius d f à

b d ex inquisitione anguli f d b cognoscetur. Constat igitur nos ex diuerticulis a c, c b, b d, & d f in rectam a f cursum reflexisse. Cæterùm quantum sit interuallum f a b a signo ex datis f b & b a lateribus constitutum f b a angulum complectentibus, per eandem 49 primi inuestigamus. Quòd si ex b nondum apparuerit locus f pro arbitrio, aut loci opportunitate ipsam f b reflectemus ab a b, obseruatis tamen angulis f b a & f b d. Quare cum fuerit in d peruentum ex apparente f signo, offeretur angulus f d b. Hinc nota b d recta, reliquæ d f, & b f inuenientur, id quod demonstratione conficiendum erat.

SECTIO SEPTIMA, DE OBSERVATIONIBVS GEOGRAPHICIS.

PROPOSITIO CXLIIII.

Quanta pars terræ singulis maximi circuli cælestis gradibus respondeat, certa dimensione explorare.



IN hac vltima sectione multiplices Geographicarum obseruationum rationes ac modos explicabimus, quarum vsus non solùm peregrinantibus in terra verumetiam nauigantibus in Oceano vtilissimus erit. In qua tractatione operæpretium fuerit, vt primùm omnium consideremus, quibus obseruationibus artifices magnitudinem ambitus sphæræ terrestris experiri soleant, cuius cognitio ad exquisite numerãdas quorumuis locorum distantias necessaria est. vtq; rem ipsam penitius introspiciant iuniores, nouerint ex sententia Ptolemæi & omnium artificum consentientibus testimonijs terræ molem cum aqua conglobatam secundum vniuersas sui partes ad sensum proximè ad figuram sphæricam accedere. Verba Ptolemæi libro μεγάλης συντάξεως cap. 3 sunt hæc: ὅτι δὲ καὶ ἡ γῆ σφαιροειδής ἐστι πρὸς αἴσθησιν, ὡς καθ᾽ ὅλα μέρη λαμβανομένη, μάλιστ᾽ ἂν οὕτως κατανοήσαιμεν. τὸν ἥλιον γὰρ πάλιν καὶ τὴν σελήνην, καὶ τοὺς ἄλλους ἀστέρας ἔστιν ἰδεῖν, οὐ κατὰ τὸ αὐτὸ πᾶσι τοῖς ἐπὶ τῆς γῆς ἀνατέλλοντάς τε καὶ δύοντας, ἀλλὰ προτέροις μὲν ἀεὶ τοῖς πρὸς ἀνατολὰς οἰκοῦσιν, ὑστέροις δὲ τοῖς πρὸς δυσμάς. &c. Quo constituto, si alicuius duntaxat terrestris circumferentiæ segmenti quantitatem certa dimensione exploratam habuerimus, iuxta exquisitum circuli artificium totius ambitus absoluemus magnitudinem. Eruditè autem huius dimensionis rationem ex obseruatione altitudinis poli supra duo loca, quæ sub eodem Meridiano consistant, extruxerunt artifices. Si enim locus primæ obseruationis propius ad Aequatorem accesserit altero, per instrumentum explorata poli altitudo maior hîc inuenietur, quàm illic. Vtriusq; verò altitudinis differentia indicat segmentum Meridiani circuli inter constituta loca intercepti, quod eandem conseruat rationem ad totam circumferentiam, quam illorum distantia locorum ad totum ambitum terræ, qui est sub eodem plano Meridiani circuli. Ex his magnitudinibus tres explorari possunt facillimè. Quare per canonem proportionis institutam quæstionẽ soluemus. Hoc constituto per artificium circuli colligemus etiam terræ centri à circumferentia, siue superficie distantiam. Nam iuxta Archimedis demonstrationem eadem est ratio totius circuli ad semissem dimetientis proximè, quæ 22 ad 7. Sed hæc in sequenti schemate demonstrata facilius intelligentur. Sit ergo

Meridianus

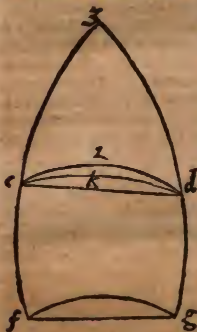
Meridianus circulus a g h super f centro vniuersi descriptus, qui intra se contineat ambitum terræ c d l sub eodem plano. In eo sumatur locus c, Augusta Vindelicorum, qui iuxta experiẽtiam Petri Appiani cum d situ Erphordię sub eodem Meridiano consistit. Et ex f centro extendantur rectæ per c & d in a & b signa, quæ sunt τῶν κορυφῶν. In e sit polus mundi. Si nunc ab a numeres quadrantẽ in g & à b in h, in quę ex f rectas extẽdas, erit f g Horizõ loci c & f h loci d. His cõstitutis, in d per instrumentũ obseruãti altitudinẽ poli offeretur arcus e h, sed in c loco obseruãti eandẽ offeretur e g. Est igitur vtriusque differẽtia g h, cui ęquale dicimus esse segmẽtũ a b. Cũ enim a g sit Quadrans, & b h eiusdem circuli, vterque vt alteri adęquetur est necesse. Sed vtrique cõmunis est b g circũferentia, qua sublata, relinquitur a b, ipsi g h ęquale. Cũ igitur ex eodem cẽtro f designati sint circuli c d l & a b h, segmentum c d est simile a b, ac eadẽ ratio c d ad c d l, quæ est a b ad totũ a h b circulum. Constat aũt ex obseruatione poli altitudinis a b, & ex dimensione itineris c in d segmentũ c d. Quare totus c l d ambitus non latebit. Sunt autem artificum hac de re variæ obseruationes. Nam Eratosthenes, Macrobius, & Theodosius philosophi constituunt ex suis obseruationibus totum c l d ambitum continere 252000 stadia, ita vt vni ex 360 circuli segmentis cõueniant 700. Ex obseruationibus Appiani idem ambitus complectitur 5400 miliaria Germanica. Si hinc velimus iuxta circuli artificium ratiocinari distantiam terræ centri à superficie, collocatis in hunc ordinem numeris 22, 7, 5400, per canonem proportionis offeretur quantitas dimetientis 1719 $\frac{1}{11}$, cuius semissis est 859 $\frac{1}{11}$ Germanicorum miliarium. Velim autem, vt aman "tes veritatis repetitis " obseruationibus rem ipsam diligentius explorent, nec aliorum artificum opinionibus hîc securè confidant.

PROPOSITIO CXLV.

Ratio dimetiendi locorum distantias.

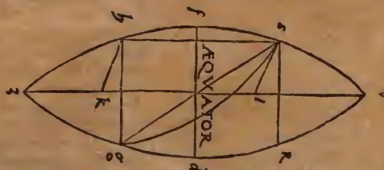
Explicauimus alibi qua ratione locorum longitudines & latitudines inueniri debeant, quarum cognitio ad supputandas eorundem breuissimas distantias, quæ semper maximorum circulorum segmentis comprehenduntur, omnino necessaria existit. Has distantias numerandi rationem visum est hic copiosius pertractare, propterea quòd in Geographia non mediocrem ea res vtilitatem pariat. Primùm omnium scire licet locorum constitutiones, aut situs, quorum inquiruntur interualla, esse multiplices. Aut enim duo, quæ offeruntur loca in eandem mundi partem, nimirum Septẽtrionis vel Meridiei ab Aequatore declinant, aut altero constituto in Septentrione, alter in Meridiem deflectit. Iterum si in eadem mundi parte cõstiterint, aut sub eodem sunt Meridiano, differentibus tamen latitudinibus, aut æquales sortiuntur latitudines sub differentibus Meridianis, ita vt in eodem collocentur parallelo: aut loco differentes Meridianos & parallelos occupant. Eandem etiam varietatem de ijs locis, quæ vtrumque ab Aequatore in diuersas partes declinant, non est difficile intelligere. His constitutis, manifestum est nullas locorum distantias expeditius inueniri posse, quàm quæ sub eodem Meridiano constituuntur: siquidem antea certam maximæ terræ circumferentiæ dimensionem demonstrauerim, qua constat vni ex 360 æqualibus circuli partibus competere 15 miliaria Germanica. Exempli gratia sub eodem Meridiano constituit Orontius Fineus Lutetiam Parisiorum & Narbonam prouinciam. Latitudo Parisiensis

est 48 partium 30 scrupul. Narbonæ prouinciæ 42 partium. Quare hac ab illa subtracta, restat vtriusq; loci differentia 6 part. 30 scrupul. quę respondent miliaribus Germanicis 97 cum semisse. Idem Petrus Appianus sub eodem Meridiano collocat Augustam & Erfordiam, nimirum in longitudine 28 partiū, 31 scrupul. Latitudo Augustæ est 48 partium, 20 scrupul. Sed Erfordiæ 51 partium, 10 scrupul. differentia vtriusq; latitudinis 2 part. 50 scrupul. quæ conuersa in Germanica miliaria, constituit 42. Tanta est Augustæ & Erfordiæ distantia. Hinc viceuersa facillimum fuerit distātiam cognitam in partes circuli conuertere: vt ex vnius cognita latitudine, alterius etiam latitudo sine negocio innotescat. In præsenti exemplo distantia inuenta est 42 miliar. quæ restituit partes 2, scrupul. 50. Et cum vlterius in Septentrionem tendat Erfordia, cuius latitudo nota constituitur 51 part. 10 scrupul. quàm Augusta, hæc differentia ab illius latitudine subtracta, restituit 48 partes, 20 scrup. aut notæ latitudini Augustanæ eadem differentia adijciatur, & prodibit Erfordiensis latitudo 51 part. 10 scrupul. His cognitis, videamus quomodo locorum interualla, quę sub æquali poli altitudine sita sunt, inueniantur. Et hîc obseruandum est huiuscemodi locorum interstitia ex segmento maximi circuli adminiculo dimetientis eius paralleli, quem locus vterq; possidet, inuestiganda esse. Hoc quomodo fiat ex sequenti schemate euidentius apparebit. Sint duo loca c & d in eodem parallelo c l d consistentia, quorum distantia ex maximi circuli segmento c k d sit inuenienda. Differētiam vtriusq; longitudinis in Aequatore subtendit chorda f g. ducantur nunc ex signis f & g per loca c d Quadrantes, qui in b polo arctico cōcurrant. Considerandum est iam, quòd segmentum c d parallelę simile sit segmento f g Aequatoris. Nam vtrumq; differentiā longitudinis, quæ inter duos Quadrantes Meridianorum intercipitur, comprehendit. Quare similia segmenta subtendentes lineæ, similes erunt & proportionales. Constat autem segmentum aliquod Aequatoris subtendentē ad simile segmentum paralleli subtendentem eam habere rationem, quam habet dimetiens illius ad dimetientem huius. Ergo recta f g ad rectam c d eam habet rationem, quam diameter Aequatoris ad diametrum paralleli dati. Ex his autem tres quantitates sunt notæ: videlicet diameter Aequatoris, & chorda f g, quæ subtendit differentiam longitudinis, & duplum sinus arcus complementi latitudinis, quod dimetientis locum subit. Ergo per regulam proportionum quarta quantitas, nimirum chorda c d innotescet. Atque hîc scire licet in operatione nobis eundem vsum præstare sinus, quàm chordæ. Nam eadem est ratio sinuum inter se, quæ chordarum æqualia aut similia segmenta subtendentium. Si multiplicaueris ergo sinum semissis differentiæ longitudinum in sinum complementi latitudinis, & productum in totum partitus fueris, sinus distantiæ locorum exibit. Exempli gratia, constituit Appianus Viennam Austriæ & Augustam sub latitudine 48 partium, 20 scrupu. Longitudo Viennæ est 35 partium, 8 minut. Augustæ 28 part. 31 scrupul. differentia vtriusq; 6 partium, 37 minut. cuius semissis 3 part. 18 min. & sinus rectus 5756 multiplicatur in sinum latitudinis complementi 41 part. 40 scrupul. qui est 66479, tum productus in totum diuisus, reddit 3826, cuius arcus 2 part. 12 scrupul.



ſcrupul.& duplum 4 part.24 ſcrupul.quæ conficiunt veram vtriuſque loci diſtantiam 66 miliar.Germanicorum.Eodem modo Lutetia Pariſiorum & Remenſis Campaniæ metropolis habent altitudinem poli arctici 48 part.30 minut. Longitudo Pariſienſis eſt 23 part.Remenſis 25.Quare differentia 2 partium,cuius ſemiſsis ſinus eſt 1745.Complementum latitudinis eſt 41 partium, 30 minut.& ſinus rectus 66262,qui ductus in primum conſtituit 115627190, & hic diuiſus in totum,reſtituit 1156,cuius circumferentia 40 ſcrupul.Ergo totius diſtantiæ arcus eſt vnius partis, 20 ſcrupul.qui conficit 20 milia Germanica. Sequitur nunc deinceps,vt inquiramus modum, quo facillimè & certiſſimè inueniantur eorum locorum interualla,quæ ſub differentibus loco Meridianis & parallelis collocantur.Aſſumantur duo loca in ſignis l & g,quorum longitudinis differentiam in Aequatore ſubtendit c d recta, ex quo ducantur quadrantes Meridianorũ per ipſa loca in b polum arcticum, qui ſint a b & c b. Erit latitudo loci g circumferentia g d,& loci l circumferentia l c.Ducatur etiam recta vnà cum ſegmento maximi circuli ex l in g, quod hîc diſtantiam locorum l & g comprehendit. Prætereà ex ſignis g & l trahantur chordæ, quę ſubtendant in ſuis parallelis ſegmenta differentiæ longitudinum, & ſint g f,& l m. Differentiam vtriuſque latitudinis cõprehendunt arcus l f & m g,quibus etiam chordæ ſuę ſubtendantur. Et ex ſignis l & m per 12 primi Elemẽtorum Euclidis demittãtur catheti in ipſam f g rectã,quam contingant in punctis i & k.Cõſtituuntur nunc ex hypotheſi locorũ l & g tam lõgitudines,quàm latitudines notę. Quare arcus differentiæ latitudinũ m g,& l f,qui ſunt ęquales,vnà cum ſuis ſubtẽſis dãtur. Inſuper oſtendimus ſuperius quomodo ex recta c d cognita inueniãtur chordę f g & l m in ſuis circulis ſimilia ſegmẽta ſubtendentes.Hinc quadrangulũ l m i k,per 29 primi Elementorũ demonſtratur eſſe parallelogrãmum: & oppoſita latera,nempe l i,ipſi m k & l m rectæ i k,per 34 primi Elementorum æqualia.His confirmatis,dicimus primum rectas f i & k g,quæ cõiunctę conſtituunt differentiam,qua f g excedit ipſam l m,æquales eſſe.Nam triãguli l f i quadrata laterũ l i & f i æqualia ſunt quadrato f l per penultimã primi Elementorũ,& per eandem triãguli m k g quadrata laterũ rectũ angulum,ambientium m k & k g ęquãtur quadrato rectũ angulum ſubtẽdentis m g.Adhæc cũ l f recta ſit ęqualis ex hypotheſi m g:earũ quadrata neceſſaria erũt æqualia: & per cõmunẽ ſententiã,quę eiſdẽ ſunt ęqualia,etiã inter ſe ſunt æqualia. Quare ſequitur l i & i f ęqualia eſſe quadratis linearũ m k & k g.Et ex his cũ etiã ſunt ęquales l i & m k earũdẽ quadrata ſibi inuicẽ ęquãtur.vnde ſequitur quadratũ f i quadrato k g ęquari,& radicẽ f i radici k g.Quare vtraque cõprehẽdit ſemiſſem differẽtię,qua f g ſuperat rectã l m:id quod oportebat demõſtrare.Praxis totius negocij abſoluitur hoc modo. Subducas rectã l m ex f g & remanẽtis differentię ſemiſſem iterũ ex tota f g tollas.Hinc tibi baſis orthogonij triãguli l i g conſurget.Prætereà ſi inuentæ differentiæ ſemiſſem quadratè multiplicaueris,& productum ex quadrato f l chordæ ſubtraxeris, remanebit quadratũ

l i catheti, ex quo radix l i facilè innotescet. Iam in orthogonio triangulo l i g nota sunt duo latera rectum angulum ambientia: quare per quadragesimamseptimam primi Elementorum latus l g rectum augulum subtendens non latebit. Tandem ex sinuum tabulis segmentum distantiæ locorum l & g innotescet. Constituamus maioris euidentiæ causa Augustam Rhetiæ in l, Hierusalem Iudææ, siue Palestinæ in g. Longitudo Augustæ est 28 part. 31 scrupul. latitudo 48 partium, 20 scrupul. Longitudo Hierusalem est 66 partium, o minut. latitudo 31 partium 40 minut. Differentia longitudinis vtriusque 37 part. 29 scrupul. quam in Aequatore subtendit chorda c d. Differentia vtriusque latitudinis, scilicet m g & l f 16 partium, 40 scrupul. cuius semissis est 8 partium, 20 scrupul. & sinus 14493, qui duplicatus constituit chordam l f, aut m g 28986. His constitutis, progrediamur ad inuestigationem chordarum l m & f g. Semissis differentiæ longitudinum est 18 part. 44 scrupul. cui subtenditur 32116 sinus. Complementum 48 partium, 20 minut. est 41 part. 40 minut. & sinus 66479, qui multiplicatus in præcedentem constituit 2135039564, & hic diuisus in totum, reddit semissem chordæ l m 21350. Est ergo tota 42700. Complementum 31 part. 40 scrupul. est 58 part. 20 scrupul. & sinus rectus 85111, qui multiplicetur etiã in 32116, & cõsurget 2733424876, qui distributus in totum, restituit medium chordæ f g 27334. Tota ergo f g est 54668. Si nunc subduxeris rectam l m ex recta f g, remanebit differentia 11968, cuius semissis 5984 adiecta l m, aut subtracta ex f g, producit ipsam i g 48684, & eadem semissis lineam f i patefacit, cuius Quadratum est 35808256. Hoc subtractum ex Quadrato f l, quod est 840188196, restituit Quadratum l i 804379940, & Quadratum i g, est 2370131856, ex quibus coniunctis nascitur Quadratum l g per penultimam primi Elementorum 3174511796, cuius radix est 56341, & semissis huius 28170, cuius circumferentia inuenitur ex sinuum tabulis 16 part. 22 minut. Duplum huius est 32 part. 44 minut. scilicet segmentum l g, quod respondet Germanicis miliar. 491. Sequitur deinceps, vt etiam illorum locorum, quæ in diuersas ab Aequatore mundi partes declinant, distantias inueniendi rationem subijciamus. Ex his alia sortiuntur æquales ab Aequatore latitudines, alia differentes. Quòd si nunc vtriusque loci detur inæqualis latitudo, non erit difficile ex præcedenti figura collatis segmentis parallelorum & subtensis chordis trigoni rectanguli hypotenusam segmentum distantiæ subtendentem inuenire. Cuius rei figuram nullam subijcimus, cum ipsa res per se satis manifesta sit. Sed si offerantur duo loca, quorum paralleli æqualiter ab Aequatore distiterint, chordam segmenti distantiæ inueniemus in hunc modum. Offerantur duo loca s & g



sub Meridianis c s b & c d b, qui in polis mundi c & b concurrant. Et ex signis s & g ducantur chordæ s r & g h, quæ in suis circulis subtendunt differentiam longitudinis vtriusque loci. Duplum vtriusque latitudinis subtendat chorda s h, segmentum distantiæ s g. Ex polo c in b designetur axis mundi

c b,

c b, qui cum transeat per centrum Aequatoris f d, etiam transibit per centra datorum παραλλήλων, sicut ex 22 tertij Triangulorum Regiomontani colligitur. Constituamus igitur centrum paralleli s r in l, & paralleli h g in signo k. Ex his ducantur semidiametri l s & k h. Demonstrabimus hîc angulum h trianguli s h g esse rectum. Nam planæ superficies parallelorum, quæ per g & s pūcta ducuntur, sub Meridiano c f b, in rectum s l & h k dissecantur. Quare cōmunes earundem sectiones per decimamsextam vndecimi Elementorum sunt parallelæ, & recta s l æquidistat, & æqualis est rectæ h k, cum sint æqualium circulorum semidiametri. Iam verò parallelas & æquales rectæ lineæ ad easdem partes contingentes per trigesimamtertiam primi Elementorum inter se sunt æquales & parallelæ. Aequidistat igitur & æqualis est s h ipsi l k. Porrò axis l k in planas παραλλήλων superficies πρὸς ὀρθὰς incidit, per octauam vndecimi Elementorum. Quare angulus h trigoni s h g rectus est, id quod oportebat demonstrari. Si igitur chordas s h & h g quadratè multiplicaueris: nascetur quadratum hypotenusæ s g per penultimam primi Elementorum, ex quo deinceps extracta radix s g segmentum distantiæ vtriusque loci ex sinuum tabulis patefaciet. Sit, exempli gratia, vtriusque loci ab Aequatore f d distantia 15 partium, cuius complementum 75 part. & differentia longitudinis 10. Assumantur autem ex tabulis sinuum pro chordis circumferentiarum sinus recti: nam per quartam sexti Elementorum eandem inter se rationem custodiunt in triangulo s h g. semisses laterum, quas tota. Sinus rectus semissis differentiæ longitudinum est 8715, qui multiplicatur in sinum complementi latitudinis, qui est 96592. Hinc consurgit 841799280, qui diuisus in totum, reddit 8417, nimirum semissem chordæ h g, qui si multiplicatur quadratè, exoritur 70845889. Sinus rectus 15 partium est 25881, cuius quadratum offertur 669826161. Ex coniunctis his quadratis emergit quadratum semissis rectæ s g, 740672050, cuius radix est 27215, cui in tabulis sinuum prætenditur circumferentia 15 part. 47 scrup. Quare totum segmentum s g est 31 partium 34 scrupul. quæ conficiunt miliaria Germanica 473. Hactenus explicauimus omnium facillimas locorum distantias supputandi rationes, nunc si cui scire libet, quomodo eædem inueniantur ex trapezijs æquicrurijs iuxta traditionem Munsteri, ex sequentibus obseruet licebit. Assumpsit autem Augustam Rauracorum, cuius distantiam ab Hierusalem Palestinæ ex dimetiente trapezij quadranguli inquirit. Cuius duo latera æquicruria constituunt latitudinum differentiæ, reliqua verò segmenta differentiæ longitudinum in parallelis. Necessarium est igitur, vt primò omnium quantitatem circumferentiarum, quibus in parallelis circulis longitudinum differentiæ constant, inuenire doceamus. Has non difficile fuerit inuenire, si demonstrauerimus quemcunque maximorum circulorum, qui in sphæra describi possunt, ad datum quemlibet ipsi παράλληλον eam obtinere rationem, quam sinus totus habet ad sinum complementi distantiæ eiusdem paralleli ab ipso circulo maximo. Quod vt facilius intelligatur designetur circulus maximus, qui sit alicuius loci Meridianus c b d f. semicirculus etiam b c d repræsentet Aequatorem. Nam ad planam Meridiani superficiem πρὸς ὀρθὰς erectus intelligi potest, ita vt vtriusque dimetiens in sectione b g d sit. Eidem æquidistet minor semicirculus n l m, cuius centrum p, & dimetiens n p m. Transmittatur etiam ex c per centra Aequatoris & paralleli g p axis mundi in f polum, qui sit c f, & ad rectos angulos b g d sectionis lineam in g dispescat. Nam centra & poli omnium παραλλήλων circulorum in eadem recta sunt linea, sicut ex corollario vigesimæsecundæ propositionis libri tertij Triangulorum Regiomontani manifestè patet. Constat igitur per sinuum



definitionem b g esse sinum maximum siue Quadrantis circuli, & n p sinum rectum arcus n f, qui est complementum distantiæ paralleli ab Aequatore. Iam verò dimetientes circulorum, vel quæ ex centris ducuntur lineæ eam inter se custodiunt rationem, quam ipsorum circuli inter se habent. Aequinoctialis igitur b c d ad παράλληλον n l m eam habet rationem, quam recta b g ad rectam n p. Easdem etiam rationes similia segmenta circulorum, nimirum partes ad partem, & scrupulus ad similem scrupulum conseruant. Ex quatuor hisce quantitatibus notæ sunt 3, nempe sinus totus b g, sinus complementi distantiæ paralleli ab Aequatore, & circulus eiusdem Aequatoris. Quare ex proportionum regula quarta quantitas innotescet. Constituamus, exempli gratia, distantiam paralleli n l m ab Aequatore partium 40, & propositum sit inuestigare quantitatem circumferentiæ n l quam habet respectu b c. Complementum 40 partium est 50, cuius sinus rectus 76604, qui ducitur in 90 partes, & exurgunt 6894360, quæ distributæ in sinum totum restituunt 68 partes 56 scrupul. 36 secund. Atqui tot partes habet circumferentia n l, quarum maximi circuli Quadrans habet 90. Eodem artificio sequentes tabulæ constructæ sunt, quarum exemplo in alijs etiam partibus eædem circumferentiæ supputari possunt.

TABVLA

TABVLA QVAE CONVERTIT PARTES CIRculorum parallelorum in partes Æquatoris: & aliàs dicitur tabula conuersionum gradus extra Æquinoctialem in gradus Æquinoctialis.

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.	Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.	Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
0	30	59	59	0	16	0	57	40	9	31	0	51	25	16
1	0	59	59	1	16	30	57	31	9	31	30	51	9	17
1	30	59	58	1	17	0	57	22	9	32	0	50	52	17
2	0	59	57	1	17	30	57	13	10	32	30	50	36	17
2	30	59	56	1	18	0	57	3	10	33	0	50	19	17
3	0	59	55	2	18	30	56	53	10	33	30	50	1	18
3	30	59	53	2	19	0	56	43	10	34	0	49	44	13
4	0	59	51	2	19	30	56	33	11	34	30	49	26	18
4	30	59	48	2	20	0	56	22	11	35	0	49	8	18
5	0	59	43	3	20	30	56	11	11	35	30	48	50	18
5	30	59	43	3	21	0	56	0	11	36	0	48	32	18
6	0	59	39	3	21	30	55	49	12	36	30	48	13	18
6	30	59	36	3	22	0	55	37	12	37	0	47	55	19
7	0	59	33	4	22	30	55	25	12	37	30	47	36	19
7	30	59	29	4	23	0	55	13	12	38	0	47	36	19
8	0	59	24	4	23	30	55	1	13	38	30	46	57	20
8	30	59	20	5	24	0	54	48	13	39	0	46	37	20
9	0	59	15	5	24	30	54	35	13	39	30	46	17	20
9	30	59	10	5	25	0	54	22	13	40	0	45	57	20
10	0	59	5	6	25	30	54	9	14	40	30	45	37	21
10	30	58	59	6	26	0	53	55	14	41	0	45	16	21
11	0	58	53	6	26	30	53	41	14	41	30	44	56	21
11	30	58	47	6	27	0	53	27	14	42	0	44	35	21
12	0	58	41	7	27	30	53	13	15	42	30	44	14	22
12	30	58	34	7	28	0	52	58	15	43	0	43	52	22
13	0	58	27	7	28	30	52	43	15	43	30	43	31	22
13	30	58	20	7	29	0	52	28	15	44	0	43	9	22
14	0	58	13	8	29	30	52	13	16	44	30	42	47	22
14	30	58	5	8	30	0	51	57	16	45	0	42	25	22
15	0	57	57	8	30	30	51	41	16	45	30	42	3	22
15	30	57	49	9										

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
46	0	41	40	23
46	30	41	18	23
47	0	40	55	23
47	30	40	32	23
48	0	40	8	23
48	30	39	45	24
49	0	39	21	24
49	30	38	58	24
50	0	38	34	24
50	30	38	9	24
51	0	37	45	24
51	30	37	21	25
52	0	36	56	25
52	30	36	31	25
53	0	36	6	25
53	30	35	41	25
54	0	35	16	26
54	30	34	50	26
55	0	34	24	26
55	30	33	59	26
56	0	33	33	26
56	30	33	6	26
57	0	32	40	26
57	30	32	14	27
58	0	31	47	27
58	30	31	21	27
59	0	30	54	27
59	30	30	27	27
60	0	30	0	27
60	30	29	32	27

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
61	0	29	5	28
61	30	28	37	28
62	0	28	10	28
62	30	27	42	28
63	0	27	14	28
63	30	26	46	28
64	0	26	18	28
64	30	25	49	28
65	0	25	21	29
65	30	24	52	29
66	0	24	24	29
66	30	23	55	29
67	0	23	26	29
67	30	22	57	29
68	0	22	28	29
68	30	21	59	29
69	0	21	30	29
69	30	21	0	29
70	0	20	31	30
70	30	20	1	30
71	0	19	32	30
71	30	19	2	30
72	0	18	32	30
72	30	18	2	30
73	0	17	32	30
73	30	17	2	30
74	0	16	32	30
74	30	16	2	30
75	0	15	31	30
75	30	15	1	30

Partes latitud.	Minut. latitud.	Minut. æquat.	Secund. æquat.	Differentia.
76	0	14	30	30
76	30	14	0	31
77	0	13	29	31
77	30	12	59	31
78	0	12	28	31
78	30	11	57	31
79	0	11	26	31
79	30	10	56	31
80	0	10	25	31
80	30	9	54	31
81	0	9	23	31
81	30	8	52	31
82	0	8	21	31
82	30	7	49	31
83	0	7	18	31
83	30	6	47	31
84	0	6	16	31
84	30	5	45	31
85	0	5	13	31
85	30	4	42	31
86	0	4	11	31
86	30	3	39	31
87	0	3	8	31
87	30	2	37	31
88	0	2	5	31
88	30	1	34	31
89	0	1	2	31
89	30	0	31	31
90	0	0	0	
0	0	0	0	

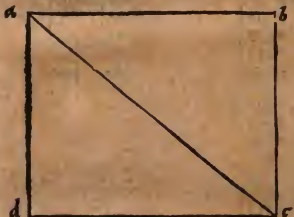
SEQVITVR

SEQVITVR TABVLA, QVAE CONVERTIT partes longitudinum in circulis parallelis in miliaria Germanica.

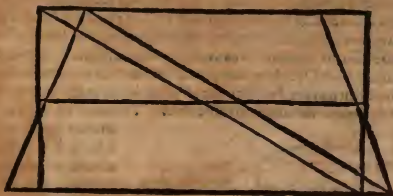
Partes latitud.	Milliaria	Minuta.	Partes latitud.	Milliaria	Minuta.	Partes latitud.	Milliaria	Minuta.
1	14	59	37	11	59	73	4	23
2	14	59	38	11	49	74	4	8
3	14	58	39	11	39	75	3	51
4	14	58	40	11	29	76	3	38
5	14	56	41	11	19	77	3	22
6	14	55	42	11	9	78	3	7
7	14	33	43	10	58	79	2	52
8	14	51	44	10	47	80	2	36
9	14	47	45	10	36	81	2	21
10	14	46	46	10	25	82	2	5
11	14	43	47	10	14	83	1	50
12	14	40	48	10	2	84	1	34
13	14	37	49	9	50	85	1	18
14	14	33	50	9	38	86	1	3
15	14	29	51	9	27	87	0	47
16	14	25	52	9	14	88	0	31
17	14	21	53	9	2	89	0	16
18	14	16	54	8	50	90	0	0
19	14	11	55	8	38			
20	14	6	56	8	23			
21	14	0	57	8	10			
22	13	54	58	7	57			
23	13	48	59	7	43			
24	13	42	60	7	30			
25	13	36	61	7	16			
26	13	29	62	7	2			
27	13	22	63	6	48			
28	13	15	64	6	34			
29	13	7	65	6	20			
30	12	59	66	6	6			
31	12	52	67	5	52			
32	12	43	68	5	37			
33	12	35	69	5	16			
34	12	26	70	5	8			
35	12	17	71	4	53			
36	12	8	72	4	38			

His cognitis ad exempli tractationem progrediamur. Augusta Rauracorum iuxta sententiam Ptolemæi in longitudine habet partes 28, minut. 0, in latitudine partes 47, minut. 20. Hierusalem verò, vt superius constituimus, habet partes longitudinis 66 minut. 0, latitud. part. 31 minut. 40. Describamus nunc figuram trapezij Quadranguli, ex cuius dimetiente vtriusque loci distantiam inueniamus. Augustam constituamus in a, Hierusalem in c. Segmẽtum differentiæ longitudinum in Augustano parallelo sit a b, cui simile est segmentum d c paralleli Hierosolymitani a d & b c sunt æqualia segmẽta, quæ cõprehendunt differẽtiam latitudinum, quæ est 15 partium, minut. 40. Ex superioribus tabulis, cũ differentia longitudinum sit 38 partium, colligitur segmentum d c 32 part. 2 min. & a b 25 part. 45 min. Et cum hîc duo latera sint inæqualia, necessarium fuerit, si voluerimus dimetiẽtem a c inuenire, vt ex hac figura Quadrãgulum rectangulum constituamus: id quod hac ratione licet expedire. Subducta recta b a ex d c remanẽtis differentiæ semissem adijcies a b, aut subtrahes ex d c. Nam ex vtroque prodibit eadem quãtitas. Hinc habebis adæquatam a b ipsi d c. Tandem ex differentia latitudinum & æquato latere per penultimam primi Elementorum inuenies dimetientem a c. Vt autẽ ad exemplum redeamus, differentia segmentorum vtriusque paralleli est 6 part. 36 scrupul. cuius semissis 3 part. 18 scrupul. adiecta partibus 25, scrupul. 45, constituit 29 part. 3 scrupul. quarum est Quadratum 843. Differentia latitudinum multiplicata quadratè constituit 245 part. 26 scrupul. Ex his duobus quadratis nascitur quadratum a c 1088 part. 26 minut. cuius radix est ferè 33 partium, quæ multiplicatæ per 15 conficiunt 495 miliaria Germanica. Tanta est rectissima prædictorum locorum inuenta distantia. Quòd si placuerit eandem a c magnitudinem expeditius sine vsu quadratorum & extractione radicum solo circino deprehendere, facillimè idipsum ex sinibus Quadrantis efficies. Nam officio præcedentium tabularum adæquatis trapezij quadranguli lateribus, dinumerabis ex centro in vno sinuum numerum partium, qui respondeat lateri d c, in altero verò eum, qui conueniat a d, & notatis vtriusque numeri finibus ad eorundem distantias circini pedes expandes, quo facto, transferes ipsum in eodem situ in basin, aut cathetũ Quadrantis, & statim manifestè ipsius a c quantitas innotescet. Præterea, vt euidentius perspicias, quomodo trapezium Quadrangulum Geometricè in ὀρθογώνιον transformetur, sequentem figuram subiecimus.





PROP

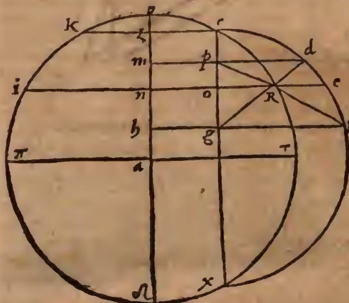


PROPOSITIO CXLVI.

Tertius modus eaſdem locorum diſtantias numerandi.

FAciliores locorum diſtantias ſupputandi rationes hoc modo deſcriptas habemus, quibus alias etiam æque certas licet paulò difficiliores, vt multiplicem ſinuum & triangulorum vſum, qui varietate delectantur, euidentius perſpiciant, ſubnectere placuit. Et quò rem ipſam ſtatim aggrediamur, prętermiſsis ijs locis, quæ eandem longitudinē, aut latitudinē habent, conſtituamus duo loca ſub diuerſis meridianis & parallelis, quæ tamē in eandem ab Aequatore partē declinant, inquirantur primò omniū ſinus recti & verſi latitudinū, item ſinus recti & verſi differētiæ longitudinū in parallelo: qua ratione id fieri debeat ex antegreſsis videre licet. His cognitis, ſubducas ſinū verſum minoris latitudinis ex ſinu verſo maioris, vt remaneat vtriuſq; differentia. Deinde conferēdus erit ſinus verſus differētię longitudinis, qui eſt in parallelo minoris latitudinis cū differentia ſinuū verſorū prius inuenta. & ſi ille minor fuerit, ex ea ſubtractus, relinquet partem, quam multiplicabis quadratè, quo facto, ſubduces ſinū rectū minoris latitudinis ex ſinu recto maioris & reſiduā portionem ſimiliter quadratè multiplicabis. Tertium quadratum conſtituet ſinus rectus differentię longitudinum in maiori parallelo, qui minorem etiam latitudinem habet. Ex his tribus quadratis naſcetur vnum quadratum, cuius radix chordam, quæ ſegmentum diſtantiæ locorum ſubtendit, in lucem producet. Conſtituamus iterum in eodem parallelo locum, cuius differentia longitudinis ab altero ſinus verſus maior ſit differentia ſinuum verſorum vtriuſq; latitudinis, hic erit ipſa differentia ex ſinu verſo longitudinis in parallelo ſubtrahenda. & reſiduæ partis erit quadratum primum, differentia ſinuum rectorum vtriuſq; latitudinis conſtituet ſecundum, & ſinus rectus differentiæ longitudinum in parallelo prædicto conficiet quadratum tertium. Ex aggregato trium huiuſce modi quadratorum emerget radix, ſiue chorda, quæ diſtantiam vtriuſq; loci inquiſitam ſubtendit. Aſſumamus etiam duo loca, quorum alter ab orbe medio in Septentrionem, alter in Auſtrum declinet. Hic iterum erit vſus inuentionis ſinuum rectorum & verſorum vtriuſq; latitudinis, & differentiæ longitudinum in altero παραλλήλων. Et ſi conſtituerimus locum Auſtrinum maiorem habere longitudinem & latitudinem, quàm Septentrionalis habeat, procedendum erit hoc modo. Sinum verſum latitudinis loci Septentrionalis ſubduces ex ſumma, quæ conflatur ex ſinu verſo latitudinis Auſtrinæ, & ſinu verſo, qui eſt differentiæ longitudinum in parallelo. ad eandem partem, & reſiduæ portionis quadratum dicetur primum. Quadratum ſecundum cōſtabit ex aggregato ſinuum rectorum vtriuſq; latitudinis. Tertium ex ſinu recto differen-

tiæ longitudinum in parallelo Austrino. Tandem ex summa horum triũ quadratorum non alia ratione, quàm superius tradita est, egredietur radix siue chorda, quæ segmentum distantiæ propositorum locorum subtendit. Ex his non est difficile assequi, quomodo eadem locorum distãtia inuenienda esset, si locus Austrinus esset Occidentalior, hoc est, minorem occuparet longitudinem, quàm Septentrionalis. Ne hîc interim difficultate rei laborent discentes, euidentissimam demonstrationem subiecimus. Ducatur ex a centro Meridianus circulus π b τ x. Huius & Aequatoris cõmunis intersectio sit in linea b ♌ ad rectos angulos. Cõstituamus locum r, cuius latitudo sit b r. Sit alter locus d, cuius latitudo b c, differentiam longitudinis vtriusq; in parallelo c f x repręsentet c d, qui descriptus est centro s, cuius æqualis est ab Aequatoris plano distantia c l, qui sinus rectus est b c, nempe latitudinis huius paralleli, & eiusdem sinus versus b l: nam k c est duplum circumferentiæ b c. Sinus rectus latitudinis maioris est r n, & eiusdem sinus versus n b. Ex d loco descendat perpendicularis in planũ circuli b τ ♌. Erit ergo d p sinus rectus arcus c d, & c p eiusdem sinus versus m p, an sit æquidistãs l c, & ad angulum rectum d p contingens, c g x diameter ad rectos angulos n r sinum in o secat. Ducta iam ex p in r recta, erit linea p r subtendens rectũ angulum p o k. Chorda vtriusque loci distantiæ est d r, quæ hîc inuenienda est. Primùm ex datis latitudinibus c b & r b dantur sinus recti l c, r n, & versi b l & b n. Subtracto nunc b l ex b n, relinquitur l n cui æquidistat, & æqualis est c o. Lineæ verò c p & d p cognoscentur hoc modo. Cum eandem rationem habeat b a ad c s, quam sinus rectus differentiæ longitudinis in Aequatore ad sinum rectum d p: nam c d eidem angulo prætenditur, & c s sit rectus sinus complementi c τ notus, d p latere non poterit. Hinc etiam quam rationem habet sinus rectus differentiæ longitudinum ad sinum versum, eandem obtinet d p ad c p. Quare ipsa etiam c p cognoscetur. His inuẽtis subducto c p ex c o restat p o, & sublato sinu minoris latitudinis c i ex n r, superest o r. & per 47 primi Elementorum Euclidis inuenitur p r, scilicet ex radice Quadratorũ p o & o r. Et cum d p linea plano circuli b τ ♌ ad rectos angulos insistat, per 18 vndecimi Elementorum erit angulus d p r rectus. Quare per penultimam primi Euclidis ex Quadratis linearum d p & p r extracta radix d r hypotenusam patefaciet, cuius arcus est vera locorũ d & r distantia. Superest, vt exemplo rem ipsam experiamur. Cõstituamus Augustam Rhetiæ in r, & Hierusalem olim nobilissimam Syriæ vrbem in l. Longitudo Augustæ est 28 partium, 31 scrupul. & Hierusalem 66 partium, o minut. differentia vtriusq; 27 grad. 29 minut. Latitudo Augustę 48 grad. 20 minut. & Hierusalem 31 grad. 40 minut. differentia 16 grad. 40 minut. Sinus rectus 48 gra. 20 minut. 74702, lineæ r n, complementum horum est 41 grad. 40 minut.



cuius sinus rectus 66479 ex toto sinu subtractus, relinquit 33521, nempe lineam b n. Sinus rectus 31 grad. 40 scrup. c b 52497 complementum huius c 7 58 grad. 20 minut. & sinus 85111, qui ex toto sublatus, relinquit 14889 b l. Sinus rectus 37 grad. 29 min. qui constituunt differentiã longitudinis in Aequatore, 60853, qui multiplicatus in sinum 85111 producit 5179259683, & hic diuisus in totum 100000 constituit 51792, tanta est linea d p. Complementum 37 gr. 29 min. est 52 gr. 31 min. & sinus rectus 79353, hic subtractis ex 100000 restituit 20647, per quem multiplicatus 51792 producit 1069349424, & hic diuisus per 60853 facit 17572, partes lineæ c p. Insuper ex b n, quę est 33521, subduxi b l 14889 & relictæ sunt 18632, lineæ l n, siue o c. Ex hac iterum subtraxi c p, scilicet 17572 & remanebant 1060 lineę p o. Tandem sinui recto maioris latitudinis ademi sinum minoris, scilicet ipsis 74702, 52497, & restabant 22205 partes, quæ metiuntur lineam o r. Quadratũ lineę d p est 2682411264, o r 497503025, & p o 1123600. Ex his cõiunctis surgit quadratũ 3181037889, cuius radix 56400. Tanta est chorda, quæ subtendit arcum distantiæ r d. Semissis huius chordæ 28200, cuius arcus ex sinuum tabulis inuenitur 16 part. 23 scrupul. qui duplicatus constituit 32 partes. 46 scrup. Hinc sequitur cum 1 gra. maximi terræ circuli constituat 15 miliaria Germanica, quòd producent 32 gr. & 46 scru. 491 miliaria Germanica & semissis vnius. Tanta est rectissima per mõtes, scopulos & paludes Augustæ Rhetiæ & Hierusalem distantia. Iterũ in eodem semicirculo Aequatori parallelo c f x constituamus alium locũ remotiorem in f, cuius distantia ab r priori loco sit inuestiganda, & hanc subtendit chorda r f. Hîc etiam ex differentia longitudinis & collatione sinuum eodem modo quo paulò ante p d & c p, inuenientur f g & g c. l h ęquidistat, & æqualis est c g, cui adiecta b l linea, tota b h innotescit. Nota fuit etiam antea b n linea, qua subtracta ex b h, relinquitur n h, cui ęqualis & parallela o g. Etiã propter datas latitudines cognoscuntur c l, & n r. Quare subducta minori ex maiori, restat o r. Iam in trigono rectangulo g o r inuenta sunt duo latera g o & o r, quare tertium latus rectũ angulum subtẽdens, per 27 primi Regiomontani latere non poterit, & per eandem cum f g inuentus sinus subiecto plano ad rectos angulos insistat, r f rectũ r g f angulum subtendens manifesta fiet, quam inuenire oportebat. Cæterùm paulò diuersa ratio est inueniendi locorum interualla, quæ in diuersas ab Aequatore partes declinant, quam ex sequẽti figura non est difficile intelligere. Sit Meridianus circulus per locũ c ex a centro ductus n b c p. Huius & Aequatoris cõmunis intersectio b a r. est ergo latitudo loci c arcus b c, eiusdẽ sinus rectus d c & versus b d. Dimetiens Meridiani & axis Aequatoris s a p. sit alter locus ab Aequatore

b d c e h f k l g s m p a n R

in Meridiẽ declinans f in parallelo e f n, cuius latitudo b e, & sinus rectus e h versus h b, differentia longitudinis in parallelo e f, cuius sinus rectus f g & versus e g, inueniũtur ex collatione semidiametrorum, sicut antea ostẽdimus. Iam inuentæ g e æquidistat & æqualis est h k. Quare b k tota constat. Item e h ęquidistat & æquatur g k, & d c ipsi k l. Quare ex coniunctis g k, & k l tota g l cognoscitur. Sublato etiam sinu verso b d ex b k, restat d k, cui æquidistat c l. Inuentis hîc trigoni g l c rectanguli duobus lateribus g l & l c rectũ angulum ambientibus, ipsa etiam ὑποτείνουσα g c non latebit. Angulus etiam g trigoni f g c rectus est, cuius lateribus f g & g c inuentis, tertium f c per 26 primi Regiomontani non latebit. atqui hoc vtriusq; loci distantiam subtendit. Igitur exempli gratia duorum c & f locorum distantiam, cui subtenditur f c chorda, inueniendam esse constituamus. Sit autem c in parte Septentrionali, f in Austrina: ita vt b r sit Aequatoris diameter. Differentia longitudinum statuatur 42 part. 23 scrupul. Sed declinatio e b Austrina sit 20 part. b c Borealis 3 part. 20 scrupul. Est ergo sinus e h 34202, & d c 5814, quibus adæquatur tota g l linea 40016. Sinus differentiæ longitudinum est 67408, qui multiplicetur in sinum complementi Austrinæ declinationis, & productum diuidatur in totum, ex quo emerget f g linea 63342. Complementum longitudinis est 47 part. 37 minut. & sinus 73865, qui ex toto sublatus, relinquit sinum versum longit. different. 27135. Quare dispositis in ordinem numeris 67408, 21635, 63342, post absolutam operationẽ prodibit e g lineę quantitas 24558. Insuper sinus complementi e b circumferentiæ ex toto sublatus, relinquit b h sinum versum 6031. Quare tota b k constat 30589. Complementum Septentrionalis declinationis est 86 part. 40 scrupul. cuius sinus 99830 ex toto subtractus, relinquit b d sinum versum 170. qui sublatus ex b k, restituit d k, cui adæquatur c l 30419. Inuentæ sunt igitur magnitudines linearum f g, g l, & c l, ex quarum quadratis conflatur quadratum f c chordæ inquisitæ. Quadratum c l, est 925315561, f g 4012208964 & g l 1601280256. Summa horum quadratorum constituit 6538804781, cuius radix offertur 80862. Tanta est f c chorda, cuius semissis est 40431, quæ ex tabulis educit circumferentiam 23 part. 51 scrupul. Duplum huius est 47 part. 42 scrupul. proximè, quod inuenire oportebat. Eadem ratione stellarum distantias, quarum tam longitudinis, quàm latitudinis loca constiterint, metiri licet. Eundem etiam scopum alia ratione, quàm nos, ex sinuum tabulis Petrus Appianus assequi docet, quem, si qui varietate delectentur, hinc in promptu habere possunt. Primò cognitis vtriusq; loci & longitudine & latitudine, inquiras differentiam longitudinum & complementa. Deinde sinum complementi latitudinis minoris in sinũ differentiæ longitudinis ducas, & productum diuidas in sinum totum, arcus qui hinc exurgit, erit inuentum primum. Insuper assumas huius inuẽti sinum complementi, vnà cum sinu latitudinis minoris, & minorem per totum multiplices, & productum in maiorem diuidas. Arcus hinc inuentus à maiori latitudine subtractus, relinquet inuentum secũdum. Postremò sinus vtriusq; complementorum primi & secundi inuenti in sese multiplices, & productum in totũ partiaris. Hinc sinus prodibit, cuius arcus è 90 subtractus, veram locorum distantiam patefaciet. Exemplum præcedens hîc repetamus, vt videas vtramq; supputandi rationem ad eandem metam pertingere.

Augusta Rhetiæ longitudinem habet 28 grad. 31 scrup. & latitudinem 48 grad. 20 minut. Hierusalem Iudææ ciuitas longitud. habet 66 grad. latitud. 31 grad. 40 minut. Differentia longitudinis est 37 grad. 29 minut. cuius sinus est 60853. complementum huius 41 grad. 4 0 minut. & sinus 79353, latitudo maior 48 grad. 20 minut. & sinus 74702. Complementum 41 grad. 40 minut. &

A f. F. sinus

ſinus 96479, latitudo minor 31 grad. 40 ſcrupul. ſinus 52497. Cõplementum 58 grad. 29 minut. ſinus 5111. Ducam igitur ſinum complementi latitudinis minoris, ſcilicet 5111 in ſinum differentiæ longitudinis 60853 & productum diuidam in totum. Hinc proueniunt 51792 quarum partium arcus 31 grad. & 12 minut. ſcilicet inuentum primum. Huius complementum eſt 58 grad. 48 minut. & ſinus 85536, in quem diſtribuo ſinum latitudinis minoris 52497 per totum multiplicatum & prodeunt in Quotiente 61374. Harum partium arcus ſcilicet 37 grad. 52 minut. à maiori latitudine ſubtractus relinquit inuentum ſecundum. Tandem ſinus complementorum vtriuſq; arcus inuẽti, ſcilicet 98336, & 85536 in ſeſe ducti, & hinc in ſinum totum diſtributi conſtituunt 84113 ſinum cuius arcus 57 partium 16 ſcrupul. è 90 ſublatus, relinquit 32 grad. 44 minut. diſtantiæ Hieruſalem & Auguſtæ. Quòd ſi contigerit alterum locorũ habere latitudinem Septentrionalem, alterum Auſtrinam, duces ſinum complementi latitudinis Septentrionalis in ſinum differentię longitudinis, & productum in totum diuides. Hinc exorietur inuentum primum, cuius ſinum complementi cum ſinu latitudinis Borealis conferas, minorem ex his per totum multiplicatum in maiorem diuidas, & Quotientis circumferentiam adijcias Auſtrinæ latitudini. Hinc tibi conſurget inuentum ſecundum, cum his duobus procedes eadem via, quæ antè præſcripta eſt.

PROPOSITIO CXLVII.

Quomodo angulus poſitionis (ut uocant) ex data longitudine & latitudine duorum locorum inueniatur.

HInc ſequitur, vt etiam explicemus, quomodo cognitis duorum locorum, tam longitudinibus, quàm latitudinibus, in quam mundi partem alter ab altero declinet, inueniatur. Quãdo cognita fuerit duorum locorum diſtantia, aut ex præcedenti modo ſupputata, ducas ſinum complementi latitudinis minoris in ſinum differentiæ longitudinis, productum diuide in totum, & Quotiente cum ſinu diſtantiæ locorum collato, minorem ducas in totum, & productum in maiorẽ diuidas. Hinc arcus egredietur, qui angulum poſitionis oſtendet, ſcilicet quantum locus alter à Meridie verſus Orientem vel Occidentem, ſimiliter à Septentrione verſus ortum vel occaſum deflectat. Hinc cognoſcimus, vt etiam indice eorum locorum ſitus oſtendamus, quæ nunquam vidimus. Exemplum retineamus idem. Diſtantia Hieruſalem & Auguſtæ inuenta eſt 32 part. 44 ſcrup. Multiplices nunc ſinum differentiæ longitudinis 60853 in ſinum complementi latitudinis minoris 85111 & productum in totum diſtribuas. Hinc fit 51792, quem, cum ſit minor, in totũ ducas, & productum in ſinum diſtantiæ inuentæ partiaris, prodibit hinc ſinus 95783, cuius arcus 73 partes 18 ſcrup, diſtantia Hieroſolymæ à Meridiano verſus Orientem.

PROPOSITIO CXLVIII.

Si alterius duorum locorum conſtet longitudo ac latitudo, & ab altero diſtantia cum angulo poſitionis huius quoq; longitudinem ac latitudinem colligere.

HVic propoſitioni ſubnectit aliam, qua duobus locis propoſitis, quorum alterius tantùm latitudo vnà cũ longitudine cognoſcatur, alterius vtraq; ignoretur, ſed angulus poſitionis, vnà cum diſtantia ab altero conſtet, eleuatio poli & longitudinis differentia inueniatur. Ducitur ſinus diſtantiæ in ſinum anguli poſitionis, & productum diuiditur in totum, ex quo prodibit ſinus arcus primi, cuius complementi ſinum, ſi minor extiterit ſinu complementi di-

stantiæ locorum in totum ducas, & productum in sinum complementi distantiæ diuidas. Ex contrario etiam contrarium sequitur Quotientis sinus arcum ex 90 subducas, & residuus ex nota latitudine sublatus, relinquit arcum secundum. Sed si locus ignotus Borealior extiterit, residuo latitudinem cognitam adijcies, & hinc etiam habebis arcum secundum. Insuper ducitur sinus arcus secundi in sinum complementi arcus primi, & productum in totum diuiditur. Sinus hinc prodeuntis arcus latitudinem ignoti loci quæsitam patefacit. Deinde proposito sinu complementi inuentæ latitudinis, & sinu arcus primi, minorem ducas in totum, & productum diuide in maiorem. Sinus hinc exeuntis circumferentia differentiam longitudinis producit. Nunc si in Orientem tendat ignoti loci situs, inuentam differentiam cognitæ longitudini adijcies, si in Occidentem vergat ab eadem subduces, ita tibi vera ignoti loci longitudo innotescet. En longitudo Meridiani per Augustam Rhetiæ ducti, ab illo qui per Canarias insulas transit, est 28 partium, 31 scrupul. latitudo loci antea constituta est 48 part. 20 minut. distantia Hierusalem & Augustæ numeratur 491 miliar. Germanicorũ. Hinc inuenienda est tam longitudo quàm latitudo Hierusalem. Sinus distantiæ 53975 in sinum anguli positionis 73 grad. 18 minut. 95783 ductus, cum diuiditur in totum constituit 51792, cuius arcus 31 grad. 12 minut. dicitur primus. Iterum sinum complementi distantiæ 84113 per totum multiplicatum in sinum complementi arcus primi partiaris. Hinc egreditur sinus 98336, cuius arcus 79 grad. 32 minut. 90 gradibus ademptus, relinquit 10 grad. 28 minut. quibus subtractis ex nota latitudine, quæ vlterius in Septentrionem extenditur, supersunt 37 partes 52 scrup. arcus secundi. Insuper sinus arcus secundi 61374 per sinum arcus primi multiplicetur, & productus diuidatur in totum, hinc prodibit 52497 sinus arcus 31 grad. 40 minut. altitudinis poli ipsius Hierusalem. Deinde sinum rectum arcus primi 51792 per totũ multiplicatum in sinum complementi latitudinis inuentæ diuidas, & egredietur sinus 60853 cuius arcus 37 grad. 29 minut. indicat differentiam longitudinis Augustæ & Hierusalem, quam si adieceris longitudini Augustanæ 28 partiũ, 31 scrupul. prouenient 66 partes longitudinis Hierosolymitanæ. Quare semper ad Meridianum huius loci duabus horis & 30 scrup. citius pertingit Sol, quàm ad Augustensem. Diligenter hîc attendas, quoties angulus positionis extiterit 90 partium à Meridie, vt ducas sinum complementi intercapedinis in sinum latitudinis notæ, & productum in sinum perfectum distribuas, atque sinus hinc inuentus arcum ignotæ latitudinis producet. Deinde sinum complementi huius inuentæ latitudinis cum sinu intercapedinis conferas, & minorem ex his in sinum maximum ducas, & productum per maiorem diuidas. Hinc tibi sinus rectus arcus differentiæ longitudinis egredietur,

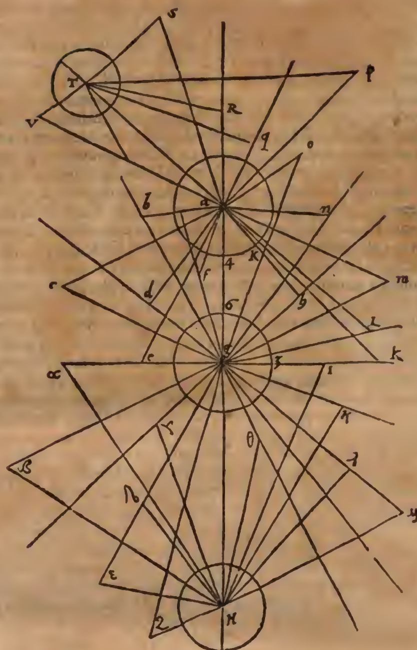
PROPOSITIO CXLIX.

Ratio dimetiendi uerum situm & constitutionem omnium partium cuiuscunque superficiei terrestris, ad cuius exemplar similis descriptio in alio plano constitui posit.

EXplicabimus hîc deinceps commodissimam rationem dimetiendi veros situs & constitutiones in quauis terræ superficie apparentium locorum, quam artifices regionum descriptionem appellare solent. Differt autẽ à Chorographia, siue Topographia, quòd non tantùm particularia quædam loca seorsim & absolutè consideret, verumetiam eorundem ad se inuicem proportionem intueatur, ita vt omnium etiam minutissimarum partium, velut vrbiũ, villarum, portuum, fontium, riuulorum, & aliorum, quæ huc referuntur, situs & distantias exquisitissimè obseruet ac describat. Quantum verò in huiusce-

modi

modi locorum descriptionibus imperiti pictores, qui rationem dimensionis ignorant, & proportionum consyderationem in his omnibus negligunt, à scopo aberrent, satis experientia attestatur. Quamuis autem variæ & multiplices huiusmodi dimensionum rationes extent, nulla tamen inter omnes simplicior ac certior inueniri potest, quàm illa, quæ quadrantis vsu absoluitur. Nam si per angulos positionum hoc opus tentaueris, offerentur multæ difficultates & errandi occasiones, præsertim in obseruatione lineæ Meridianæ, quam per magnetem non satis exquisitè licet inuenire. Cōstituemus hîc igitur primum simplicissimam rationem, qua sine vlla cœli aut distantiarum obseruatione exquisitissimè locorum descriptiones absoluantur. Primò quoties hoc operis aggrederis, locus aliquis sublimior, ex quo reliqua circumiacentia loca commodissimè videantur, inquiri debet. Quo inuento, per quadrantem duorum locorum, sumpto vbicunq; volueris initio, circularem distantiam, non aliter quàm stellarum in cælo obseruātur interualla, dimetieris. Eodem modo reliquorum omnium circumiacentium locorum distantias per circumferentias obseruabis. Et inuentis omnium interuallorum arcubus in plana alicuius tabulæ vel chartæ superficie, constituto in ea centro, quod loci tuæ obseruationis vicem gerat, iustæ magnitudinis circulum duces, in cuius circumferētia, quæ sit iuxta vulgarem Mathematicorum rationem in 360 partes distributa adscriptis singulorum locorum nominibus, eorundem obseruatas distantias numerabis, & per extremitates obscuras lineas, quæ postea deleri possint, extendes. Hoc facto, in aliquem locorum ex his, quæ iam obseruasti, digredieris, & initio sumpto à loco præcedentis operationis iterum circumstātium locorum interualla per circumferentias eodem modo, quo antè obseruabis. Dehinc in linea huius secundi loci punctum aliquod, cuius distantiam à centro prioris circuli, quantamcunq; volueris, assumere licet, designabis, quod nimirum secundæ operationis loco statuatur. Ex hoc delineabis circulum cuiuscunq; magnitudinis, in cuius circumferentia secundæ obseruationis omnes inuentas locorum distantias iuxta modum præcedentem iterum numerabis: & ex centro per fines harum sectionum protractis rectis lineis, harum contactus cum lineis primæ operationis diligenter notabis. Hinc manifestè videbis locorum omnium, quæ bis sub aspectum venerunt, quam habeant secundum veram symmetriam constitutionem. Ex hoc loco, nimirum secundæ obseruationis in alium progredi licebit, vbi ex similibus obseruationibus reliquorum apparentium locorum situs & collocationes exquisitè deprehendes. Tātum hîc memineris, vt totius superficiei loca singula, quæ describere volueris, bis in conspectum veniant, siue hoc ex duobus, siue pluribus locis fieri possit, hîc nihil refert. Ex huiuscemodi obseruationibus sæpè repetitis etiam magnæ regionis tota constitutione, & in hac fluminum processus & sinus fontium & riuulorū ductus situs minutissimarum etiam partium secundum veram proportionem exactissimè describemus. Vt autē industrius lector huiuscemodi descriptionis aliquod exemplar habeat, sequentem figuram subiecimus. Noueris etiam in præsenti figura locorum situs non in sectionibus, sed in mutuis contactibus linearum, quæ literis signantur à nobis constitui. Porrò vnde constet hanc locorum descriptionem esse certam non difficile est intelligere: cum enim ex vno loco tanquam centro alia duo conspiciantur, semper intelligimus ex his trigonum rectilineum constitui, cuius angulorum ex prima obseruatione nobis vnus innotescit, alter ex secunda. Vnde tertius per 32 primi Elemētorum Euclidis latere non potest. Quando insuper duorum locorum interuallum in plana alicuius tabulæ superficie per rectam lineam designatur, cui aliæ duę secundum obseruatas angulorum quantitates applicantur, necessariò per 7 primi Elemento-



rum in vno puncto conuenient. Conſtat ergo huiuſcemodi triangulum in tabula deſignatum ęquales angulos cum eo quod in ſuperficie terræ ex trium locorum connexis rectis lineis conſtitutum intelligitur, obtinere. Etenim cum triãgulus omnes treis habeat angulos duobus rectis ęquales, conſequitur omnium triangulorum collectos angulos æquales eſſe. Quoties igitur vnius trigoni duo anguli fuerint ęquales duobus angulis alterius, cõſtituimus per communem animi notionem reliquum angulum reliquo adæquari. Hinc per quartam ſexti Elementorum æqualium angulorum latera eaſdem inter ſe rationes cuſtodiunt. Non dubium eſt igitur, quin triangulus in tabula ex huiuſcemodi obſeruationibus conſtitutus, eaſdem rationes laterum, angulorum, & diſtantiarum obtineat, quas trium locorum reſpondentia interualla inter ſe cuſtodiunt. Manifeſtum eſt igitur in tabula trium locorum ſigna rectè eſſe collocata. Quod autem de tribus locis demõſtratum eſt, de reliquis omnibus eodem modo intelligendum eſt, cùm ſemper ex tribus punctis trigonus rectilineus conſtituatur. Præterea quamuis terræ ſuperficiem non planam, ſed ſphęricam

eſſe

esse constet, tamen hic locorum triangulos ex rectis lineis constare asseueramus, ideo quòd in tanta locorum distantia, quantam visus in terra cõsequi potest, nullam inter sphæricos & rectilineos trigonos differentiam sensus percipiat. Sit, exempli gratia, constitutum trium locorum a,g,k situs secundum veram symmetriam describere. Ex prima obseruatione innotescit angulus g a k, ex secunda a g k. Ducas ergo in plana superficie cuiuslibet magnitudinis lineam, quę locorum a & g distantiam repræsentet. Et descriptis ex a & g centris duobus circulis, angulos distantiarum per obseruationem deprehensos in ijs dinumeres. Sit autem primæ obseruationis, per quam inspexeris ex a g & k signa, circumferentia 4 b. Secundæ verò 6,3, qua conspecta sint a & k loca. Tandem ex a & g centris per fines harum circumferentiarum, scilicet r & 3 extendantur rectæ lineæ in eam vsq; partem, vbi vtraq; concurrat, quæ nobis hic in k constituitur. Tria igitur puncta a,g, k rectè collocata esse per antegressam demonstrationem concludimus. Eodem modo, reliquorum omnium locorum, quæ suis characteribus hic sunt consignata, veras constitutiones in eadem superficie absolues. Secundus modus hinc non dissimilis est, quo ex obseruationibus in vno loco factis & dimensionibus distantiarum circumiacentium omnium locorum descriptionem absoluere licet. Fit autẽ hac ratione. Inuento editiori loco, ex eo tanquam centro omnium apparentium locorum, quæ describere volueris, distantias circulares, non aliter quàm superius præscriptum est, per quadrantem obseruabis. Deinde cum singulorum interualla in terrę superficie à centro loci obseruationis exquisitè dimensus fueris, circulum ad quamcunque magnitudinem in tabula designabis, cuius centrum repræsentabit locum, ex quo factæ sint obseruationes. Et diuisa tota circumferentia in ea segmenta, quæ ex operatione fuerint inuenta, per fines singulorum extendes rectas lineas ad quantitatem interuallorum, quibus singula loca ab obseruationis centro distiterint, hoc est, vt sint in tot æquales partes distributæ, in quot ipsæ locorum distantiæ fuerint diuisæ. Atq; hinc manifestè concludimus in finibus partium locorum situs esse constituendos. Tota verò huius rei demonstratio consistit in sexto theoremate sexti Elementorum Euclidis. Constituimus enim hic duo triangula, quorum vnius duo latera eãdem inter se rationem custodiunt, quam duo alterius, & anguli sub his lateribus comprehensi sunt æquales, vnde æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebũt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Atq; hinc manifestum est trigonon in tabula, qui sit hoc artificio designatus, eandem rationem laterum, angulorum, & distãtiarum obtinere, quam re ipsa tria loca in terræ superficie constituta inter se habent. Huiuscemodi descriptionis figuram habes talem.

Singula, quæ hic describenda sunt loca, suis literis cõsignauimus. Sed exempli gratia, statuamus hic per vnam obseruationem describendam esse trium locorum a, m l constitutionem. Per instrumentum inspicienti m & l signa offeretur circumferentia φ 7, siue angulus m a l. Deinde ex a centro ducantur rectæ a m & a l, quas intelligimus in tot ęquales sectiones esse distributas, quot respondeant partibus, quibus loca m & l signis notata ab a loco distiterint. Quare præmissa demonstratio hanc signorum m a l collocationem rectam esse confirmat. Idem de reliquis omnibus locis intelligas.



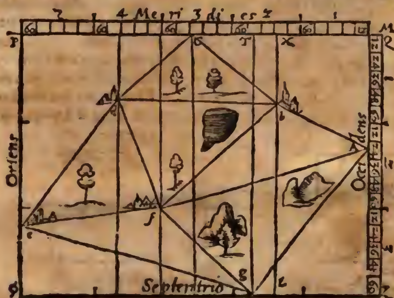
PROPOSITIO CL.

Quomodo particulares locorum deſcriptiones generalibus mundi tabulis ſint intexendæ.

POſtquàm particulares locorum deſcriptiones ita nobis ſint explicatæ, non inutile fuerit, ſi breuiter hîc perſtringamus, quomodo cõmodiſsime generalibus mundi tabulis eaſdem liceat intexere, vt quantum fieri poſsit, exquiſitius loca ſingula ſuis Meridianis & parallelis diſtinguantur. Vt hoc commodius efficiamus, neceſſarium fuerit iuxta Coſmographicum artificium tabularum ſtructuram ante oculos conſtituere. Atque hîc eam rationem ſequemur, qua per rectas lineas maximè congruentes ſphærici corporis ſymmetriæ deſcriptiones abſoluuntur. Id quod euidentius experiemur, ſi rectæ lineę, quibus longitudinum differentiæ comprehenduntur, ad Meridianas lineas, quæ vtrinq; à lateribus ſignantur, eam rationem habuerint, quàm ſegmenta τῶν

παραλλήλων

παραλλήλων ad Meridianos circulos quibus includuntur. Hoc ita constituto, si ęquidistantes longitudinũ lineas ad quantitatẽ interceptæ latitudinis segmenti recta disiungamus, quę in puncto sectionum, quibus in semisses distribuuntur, πρὸς ὀρθὰς eas contingat, & reliquas deinceps extremitates alijs connectamus, absolutam tabulæ structuram habebimus. Quæ sit autem ratio segmentorum longitudinis in parallelis ad Meridianum, aut quemuis maximorũ circulorum, id alibi explicatum reliquimus. Cum ergo nobis constet, qua ratione tabulæ fabrefieri debeant, non difficile fuerit, constituta iuxta veram symmetriam regionis loca ijsdem includere. In hunc vsum obseruabimus duo loca inter quæ maxima fuerit ab Oriente in Occidentem distantia, vt hinc vtriusq; longitudinis differẽtia innotescat. Dehinc ex obseruatione maximi interualli ab Austro in Septentrionem differentiam latitudinis, quæ in hac descriptione remotissima loca complectitur, colligemus. Tum per extrema hęc loca rectas παραλλήλας ducemus, quibus iuxta obseruatam longitudinum differentiam suas magnitudines ex tabula, quæ conuertit gradus & scrupul. τῶν παραλλήλων in partes Aequatoris assignabimus. Has ita extremis Meridianorum lineis includemus, vt non solùm per ea loca, inter quæ maxima longitudinum distantia intercesserit, extendantur, sed etiam vtrobiq; ad æquidistantes lineas interius æquales inclinationum angulos efficiant. Quo absoluto, si longitudinum παραλλήλοις, & à lateribus Meridianis lineis, suos numeros per partes & scrupulos adscripserimus, reliquorum omnium, quę in tabula collocata fuerint, locorum longitudines & latitudines constabunt. Id quod manifestè apparebit, si per ipsa loca & similes partes longitudinum in parallelis rectas transmiserimus. Superest, vt hoc subiecto schemate manifestius demonstremus. Sit ergo no-



bis instrumento obseruatus secundum exquisitam symmetriam situs locorum a,b,c,d,f,g,k, quæ rectis lineis hîc connexuimus, vt ipsa descriptionis ratio euidentius appareret. Et constitutum sit ea generali tabulæ includere, vt singulorum & longitudinis & latitudinis distantiæ innotescant. Intelligatur locorum a & k inter Orientem & Occidentem maxima distantia, quorum longitudines, vt alibi demonstratum est, ex ☾ motu obseruandas esse dicimus. Inter loca c & g maxima latitudinis differentia intercedat, quã non difficile fuerit, vt alibi explicauimus, obseruare. Hanc nobis designet recta c g, quę parallelas p q, & φ z per loca c & g transeuntes, disiungit, quarum magnitudines ex differentia longitudinum a & k, & latitudinibus q & z colligimus. Has ita ordi-

B 2

nabimus, vt meridiana linea p φ, quæ per k deducitur, sub eodem angulo inclinetur ad παράλληλος p q, & φ z, quo q z meridianus, qui per a transit ad easdem inflectitur. Dehinc in similes portiones distribuemus p q & φ z adscriptis numeris. Sed p φ & q z inæquales. Hoc absoluto, reliquorum omnium locorum, qui constituta nobis descriptione comprehenduntur, longitudo & latitudo, sine vlterioribus obseruationibus constabit, si per singula rectas lineas, quæ distent similibus partibus παραλλήλων ab ipsis p φ & q z meridianis extendamus. Vt exempli gratia, in hac figura inuenienda nobis sit longitudo, ac latitudo loci b, ducemus per ipsum b, rectam x l, ita vt finis x simili distantia, quæ est x q, absit à q, qua l a z. Eadem ratione deprehendimus longitudines ac latitudines d & k locorum, vt ex ipsa figura manifestum est.

PROPOSITIO CLI.

Quorumlibet locorum superficies, per libellam metiri.

QVoniam superficies terrestrium locorum non vbiq; Horizontis plano æquidistant, opus erit artificiosa dimensione, si illas ad libellam voluerimus adæquare. Tunc verò intelligimus superficiem ad libellam constitutã esse, quando loca singula in finitoris plano exquisitè conquiescunt, aut eidem æquidistant. Cum igitur fuerit oblata superficies montibus, aut collibus interrupta, aut in alteram partem decliuis, facillimè eandem adæquabimus, si quantitates altitudinum, quibus loca sese inuicem excedant, dimensi fuerimus. Hoc autem satis exactè per quadrãtem expediemus, quando assumptis duobus locis, perpendiculum ex centro dimissum ita in terram inciderit, vt alterũ instrumenti latus exactè contingat, per alterum verò radius visus in constitutum locum deferatur. Constat enim in huiuscemodi situ (sicut alibi demõstrauimus) superius latus instrumẽti finitoris planæ superficiei æquidistare. Erit igitur magnitudo perpendiculi, quæ ex centro in terram descẽdit, æqualis altitudinis locorum differentiæ. Quòd si plura loca fuerint oblata, tantùm similes operationes repetantur. Atq; hinc manifestè patet, quomodo altissimorum etiam montium supra valles altitudines metiri possimus. Et quo res melius intelligatur, constituamus superficiem ad libellam æquandam a b c d f, in qua dimetienda



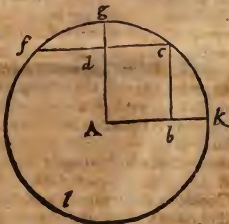
sit altitudo a supra f, nimirũ linea a k, quam ex quatuor obseruationibus in locis b c d f deprehendemus. Nam ex b loco, cum visus per k g procedit in a, perpendiculum k b metitur lineã a l. Nam vtriusq; est eadem magnitudo per 33 primi Element. Eodem modo c k adæquatur l m & k d ipsi n m & k f ipsi n k. Cum igitur singulæ partes partibus lineæ a k æquentur, etiam per cõmunem animi notionem totum toti æquale cõstituitur. Ex coniunctis igitur ob-

ſeruationũ lineis reſultat magnitudo, quæ ſit ipſi a k æqualis. Hoc quidem artificio cõmodiſsimè dimetimur exceſſus altitudinũ in illis ſuperficiebus, quæ ſunt in eodem Horizonte terreſtri, nimirũ quæ tantum extẽduntur ad duo aut tria miliaria. Diligentiſsimè verò hoc obſeruandum eſſe in ducendis fontibus, aut riuulis non ignorant artifices. Quòd ſi locorum diſtantia fuerit valde magna, non inueniemus certius aut facilius altitudinum differentiã, quàm ex ſegmento maximi circuli, quibus illa diſtiterint: idq; adminiculo ſinuum tabularum, ſicut ex ſequenti propoſitione licet perſpicere.

PROPOSITIO CLII.

Quanta ſit differentia altitudinum in diuerſis locis reſpectu ſummi terræ puncti, quod inter illa intercipitur.

QVantus ſit vſus tabularum ſinuum hic euidentius videre licet. Cæterùm, vt ad inſtitutum veniamus, ſciendum eſt neceſſariò illa loca, quæ magno diſtant interuallo, aliam dimẽſionis rationem poſtulare, quàm ea, quæ proximè ſunt coniuncta. Cuius rei cauſa eſt manifeſta, quod terræ ſuperficies ex ſententia Ptolemæi & omnium Mathematicorum, vt alibi etiam mentionẽ fecimus, proximè ad figuram circuli accedat: id quod in exiguo ſpacio non ita poteſt deprehendi, ita vt aſpectus indicet eſſe planam. Hoc conſtituto, inueniemus eleuationum differentiam in locis multum diſtantibus ex ſinu verſo mediæ partis eius circumferentiæ, qua conſtituta loca diſtiterint. Vt autem exemplo rem certius intelligant ſtudioſi, aſſumamus Danubium, qui inter Vlmam fontibus ipſius proximam & Byzantium Thraciæ, iuxta cuius longitudinem, ſeu Meridianum ferè in Pontum Euxinum exoneratur. Horũ locorum diſtantia ab artificibus eſt inuenta 300 miliarium Germanicorũ. Tam ingentem terræ conuexitatẽ ſuperat ac tranſcendit, quæ à recta linea tanquam ſubtendente circũferentiam in extremitate terræ inter hęc duo loca interceptam eleuatur ferè 14 miliaribus Germanicis, hoc eſt plus viceſimaquarta parte totius interualli, quod eſt inter Vlmam & Byzantium. Qua ratione hoc ratiocinemur, ex ſubiecta figura manifeſtum eſt. Conſtituamus in ſuperficie terræ maximum circulum f k l ex centro terræ a, qui in ſigno c tranſeat per fontes Danubij, & per eiuſdem oſtia in f. Et quoniam horum locorum interuallum conſtat 300 milia erit circumferentia f c 20 partium, quarũ totus circulus habet 360. Hanc verò ſubtendit recta f c, cui ex centro a ad rectos angulos occurrit a d recta in d ſigno, eaq; producta, attingit circumferentiam in g ſigno. Manifeſtum eſt igitur d g metiri ſummam altitudinem conuexitatis terræ, quæ eſt inter fontes & oſtia Danubij. Atque hæc eſt nobis inuenienda.



Ducatur ergo ex ſigno c recta c b, ita vt æquidiſtet d a. Quare circumferentia c g f ſecta eſt in ſemiſſes in g ſigno per 3 & 30 tertij Elementorum, & recta d a per 34 primi æqualis rectæ c b, quæ per eaſdem eſt ſemiſſis rectæ ſubtendentis duplum circumferentiæ c k. Porrò ſegmentum g c k quadrans eſt totius circumferentiæ circuli, cum angulus g a k ſit rectus. Et cum circumferentia f g c conſtituta ſit 20 partium, ſemiſsis ipſius g c erit earundem partium 10 & complementum c k 80. Igitur ex ſinuum tabulis, quæ

femidiametro afsignant 100000 partes, similium inuenietur c b 98480. Si iam constituerimus totam a g constare 859 miliaribus Germanicis per regulam proportionis in hunc modum constitutis numeris 100000, 1984801859, prodibit numerus pro a d linea 845, & reliqua d g, quæ inuenitur ex subtractione d a ex g a, 14 miliarium Germanicorum sicut ante constituimus. Vel ex sententia Ptolemæi, qui semidiametrum terræ constituit 28636 stadiorum, & singulis maximi circuli partibus 500 adscribit, talium d a erit 28201, & reliqua d g 435 stadiorum, & totum itineris spacium ferè constat vna myriade stadiorum. Constat igitur, si idem in reliquis locis experiri velimus, totum negocium absolui, si distantiæ totius mediam circumferentiam ex quadrante subtraxerimus, & complementi sinum rectum ex toto. Hinc enim sinus versus remanebit.

PROPOSITIO CLIII.

Ratio, qua dimetiamur in quibus mundi plagis singula finitoris loca sint constituta.

DEmonstrauimus quidem alio in loco quomodo inuenta Meridiei linea ex Solis vmbris, singula, quæ intra Horizōtem appareant, loca in certas mundi plagas sint distinguenda: verùm is modus, cum vbiq; non posit quouis tempore vsurpari, vel propter nubilosum aerem, qui subinde nobis abscondit Solis splendorem, vel temporis angustiam, vt eiusdem magnitudinis vmbræ, & ante & post Meridiem non posint obseruari, visum est hic aliam rationem explicare, qua magnetis adminiculo Meridiei linea constituta, quolibet tempore, tam in marinis quàm terrestribus locis verum situm & constitutionem omnium φαινομένων respectu mundi partium extemplo deprehendamus. Ad huiusmodi obseruationes faciendas quarta circuli pars nobis omnino satisfaciet, si modò circum idem punctum, aut centrum eam duxeris, donec in eundem locum restituta fuerit. Quod autem ad inuentionem Meridianæ lineæ attinet, quæ in primis hic requiritur, scire licet indicem illum in compasso, qui magnetis idiotropiam gerit, ferè nouem partibus à Meridiani plana superficie declinare, vna quidem cuspide versus Occidentem, altera versus Orientem. Quare si per quadrantem huius rei periculum facere volueris, operam dabis, vt magnetis index lineam illam, quæ ex centro in nonam circumferentiæ partem extenditur, tam exquisitè posideat, vt ab eadem in neutram partem deflectat. In hoc situ manifestum est quadrantis basin, quæ nimirum ad eam partem est, vbi initium partium designatur, Meridiei lineam occupare, alteram verò quæ nonagesimæ partis finem claudit, communem Horizontis & Aequatoris sectionem. Primùm igitur constituamus quadrantem hoc artificio vt exquisitè sit in occidua mundi plaga, quę in Austrũ vergit, tum circumducta mobili regula, si per pinnacidia cōspexeris inter media loca, quę in eadem finitoris parte fuerint, statim circumferentiæ, quibus à Meridie & Occidente distiterint, apparebunt. Deinde circũduces instrumẽtum, vt latus illud, quod Occidentis lineã occupabat, transferatur in illam Meridianæ lineę partem, quę in Septentrionem tendit. In huiuscemodi cōstitutione per similes obseruationes videbimus situs omniũ locorũ, quę inter Occidentẽ & Septentrionem fuerint intercepta. Ex hoc loco circũuolues instrumentũ in illã mũdi partẽ, quę est inter Septentrionẽ & Orientẽ, & hinc iterum in vltimã partem, quę est inter Orientẽ & Meridiem, in quibus eadem planè obseruãdi ratione, quę paulò ante est pręscripta, locorũ situs deprehendes. Neq; verò necessariũ est, vt semper à Meridie in Occidentẽ instrumentũ circũducas, verũ à qualibet mũdi parte pro tuo arbitrio initiũ sumas: nos tantũ docẽdi gratia rẽ hoc modo proposuimus.

propoſuimus. In obſeruationibus cœleſtium φαινομένων, quomodo hinc circulos verticales, in quos ſtellæ fuerint delatæ, & earum diſtantias à Meridiano colligamus, cuiuis mediocriter ingenioſo, non eſt obſcurũ intelligere. Qui in fodinis metallicis laborant, circumferentiam totius circuli ferè ſemper in duodecim partes diſtribuunt, neq; exactiorem diſtributionem requirunt. Qui mare nauigant in eundem vſum pyxidem habent, in qua magnetis index orbi adhærens dependet, quem in 12 aut 16, aut ad ſummum 32 cuſpides diuiſerunt. Nos verò longè exactiores faciemus obſeruationes, cum circumferentiam circuli in 360 ſectiones diſtributam habeamus. Vt autem manifeſtius rem intelligant diſcentes, figuram adijciemus.



Conſtituamus igitur ex r centro inueniendos eſſe ſitus locorum a b c & f g h, cum latus inſtrumenti l r poſsideat lineam Meridianam, neceſſariò ſpectat m r Occidentem. Quare ſi per pinnacidia inſpexeris locum a, circumferentia l d oſtendet ferè 29 partes, quibus à Meridie locus ille diſtat, b verò 44, & c 60. Si harum circumferentiarum ſingulas ex 90 partibus ſubtraxeris, remanebunt eorundem locorum à vero Occidente diſtantiæ. Vt locus a diſtat ab Occaſu 61 partibus, b 46, c 30 exactè. Ex hoc loco circumduximus inſtrumentum in partem mundi, quæ eſt inter Septentrionem & Orientem, vbi per ſimiles obſeruationes ſitus locorum f, g, h, deprehendes. Et cum tota res per ſe facillima ſit, ad ſequentium tractationem progrediemur.

PROPOSITIO CLIIII.

Qua ratione nauium à littore interualla, tam diei tempore, quàm in denſiſsimis noctis tenebris per faces ardentes exquiſitiſsimè liceat explorare: & uiciſsim naucleri, qua ratiocinatione quolibet tempore in Oceano, aut mari apparentium inſularum, ſcopulorum, aut littorum diſtantias à naui ex obſeruationibus deprehendere poſsint.

HActenus varias ac multiplices dimẽſionum rationes explicauimus, quarum obſeruationes in terra duntaxat abſoluuntur: nunc etiam videamus

qua ratione conſilium ſit inſtituendum, ſi nauigantes in mari vel Oceano per dimenſiones explorare debeamus cuiuslibet apparentis, ſiue in medijs fluctibus, ſiue in terra loci à nauigio diſtantiam. Item quomodo certiſsimè, qui ſunt in littore, nauium, inſularum, ac ſcopulorum, qui modò ſint in conſpectu ab eo deprehendant interualla. Aſſumptis igitur obſeruationibus & extructa demonſtratione manifeſtè conſtabit hîc citra omnem difficultatem rem expediri poſſe ad quantamcunque diſtantiam radius viſiuus locum aliquem poſsit apprehendere, diurno quidem tempore per obſeruationem trium locorum, ſed in medijs noctis tenebris per faces ardentes, quæ diuerſis in locis conſtitutæ, exquiſitiſsimum nobis exhibebunt triangulum, cuius exploratis duobus angulis ac vno latere, per quartam ſecundi Regiomont. reliqua licebit ratiocinari. Conſideremus ergo primùm, quis ſit operandi modus, ſi in littore velimus experiri alicuius inſulæ, ſcopuli aut nauis interuallum. Quòd ſi de die fuerit nauis in conſpectu, aſſumemus in littore ſpacium aliquod rectilineũ, quod ſit ſexdecim, aut viginti ſtadiorum, in cuius altero fine ſignum aliquod, vt euidenter conſpiciatur, conſtituendum eſt. Eodem modo collocabitur ſignum apparens in principio dicti ſpacij, ſiue itineris, vbi nimirum eſt locus obſeruationis, cuius à nauigio inquiritur diſtantia. Hoc conſtituto, eodem temporis momento per inſtrumentum iuxta vtrumque conſtituti itineris finem, explorare oportebit angulum diſtantiæ nauis & alterius ſigni. Deinde per ratiocinationem, quantacumque etiam fuerit, nauis diſtantia ab vtroque ſigno colligetur. Nocturno tempore loco ſignorum, quæ ſunt iuxta vtrumque finem itineris, collocabimus faces ardentes, ex quarum conſpectu ſimilem obſeruationem repetentes eundem ſcopum attingemus, ſi tertia fax in nauigio accenſa apparuerit. Huiuſcemodi obſeruationes, quæ per conſpectum ignis abſoluuntur, ſine dubio conſtat eſſe omnium exquiſitiſsimas. Nam radij viſui in flamma vtrobique coeuntes, exactiſsimum conſtituunt angulum, cuius ratiocinatione inquiſitum latus trianguli colligitur. Nullam quoque certiorẽ dimenſionis rationem inueniri poſſe conſtat, quàm ſi latus vnum trianguli in planiciem terræ inclinemus, præſertim in explorando longiori interuallo. Si enim aſſumptum in littore ſpacium fuerit viginti ſtadiorum, certum eſt nullum in Horizontis planicie corpus, tam remotè apparere poſſe, quin eius diſtantia euidentiſsimam ad illud ſpacium rationem ſortiatur. Nam ſi fieri poſſet, vt oculorum proſpectus in plana Horizontis ſuperficie ad ſpacium decem miliarium Germanicorum pertingeret, cum 125 paſſus vnius ſtadij abſoluant magnitudinem & 5000 paſſus conſtituant miliare Germanicum, manifeſtum eſt ſpacium in littore viginti ſtadiorum vigeſies multiplicatum, tam longi itineris, vt ſunt decem miliaria longitudinem exactiſsimè patefacturum. Hîc autem lubet admonere veritatis amantes, vt cum terræ molem aquæ cõiunctam ſecundum vniuerſas ſui partes ſphæricam eſſe conſtet ad ſenſum, atque ideo fiat, vt cum à quouis angulo ad alium nauigamus verſus littora ac montes altiores, paulatim eorum magnitudines ſenſui increſcere videantur, tanquam è mari emergerent, cum anteà (vt Ptolemæus loquitur) διὰ τὴν κυρτότητα τοῦ ὕδατος ἐπιφανείας latuiſſent, diligentius explorent in locîs maritimis per huiuſcemodi obſeruationes, quid maximè conſentiat experientiæ. Macrobius Eratoſthenem ſecutus, vni ſegmento cœleſtis circuli ex 360 æqualibus aſsignat 700 ſtadia: ex quo Geometricè demonſtrari poteſt oculorum proſpectum in planicie vltra $4\frac{1}{2}$ miliaria ferri non poſſe. Sed tamen vtrum hæc ſententia ad rei veritatem proximè accedat artificis eſt diligentius explorare. nos hîc rem indicaſſe ſatis eſt. Nunc ad inſtitutum redeamus, vt conſideremus quomodo viciſsim nauigantes in Oceano, aut mari commodiſsimè experiantur quantum

tur quantum

tur quantum itineris absunt à littore, scopulo, aut insula apparenti. Eiusdem quidem ἀποδείξεως vsum ad hanc operationem assumemus, sed difficiliore negocio trianguli constituendi basin metiemur in pelago. Duas igitur huius baseos explorandæ rationes extruemus. Prima est, si duæ naues in æquore vnà cursum teneant, ac eodem tendant, vt eo tempore, quo insula, aut littus fuerit in conspectu, eiectis anchoris vtraq; nauis firmetur ad quantamcunq; distantiam, & ascendat aliquis in summitatem mali, qui exploret instrumento angulum, cui prætenditur interuallum vtriusq; nauis, tum per 29 primi Regiomontani, si cognita fuerit ipsius mali longitudo, inquisitum patefiet interuallum. Eodem momento in vtraq; naui constituatur signum, à quo in alterum prospectus pateat. Dehinc obseruantes in vtroq; signo alterius à littore conspecto distantiam per circumferentiam Quadrãtis, experientur duos trigoni angulos, ex quibus per eandem quartam secundi Regiomontani inquisitum ratiocinabimur interuallum. Secunda ratio est, vt si vnica duntaxat nauis in pelago fuerit, per quam placeat eandem loci apparentis colligere distantiam, certo in loco proram conuertamus claui adminiculo versus aliquem mundi angulum, in quem ad longitudinem cuiuscunq; itineris recto cursu contendere velimus. Quo constituto, in puppi assumpto instrumento obseruabimus apparentis loci ac proræ angulum distantiæ. Ex hoc loco recto itinere nauigantes vsque ad illud locorum interuallum, quod pro arbitrio constitutum fuerit, similem obseruationem repetentes, explorabimus in prora quanto circumferentiæ segmento puppis à conspecto loco distare videatur. Absolutis hisce obseruationibus, innotescunt duo anguli constituti trigoni. Sed latus illud quod emensa nauis est, à loco primæ obseruationis vsque ad locum secundæ explorabimus iuxta rationem Vitruuij, quam explicat libro 10, cap. 14. Dehinc per quartam secundi Regiomontani reliqua trigoni latera colligemus. Cæterùm ne quicquam hîc desideret studiosus lector, verba Vitruuij adscribere non pigebit. Nauigationibus verò similiter paucis rebus commutatis eadem ratione efficiuntur. Nanque traijcitur per latera parietum axis, habens extra nauem prominentia capita, in quę includuntur rotæ diametro pedum quaternum & sextantis, habentes circa frontes affixas pinnas aquã tangentes. Item medius axis in media naui habet tympanum cum vno denticulo extanti extra suam rotunditatem. Ad eum locum collocatur loculamentum habens inclusum in se tympanum peræquatis dentibus quadringentis conuenientibus denticulo tympani, quod est in axe inclusum: præterea ad latus affixum extantem extra rotunditatem alterum dentem. Vnum insuper in altero loculamẽto cum eo confixo inclusum tympanum planum ad eundem modum dentatum, quibus dentibus denticulus, qui est ad latus fixus tympano, quod est in cultro collocatum, in eos dentes, qui sunt plani tympani singulis versationibus singulos dentes impellendo in orbem, planum tympanum verset. In plano autem tympano foramina fiant, in quibus foraminibus collocabuntur calculi rotundi. In theca eius tympani (siue loculamentum est) vnum foramen excauetur, habens canaliculum qua calculus liberatus ab obstantia, cum ceciderit in vas æreum, sonitum significet. Ita nauis cum habuerit impetum aut remorum, aut ventorum flatum, pinnæ, quæ erunt in rotis, tangentes aquam aduersam vehementi retrorsus impulsu coactę, versabunt rotas. Eę autem inuoluendo se agent axem, axis verò tympanum, cuius dens circumactus singulis versationibus singulos secundi tympani dentes impellendo, modicas efficit circuitiones. Ita cũ quatercenties ab pinnis rotæ fuerint versatæ, semel tympanum planum circumagent impulsu dentis, qui ad latus est fixus tympani in cultro. Igitur circuitio

tympani plani quotiescunque ad foramen perducet calculos, emittet per canaliculum. Ita & sonitu & numero indicabit miliaria spacia nauigationis. Hęc ille. His præmissis ad structuram ἀκρολεξίως progrediemur. Sit igitur, exempli gratia, in pelago nauis b, quę ex locis a & c in littore uideri possit, quæ signa rectis lineis connectantur, vt fiat triangulus c a b, cuius c b latus est in planicie Horizontis iuxta littus, a b, & c b radij visiui. Si ergo fuerit dies, facillimè negocium per cōspectum horum signorum absoluetur, sed nocturno tempore in locis c, a, & b, collocentur faces ardentes. Hoc constituto, si eodem temporis momento quo aliquis in c per instrumentū ex conspectu a & b metiatur angulum distantiæ a & b, alius eandem obseruationem experiatur in a ex conspectu c & b, manifestum est, duos trigoni c b a angulos offerri, nempe a c b, & c a b, qui cum noto spacio rectilineo in littore a c incumbant per quartam secundi Regiomōtani colligemus a b & c b latera, quæ erant inquisita. Nunc vice versa consideremus quomodo naucleri in mari experiantur alicuius insulæ aut littoris apparentis interuallum à nauigio: id quod iuxta dictam rationem primò efficiemus per duas naues. Sit igitur insula in f, nauis vna in h, & altera in g, quibus in locis eiectis anchoris ad absoluendas operationes vtraque firmetur, iam signa f, h, & g rectis lineis connectantur, vt f h & f g ab vtraque naui designet interualla, & illarum distantiam g h Quo constituto, oportebit eodem momento in h ex conspectu f & g obseruari angulum f h g, & in g alterum f g h. Deinde in h aut g si fuerit erectus iustæ magnitudinis malus per vigesimamnonam primi Regiomōtani (vt sæpius alibi ostendimus) licebit metiri interuallum h g. Quare per quartam secūdi Regiomontani, vt antea h f & g f distantiæ inquisitæ patefient. At nunc fingamus vnicam duntaxat esse nauem in h, cuius adminiculo placeat eandem h f distantiam inuestigare. Cum ergo fuerit puppis in h, dirigatur clauo ipsa prora k, qui postea retineatur in emetiendo itinere immotus, ad certum aliquem mundi angulum, qualem hîc constituimus g, tum in h ex conspectu f & k obseruetur angulus f h g, siue f h k, qui est idem. Si ergo k fuerit conuersa ad g, & clauus retineatur immotus, à recto itinere h g non deflectet nauigium, si remorum, aut impetu venti impellatur. Vt tamen certiorem habeamus rationem in hoc itinere sequendo, subinde licebit explorare magnetis angulum positionis in h constitutum. Esto igitur, vt prora peruenerit in g, & puppis in l, tum in g ex conspectu l & f offeretur angulus f g l, qui idem est cum f g h propter eandem recti cursus lineam h g, cuius quantitate obseruata per rationem Vitruuij paulò ante explicatam ex quarta secundi Regiomontani, vt antea, licebit h f & g f facillimè ratiocinari.

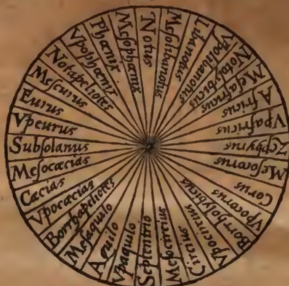


PROPOSITIO CLV.

Quomodo liceat tam in maritimis, quàm terrestribus locis, quisnam uentus quolibet momento spiret, obseruare.

Qui

QVi rectè fuerit assecutus eam propositionem, qua docetur magnetini indicis adminiculo, qua ratione obseruare liceat in quo mundi cardine quilibet locus in Horizontis planicie conspectus, consistat, ex quonam mundi angulo ventus quilibet spiret non difficulter videbit. Ac, ne res prolixior fiat, tabellam subijciemus, quæ 32 ventos, quibus vtuntur naucleri suis nominibus descriptos complectatur, designatis etiam mundi cardinibus, à quibus singulorum distantias intueamur. In hac depictam Meridiei lineam obseruationis tempore per magnetem ipsi Meridiano applicabimus, vt verum singuli in mundo situm venti obtineant. Deinde super centrum designati circuli erigemus volubile flabellum obseruantes in quam partem impellatur à vento. Sed cum nulla sit huius rei difficultas, figuram ante oculos constituemus.



PROPOSITIO CLVI.

Quæ sit ratio ingrediendi per subterraneos meatus, ut ubiq; constet, sub quibus terræ locis consistamus.

SEquitur deinceps, vt considerationem aliquam instituamus, qua manifestè constet, si per subterraneos meatus ingrediamur, sub quibusdam terræ locis vbiq; consistamus. Id quod magnetini indicis adminiculo expeditissimè fieri posse demõstrabimus. Ac, quo rem euidentius explicemus, scire licet præcipuè nos in hoc incubituros, vt ex accurata superioris terræ plani descriptione constituamus, qua ratione in profundioribus cauitatibus illa loca deprehendantur, quæ ad perpendiculum exterioribus terræ partibus subijciantur. Hinc colligemus distantiarum magnitudines, rationem situum, qua in certas mundi plagas loca singula distribuuntur, non minori facilitate ac certitudine in altissimis meatibus, quàm clara luce in apparenti terræ superficie. Ergo in primis operam dabimus, vt in superiore meatus parte, qua in terram ingressus pateat, constituto signo, tanquam centro, apparentium in exteriori superficie locorum verum situm & constitutionem iuxta exquisitam symmetriam eo, quem alibi explicauimus, modo deprehendamus. Atq; hîc distantiarum quantitates certis definitas mensuris annotare commodissimum fuerit. His constitutis, obseruata magnetis officio Meridiei linea, si ad perpendiculum sub constituto signo in inferiorem terræ cauitates descenderimus, assumptam exterioris plani descriptionem eidem exquisitè accommodabimus. Ex sequẽti schemate euidentius hæc intelligentur. Sit ergo meatus ad perpendiculum in terram descendens a m, cuius superior pars a, tanquam centrum constituitur,



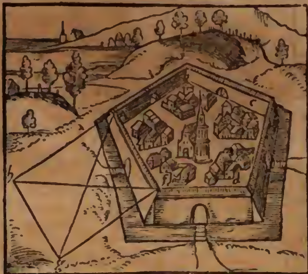
vt eius intuitu tota capacitas exterioris superficiei, quæ clauditur circulo h l c g, explorata ac descripta inferiori, & eidem exquisitè iuxta perpendiculares lineas substitutæ, nimirũ x y p t inseruiat & accõmodetur. In illa igitur primò per magnetini indicẽ designetur Meridiana linea h a c, cui inferius in m exquisitè subest x m p. Et constituantur in circumferentia signa b,l,k,g,f,d, vt eorum à c & h punctis interualla per obseruationes sint nota. Collocauimus autem in ijsdem dimetiẽtibus facilitatis causa, b g, l f, & k φ d signa. Singulis horum pũctorum in inferiori superficie alia supponantur, nimirum ipsi b, o, l, n, k φ, y ϐ, g t, & f s, quæ deductis etiã perpendicularibus cõnectantur. His ita constitutis, dicimus singula hæc, quę in altiori superficie infra terram intelligũtur signa, & eorũ ab m interualla deprehendi posse. Nam primò constituimus iuxta exquisitam symmetriam exteriorem superficiem obseruationibus exploratã esse. Quare cum singula inferiora signa eundem inter se custodiant situm, & æqualia superioribus interualla, sequitur, vt deprehensa Meridiei linea x m p, ipsa loca o, n, y, & t iuxta obseruatam superius descriptionem inueniãtur. Exempli gratia, in inferiori plano inueniendum nobis sit ϐ signum, quod perpendiculariter sub φ cõsistit. Obseruabimus hìc primum angulum h a k, cui ęqualem statuemus x m y, inde si ab m per ipsam m y rectam eousq; processerimus, vt interuallum ab y supersit æquale φ k, aut ab m ipsi a φ manifestè constabit in ϐ peruentum esse. Hinc etiã manifestum est, quomodo viceuersa descriptionem inferioris superficiei superiori, si ea fortè non fuerit explorata, accommodare liceat. Nam versus quemcunq; locum processerimus ex m, obseruata distantia, & Meridiei linea, exterius intra Horizontis circuli planum quonam iter sit instituendum, vt perpendicularem inferioris loci inueniamus, per similes antegressas obseruationes certò deprehendetur. Cæterùm hæc cum per se satis euidentia sint, longiorem hìc demonstrationẽ cõtexere supersedebimus.

PROPOSITIO CLVII.

Quibus obseruationibus totum alicuius urbis ambitum in terra sine numerorum adminiculo liceat deprehendere.

COnsyderabimus insuper quibus rationibus totũ alicuius vrbis ambitum etiã ex locis remotioribus duntaxat in terra liceat explorare. Quod operis non difficulter absoluemus, si partibus illis sigillatim assumptis, quæ in eadem recta linea consistunt, ad quantamcunq; distãtiam æquales in plana terrę superficie magnitudines cõstituerimus. Duabus ad hoc obseruationibus conspectorum finium & duorum, quæ ijs ex aduerso designentur, signorum vtemur. Nimirum, vt ex loco alterius signi præfixæ magnitudinis fines, ac aduersum signum exquisitè appareant sub recto angulo, & econuerso, ita tamen, vt etiam particulares anguli, sub quibus aspicientur constitutæ quantitatis fines, & alterius horum ab aduerso signo distãtia, vtrobiq; sint ęquales. His ita constitutis,

ſtitutis, manifeſtum erit nobis rectangulum παραλληλόγραμμον deſignatum eſſe, cuius ea, quæ ſunt ex aduerſo latera, eandem obtinere magnitudinem eſt neceſſe. Eſt igitur ſignorum interuallum ex quibus obſeruationes factæ ſunt, æquale magnitudini inquiſitæ. Eodem obſeruandi modo ſequentem magnitudinem & deinceps reliquas omnes, quibus integer ambitus abſoluitur, in plana ſuperficie licet metiri. Sequitur nũc, vt deſignato ſchemate euidentius rem ipſam diſcentibus ob oculos conſtituamus. Sit ergo ambitus alicuius vrbis a b c d f, in quibus ſignis, vt manifeſtum eſt, duæ magnitudines ad certum angulum cõcurrunt. Primùm ex his metienda nobis ſit f a: idq; in hunc modum. Ex remotiori h loco appareat ſignum g cum finibus f & a ſub angulo recto g h a. ė conuerſo ex g conſpiciatur ſignum h & ijdem f & a fines ſub eodem angulo. Ac ea ratione, vt particulatim angulus a g f ſit æqualis ipſi f h a. Hoc conſtituto, dicimus g & h ſignorũ interuallum inquiſitæ f a magnitudini exactè adæquari. Etenim in trigono rectangulo g h a æqualis eſt angulus h g a alterius trigoni h g f angulo g h f. Nam ex vtroq; recto g & h ablati ſunt ęquales f h a & a g f anguli. Sunt ergo hi duo trigoni iſogonij, quibus eadem baſis, videlicet h g ſubſternitur. Quare per 26 primi Elementorum æqualis eſt h a ipſi g f, & eædem ſunt parallelę, quia ipſi g h ad rectos angulos inſiſtunt. Ergo per 33 primi Euclidis æqualis eſt g h ſignorum interuallum ipſi f a inquiſitæ magnitudini. Atq; ita manifeſtum eſt g h a f eſſe rectangulum parallelogramnium: ſicut alibi quoq; demonſtratum nobis eſt. Eadem verò ratione licebit explorare magnitudines f d, d c, c b, & b a. Conſtat igitur totũ ambitum ex parallelis & æqualibus in aduerſis locis exquiſitè poſſe deprehendi. Cæterùm hîc ſcire licet haſce magnitudines per alia trigonorum genera etiam explorari poſſe, quorum vſus potiſsimum tunc adhibebitur, quando exterior ſuperficies terræ non ſatis plana fuerit, quo minus conſtitutis hîc obſeruationibus congruat. Sed qua ratione conſilium tunc inſtituendum ſit, induſtrio artifici expendendum relinquimus.



PROPOSITIO CLVIII.

Quomodo uerus ſitus ſuperficierum in ædificijs aut mœnibus urbium explorandus ſit, ut conſtet quanto ad certam mundi plagam inclinet angulo.

INueſtigabimus hîc deinceps quibus obſeruandi modis vera cõſtitutio alicuius ſuperficiei in ædificijs, aut alijs corporibus explorari poſsit, vt exquiſitè conſtet, quanto Horizontis circuli ſegmento à certa mundi plaga diſtet, ſiue quanto ad Meridiani planum angulo inclinet. Cuius rei cognitio ipſis architectis non mediocriter conducit, ſi quando conſtitutum fuerit ſuperficiem ad certã mundi plagam dirigere, aut ſitum alterius explorare. Sed hîc vulgus non parum à ſcopo aberrat. Præterea demõſtrabimus non tantùm quomodo

in proximioribus locis hoc negocij expedire liceat, verumetiam ex remotioribus interuallis, si modò partes aliquę superficiei commodè videri possint, vt etiam discentes intelligant, qua ratione situs mœnium alicuius vrbis exactè queant deprehendere. Primùm ergo videamus quomodo res absolui possit in alicuius ædificij superficie, qualem hîc designauimus a b c d. Hæc ipsi b a ad perpendiculum insistit, cuius situm vt inueniamus, designetur ad punctum a Meridiana linea h a l, quam vel obseruatione indicis magnetini, vel vmbræ solaris deprehendemus. Hinc cōstituto in a centro, describemus segmentum circuli h k l m, videlicet vt in ipsam b a rectam desinat. Deinde ex a in k ducta semidiametro, secabimus arcū l h in semisses l k & h k, quorum vterq; existit quadrans circuli, quia recta l h per centrum a extenditur. Et ipsum l k in 90 æqualia segmenta partiemur. His constitutis, non tātùm innotescet in quam mundi plagam vergat a b cum tota superficie incumbente, verumetiam quanta circumferentiæ parte distet à singulis Horizontis locis. Cum enim h a l sit linea Meridiana, designabit a k ortum æquinoctialem. Quare segmentum m l complectitur distantiam inquisitā superficiei à Meridiano, & m l k ab ortu Aequatoris. Si ergo m l minor fuerit circuli quadrante, cōstabit situm superficiei esse inter Meridiem & occasum Aequatoris. Vt autem hoc innotescat, exceptam circino m & l distantiam transferemus in sectum l k quadrantem. Ibi statim apparebit quātitas segmenti l m, quod coniunctū ipsi l k quadranti, totam m l k, nimirū distantiam ab Oriente patefaciet. Ex his non difficile fuerit eiusdem superficiei ab Occidente & Septentrione interualla metiri. Videamus etiam quomodo in altiore loco huius superficiei eūdem situm possimus explorare. Ac designemus in ea rectam r p, quę παράλληλα sit ipsi b a. Vt ergo situm huius inueniamus, licebit hîc officio indicis magnetini constituere lineam Meridianam f g, quæ secat ipsam r p in signo t. Hoc constituto, assumemus t tanquam centrum, circum quod ducemus circulum g r f p. Erit igitur segmētum g r distantia partis t r à Meridie, & p f ipsius t p superficiei partis interuallum à Septētrione. Porrò facilè metiemur hæc segmēta si vnum ex quadrantibus in 90 partes (vt paulò ante admonuimus) distribuerimus. Cęterū eundem situm & aliarum deinceps superficierum pluribus modis placet deprehendere. Et primùm id efficiemus, si ex cōstiuta superficie rectam lineam duxerimus per planam aliquam superficiem in libella constitutam, aut Horizonti parallelam eousq;, vt cōgruentem obseruationi longitudinē sortiatur. In hac constituto vbicunq; voluerimus cētro, circulum designabimus quem transmissa per cētrum Meridiei linea partiemur in semisses. Hic iam eodem modo, quo antè apparebunt segmenta, quibus à singulis mūdi plagis producta superficiei linea distiterit. Sed hęc per exemplum euidentius demonstremus. Sit ergo basis erectę ad perpendiculum superficiei, cuius velimus explorare situm, a b. Vt hoc efficiamus, extendenda nobis erit a b per superficiem terrę, si fuerit ad libellam ęquata, aut planam aliquam tabellam: quod hîc fiat vsq; in h punctum. Nunc iam in recta b h constituto in c centro ad quantitatem c h circumducemus circulum h l d g. Hoc constituto, aut per magnetē, aut per vmbram in eo circulo

circulo explorabimus Meridiei lineam, quę sit g l. Hæc cum per centrū c extendatur, dispescit figurā in semisses, qui rursum in ęqualia segmenta distributi puncta ortus & occasus Aequatoris ostendunt, qualia nobis hic sunt f & k. In quo puncto recta b h circulum secat, constituatur nobis d signum. Si nūc intelligamus ortum in k, & occasum in f, statim patefiēt segmenta, quibus d & h signa à qualibet mundi plaga distant. Nam l d erit distātia d à Meridiano, & d f complementum eiusdem ab occasu, h g ipsius h à Septētrione &c. Cum ergo nobis exploratum sit, quanto sub angulo secet Meridiei linea g l rectam h d, quæ vlterius producta excurrit per b in a, etiam manifestū est, quomodo secet eandem rectam in b & a signis, per 29 primi Element. Nam meridianæ lineæ, quæ procedunt per b & a signa, sunt ipsi g c l parallelæ. Per eandem 29 primi Element. adhuc alia via attingemus eundem scopum, si constitutę superficiei in plano Horizonti æquidistante, aut libellam occupante exquisitæ parallelam traxerimus, quam deinceps per obseruatam Meridiei lineam secemus. Deinde constituto in signo sectionis centro circulum describamus (vt superius ostendimus) & complementum operis eadem ratione absoluamus. Vtq; rudioribus ingenijs succurram, exemplum subijcere non pigebit. Designemus ergo in oblata superficie rectam a c, quę consistat in libella. Huic in aduerso plano parallelam cōstituamus k h, cuius inuento ad mundi plagas situ, illius etiam situs non latebit. Secet ergo Meridiei linea d f g per dictas rationes obseruata, ipsam k h in f signo, tum designato secundum quantitatem f h circulo h g k d, segmentum g h verum ipsius f h situm euidentissimè patefaciet. Atq; hunc eundem esse cum situ superficiei a c asserimus. Vt hoc demonstrare liceat extendatur Meridiei linea g f d, vsq; in superficiem a c cui occurrat in b signo. Hoc constituto, dicimus angulum d b c æqualem esse g f h, per 29 primi Euclidis. Nam ex hypothesi parallelæ sunt a c & k h rectæ, in quas incidit eadem Meridiei linea g d b. Quare si in b constituto centro super rectam a c semicirculum duceremus segmentum, quod subtenderetur angulo d b c, simile esset ipsi g h. Si ergo deprehenderimus situm alicuius lineæ oblatæ superficiei æquidistantis, etiam situs huius non latebit. Eiusdem propositionis adminiculo, nonnihil variata ratione per quadrantem eundem finem cōsequemur, si designatam in plano Meridiei lineam vsq; in oblatam superficiem extenderimus, & in illam huic parallelam deducamus. Nam facilè admoto quadrante experiemur, sub quanto hæ angulo concurrant. Exempli gratia, in superficiem a c ex aduerso incurrat Meridiei linea g b, in quam deducatur ipsi a c parallela d f per 31 primi Element. Constituto nunc cētro quadrantis in f per segmētum ipsius d g apparet angulus d f g. Sed per antegressam ἀπόδειξιν æqualem huic esse constat angulū a b f. Cū ergo deprehenderimus per segmentū d g sitū ipsius d f, etiā æquidistātis huic a c situs non latebit. Superest nunc, vt etiā ex remotioribus interuallis apparentiū superficierū situs explorari posse domonstratione stabiliamus. Hanc nos potissimū ex fundamēto 29 primi Euclidis, vt superiores extruemus, si primū in cōstituto locorū spacio pręfixę superficiei parallelā designari posse cōclusum fuerit. Vt igitur hoc operis absoluamus, in cōstituta

superficie duo signa in eadem altitudine constituta notabimus, quod facilè nobis hinc constabit, si per instrumentum intuentibus ex æqualibus interuallis sub eodem circuli segmento apparuerint. Hoc constituto, subinde repetitis obseruationibus inuestigabimus in terra illud locorum spacium, ex cuius vno fine vicissim alterum cum prędictis signis sub integra quadrantis circumferentia liceat intueri. Hoc dicimus conspectæ signorum distantiæ parallelum esse. Quare per antegressas propositiones vtriusq; situs eadem obseruatione cognoscetur. Sequitur, vt hæc demonstratione euidentius explicemus. Igitur in apparenti superficie c d, siue sit in mœnibus vrbis, siue in remotiore ædificio, conspiciantur signa a & b. Ex horum obseruatione in longiore distātia designanda sit parallela f g. Vt hoc negocij absoluamus, statuendum nobis est ex f puncto a b & g signa sub tota Quadrantis circumferētia apparere, & vicissim ex g a b & f sub eadem conspici, ita vt etiam angulus a f b sit æqualis ipsi a g b, & b f g ipsi a g f. Hoc constituto, parallela erit f g ipsi a b. Etenim in trigonis f a g & f b g cōstituti sunt per obseruationes anguli a f g & f g b recti, & a g f & b f g acuti æquales in eadem basi f g. Quare cōstat rectas f a & g b esse parallelas & ęquales. Cum ergo fines earum connectat recta a b per 33 primi Elementorum ęquidistat a b ipsi f g, id quod demonstrandum erat. Per antegressas igitur ἀποδείξεις, in quibus vsi sumus 29 primi Euclidis, si obseruauerimus quanto sub angulo Meridiei linea secet rectam f g, ipsius a b lineæ & eiusdem superficiei situs, consequenter non latebit.

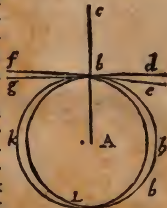
PROPOSITIO CLIX.

Quomodo superficies planæ collocentur, ut Horizonti æquidistent.

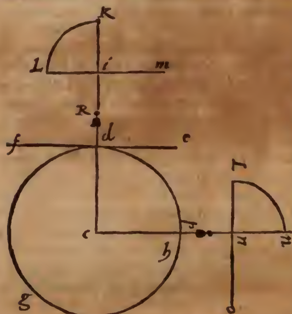
SAepenumero in obseruationibus τῶν φαινομένων, sicut etiam in multis propositionibus annotauimus, requirit vsus, vt planę superficies corporum sic collocentur, vt exactè Horizontis plano ęquidistent. Hoc quidem simpliciter quomodo per quadrantem experiamur, antea explicatum est: sed hic locus etiam postulare videtur, vt quoniam non omnes huius rei causam & demōstrationem intelligāt, copiosiorem tractationem instituamus. Non est alia certior huius rei obseruatio, quàm illa, quæ per vsum perpendiculi absoluitur. Hanc etiam non oscitanter vulgus fabrorum in ædificijs extruendis obseruat, vt Horizonti quàm fieri possit exquisitissimè (nam idem vtriusq; artificiū est) ad rectos angulos insistant. Eodem modo Claudius Ptolemæus lib. 1. Magnæ constructionis cap. 10, vbi rationem obseruandæ inclinationis planorum Aequatoris & Zodiaci tradit, procedendum esse scribit. Vult enim, vt circulus per quem fiet obseruatio erectus sit ad planum Horizontis, supra columnā eidem plano æquidistantem. Cuius verba si quis requirat, hæc sunt: ὃν δὴ καὶ ἐναρμόσαντες ἀσφαλῶς ἐπὶ τὴν πρὸς ἕκαστα χρείαν, ἐπὶ συλίσκου συμμέτρου, καὶ καταστήσαντες ἐν ὑπαίθρῳ τὴν τοῦ συλίσκου βάσιν ἐν ἀκλινεῖ πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον ἐδάφει, παραφυλάξομεν ὅπως τὸ ἐπίπεδον τῶν κύκλων πρὸς μὲν τὸ τοῦ ὁρίζοντος ὀρθὸν ᾖ, τῷ δὲ τοῦ μεσημβρινοῦ παράλληλον, τούτων δὲ τὸ μὲν πρότερον διὰ καθετίου μεθοδεύεται, κρεμαμένου μὲν ἀπὸ τοῦ ὑπὲρ κορυφὴν ἐσομένου σημείου, τηρουμένου δὲ ἕως ἂν ἐκ τῆς ὑποθηματικῆς διορθώσεως ἐπὶ τὸ ὑπὲρ διάμετρον ποιήσηται τὴν πρόσνευσιν. id est: Hunc quidem ad singulos vsus accōmodabimus: si

enim

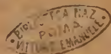
enim ſupra mediocrem columnam ſub dio, cuius baſis in pauimento nihil ab Horizontis plano declinante conſiſtat, poſuerimus. Deinde obſeruemus, vt plana ſuperficies circulorum ad Horizontis planum erecta ſit, & Meridiano æquidiſtet. Horum prius ita expedietur, ſi perpendiculum ab eo ſigno, quod nobis verticale futurũ ſit, ſuſpenſum tantiſper obſeruemus, donec iuxta commune vtriuſq; planum dependens, diametri centrum attingat. Hæc ille. Ita eadem opera vna ſuperficies ad rectos angulos ſupra finitorem erigitur, & altera eidem æquidiſtans conſtituitur. Vitruuius etiam aliquot librationum modos, & præcipuè illum, qui per chorobaten fit, lib. 8, cap. 6 diligenter annotauit. Quidam in hunc vſum ex ligno aut ferro triangulum iſoſceles fabricantur, & ab angulo, qui ab æquicrurijs lateribus comprehenditur, biſariam ſecto perpendicularem ad baſin dimittunt, quę eandem in duas æquas partes diſpeſcit. Hinc annexo perpendiculo ſuperiori angulo, aut paulò inferius ipſi catheto, obſeruant idem tantiſper, donec nihil à perpendiculari deflectat, quo ſuperficies Horizonti parallelas explorant. Nihil tamen obſtat, quominus per quadrantem idem operis eadem facilitate & certitudine abſoluamus. Nam quando duo quadrantis ſemidiametri rectum angulum exquiſitè comprehendant, neceſſariò ſequitur, vt cum perpendiculum ſuperiori lateri rectè adhæret, inferius Horizontis plano æquidiſtet. Conſtat igitur, quando baſis quadrantis in hoc ſitu exquiſitè planam alterius corporis ſuperficiem attingit, ipſam quoq; Horizontis plano æquidiſtare, & cum perpendiculum ab erecto ſinu declinat, etiam ſubiectum fundamentum declinare. Sed nunc cauſas huius rei contemplemur. Principiò aſſumimus ſententiam Ptolemæi, quæ eſt primo libro Magnæ conſtructionis, cap. 6, vbi dicit: omnia grauia corpora natiuo impetu ipſum terræ centrum petitura eſſe, niſi à ſuperficie ipſius ſuſtinerentur, quia & recta linea ad centrum tendens, ad rectos exiſtit angulos ei plano, quod ſphęram terræ tangit in puncto, quo eadem linea ſecat terræ conuexum: cuius rei nobis talem reliquit demonſtrationem Theon Alexandrinus. Conſtituatur ſphæra terræ, ad quam graue quiddam natiuo motu & abſque vlla deflexione delatum, in ſublimi quidem rectam c b deſignet, ſed in conuexa terræ ſuperficie b punctum. Intelligatur etiam per punctum planum ad rectam c b immobile ſphæram terrę contingens, cuius centrum a ſtatuatur, & copuletur recta b a per quam deductum planum ſectione ſua in extremitate ſphæræ circulum per primam Theodoſij conſtituet, ſed in plano illo ad c b rectam immobili efficiet rectam lineam per tertiam vndecimi Elementorum. Deſignetur ergo circulus in ſphæra b k l, & in plano recta g b d. Et cum planum non ſecet ſphæram, nec recta in eo ſecat circulum. Quare recta g b d circulum b k l contingit, & recta a b ipſi g d lineæ ad rectos incidit angulos. Iterum aliud planum per rectam a b ductum efficiat in extremitate ſphæræ circulum b l h, & in plano ad rectam c b immobili rectam lineam f b e. Quare per eadem iterum vt antè recta a b ad rectos angulos exiſtit f b e. Quoniam igitur recta a b duabus rectis g d & f e ſeſe interſecantibus exiſtit ad rectos angulos ſuper communi ipſarum ſectione b, ideo & ad planum per ipſas ductum erecta eſt. Quod quidem planum eſt illud ipſum, quod ad c b eſt immobile, ideo & a b ad idem planum eſt erecta. A ſignó igitur b in vtramq; partem eidem plano ad rectos angulos incidunt rectæ



a b & b c. Quare a b c est vna eademq́ recta linea. Proinde nisi graue illud in b signo excuteretur à soliditate terræ, per rectam lineam b a natiuo impetu ad terræ centrum delaberetur, vt locum sibi maximæ proprium occuparet. Ex hoc manifestè constat punctum verticis centrum Horizontis, & centrum terræ vbique locorum in eandem rectam coire lineam. Cum iam demonstratum sit perpendiculum suspensum in linea, quæ ad rectos angulos per centrum Horizontis ad centrum vniuersi tendit, cõsistere, manifestum est quamcunq́ planam superficiem ad eosdem angulos contigerit, eandem exquisitè Horizonti æquidistare. Hoc ex sequenti figura facillimè perspicietur. Sit terra circulus d g h ex c vniuersi centro designatus, planum Horizontis f d e. In sublimi quadrantis instrumentum k l i, cui ex k supremo puncto annexum est perpendiculum k r, lateri k i adhærens, & in recta consistens, quæ ex k per d Horizontis centrum in c tendit, l i m plana superficies, cui basis quadrantis incumbit. Iam vterq́ angulorum k i l, & k d f est rectus. quare per vigesimamoctauam primi Elementorum l i m ipsi f d e lineæ æquidistat, & hinc etiam superficies, in quibus consistunt, fiunt parallelæ. Idem etiam experieris ad quamcunq́ circumferentiæ partem instrumentum collocaueris, velut hîc à latere in p.



FINIS.



BASILEAE.

PER HENRICHVM PETRI, ET PETRVM PERNAM, ANNO SALVTIS HVMANAE, M. D. LXI.

